

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Būvmehānikas katedra

F. BULAVS, I. RADIŅŠ

STATISKI NOTEICAMU STIEŅU SISTĒMU

BŪVMEHĀNIKA

RTU izdevniecība

Rīga, 2008

Grāmata domāta būvniecības specialitātes studentiem un inženiertehniskajiem speciālistiem. Tās saturs atbilst mācību programmas priekšmeta BŪVMEHĀNIKA pirmajai daļai –statiski noteicamu stieņu sistēmu piepūļu un deformāciju analīze un aprēķini statisku sloojumu gadījumā. Grāmatā izklāstītas analītiskās stieņu sistēmu aprēķinu metodes plakanu struktūru gadījumos un dots priekšstats par statiski noteicamu telpisku kopņu struktūras analīzi un piepūļu noteikšanu stieņos mezglu slodžu gadījumā. Paralēli analītiskām metodēm tiek rekomendētas skaitliskās metodes, iesakot sistēmu un to elementu piepūļu un pārvietojumu noteikšanai izmantot studentiem ērti pieejamo galīgo elementu programmu Analysis 1.9 for Windows. Vietas izklāsts papildināts ar konkrētiem piemēriem. Pamattēmu noslēdzošajā daļā tiek piedāvāts plašs uzdevumu klāsts patstāvīgajam darbam un pielikumā sniegti šo uzdevumu atrisinājumi. Vietas izklāsts bagātīgi ilustrēts.

Recenzenti:

Dr.sc.ing., prof. A.Čate

Dr.sc.ing., doc. J.Auzukalns

Iespiests saskaņā ar Būvniecības fakultātes būvmehānikas katedras 2008. gada 19. februāra lēmumu. Protokols Nr. 01/08.

SATURS

1. IEVADS.....	5
1.1. Būvmehānikas priekšmets un uzdevumi	5
1.2. Slodzes	9
1.3. Būves aprēķinu shēma.....	12
1.4. Balstu konstrukciju kinemātiskā analīze	15
2. PLAKANU STIEŅU SISTĒMU STRUKTŪRAS ANALĪZE	18
2.1. Ģeometriski nemainīgas un mainīgas sistēmas	19
2.2. Sistēmas kustības brīvības un mainīguma pakāpe	20
2.3. Acumirkļīgi mainīgas sistēmas	26
2.4. Ģeometriski nemainīgu sistēmu veidošanas noteikumi	28
3. DAUDZLAIDUMU LOCĪKLU SIJAS UN RĀMJI.....	37
3.1. Daudzslaidumu locīklu siju raksturojums.....	37
3.2. Locīklu siju statistiskā noteicamība un ģeometriskā nemainība	40
3.3. Piepūļu noteikšana daudzslaidumu sijā	42
3.4. Statiski noteicamu rāmju aprēķins	50
4. PLAKANU STATISKI NOTEICAMU KOPŅU APRĒĶINI.....	63
4.1. Kopņu aprēķinu shēma.....	64
4.2. Būves patiesais un teorētiskais darbs	65
4.3. Vispārīgi jēdzieni	67
4.4. Kopņu klasifikācija	68
4.5. Kopņu ģeometriskā struktūra	70
4.6. Kopnes analītiskais aprēķins	70
4.7. Kopnes aprēķins starpmezglu slodzes gadījumā.....	87
4.8. Sijveida kopņu tipu piepūļu salīdzinājums.....	88
4.9. Kombinētas kopnes.	90
4.10. Statiski noteicamas plakanas lokveida kopnes.....	93
4.11. Vanšu kopnes.....	95
4.12. Iekārtas kopnes.....	96
4.13. Sijveida, lokveida un iekārto kopņu salīdzinājums	98
5. TRĪSLOCĪKLU SISTĒMAS.....	100
5.1. Trīslocīklu loki un rāmji.....	100
5.2. Trīslocīklu loku balstu reakciju noteikšana	101
5.3. Iekšējo piepūļu noteikšana	103
5.4. Aprēķina īpatnības lokiem ar balstiem atšķirīgā līmenī	112
5.5. Trīslocīklu loks ar savilci	116
5.6. Racionāla loka ass forma	124
5.7. Piepūļu diferenciālās sakarības loka šķēlumos	126

5.8. Trīslocīklu rāmji	127
6. IETEKMES LĪNIJU TEORIJA	133
6.1. Ietekmes līnijas jēdziens	133
6.2. Ietekmes līniju konstruēšanas statistiskā metode.....	134
6.3. Daudzlaidumu locīklu siju ietekmes līnijas	144
6.4. Balstu reakciju un piepūļu aprēķins izmantojot ietekmes līnijas	145
6.5. Ietekmes līniju konstruēšana mezglu slodzes gadījumā.....	154
6.6. Ietekmes līniju konstruēšanas kinemātiskā metode	156
6.7. Iekšējo piepūļu aptvērējepīru konstruēšana	158
6.8. Trīslocīklu loka ietekmes līnijas.....	167
6.9. Sijveida un konsolveida kopņu piepūļu ietekmes līnijas.....	170
6.10. Kopņu stieņu piepūļu izmaiņa kustīgas slodzes gadījumos	197
7. PĀRVIETOJUMI PLAKANĀS STIEŅU SISTĒMĀS.....	202
7.1. Ārējo un iekšējo spēku darbs	203
7.2. Iespējamo pārvietojumu principa pielietojums elastīgām sistēmām	209
7.3. Darbu savstarpīguma princips.....	210
7.4. Potenciālās enerģijas daļējie atvasinājumi	212
7.5. Stieņu sistēmu pārvietojumu aprēķina vispārīgā forma	214
7.6. Ārējās slodzes izraisīto pārvietojumu noteikšana	216
7.7. Pārvietojumu izskaitļošanas tehnika	219
7.8. Temperatūras izmaiņas izraisītie pārvietojumi.....	231
7.9. Balstu pārvietojumu izraisītie statistiski noteicamu sistēmu pārvietojumi	234
8. TELPISKAS SISTĒMAS	239
8.1. Telpisku kopņu balsti. Balstu reakciju noteikšana	239
8.2. Vienkāršās telpiskās sistēmas.....	242
8.3. Piepūļu noteikšana kopnes stieņos ar mezglu izgriešanas metodi	244
8.4. Sistēmas sadalīšana plakanās kopnēs.....	246
8.5. Skaitlisko metožu pielietojums	247
PIELIKUMI.....	248
P.1. Uzdevumu atrisinājumi un atbildes	248
Literatūra.....	255

1. IEVADS

1.1. Būvmehānikas priekšmets un uzdevumi

Jebkuru būvi, kura tiek projektēta uz stiprības, stingrības un noturības aprēķinu pamata, sauc par inženierbūvi.

Stiprības aprēķini nodrošina būves pretestību ārējām slodzēm. Noturības aprēķini novērtē būves spēju saglabāt savu sākotnējo vai līdzsvaroto deformēto stāvokli. Stingrības aprēķinu uzdevums ir nodrošināt inženierbūves pret lielām deformācijām un svārstībām, kuras nav pieļaujamas normālas būvju ekspluatācijas apstākļos.

Zinātnes nozari, kura izstrādā būvju stiprības, stingrības un noturības aprēķinu principus un metodes sauc par būvmehāniku.

Atšķirībā no materiālu pretestības, kuras pētījumu objekts ir atsevišķs konstrukcijas elements (parasti viens stienis), būvmehānikas uzdevumi ir orientēti uz būvju aprēķiniem kopumā, ņemot vērā kā atsevišķu elementu (stieņu un siju) tā arī šo elementu savienojumu struktūru un mehāniskās īpašības. Līdz ar to varam secināt, ka būvmehānika pilnā mērā izmanto tos pašus principus un metodes kā materiālu pretestība, piemērojot tos inženierbūvēm. Būvmehānika savos pētījumos balstās uz matemātikas, fizikas, teorētiskās mehānikas likumsakarībām, kā arī uz reālo būvju eksperimentālās izpētes rezultātiem.

Būvmehānika dod iespēju pareizi izprast inženierbūvju darbu to izgatavošanas un ekspluatācijas apstākļos, nepieļaujot nepilnības, kuras varētu novest pie kritiskiem būvju stāvokļiem.

Kaut arī būvmehānikas kā zinātnes nozares rīcībā ir daudzas drošas, inženierceltniecības praksē pārbaudītas aprēķinu metodes, to skaits nepārtraukti palielinās. Tiek formulēti gan jauni aprēķinu principi, gan pilnveidoti jau agrāk izmantotie, tos pielāgojot jaunajiem konstrukciju tipu veidiem. Svarīgi ņemt vērā, ka aprēķinu metodēm ir prognozējošs raksturs un līdz ar to aktuāls kļūst jautājums par šo metožu drošumu. Tādēļ jaunu metožu ieviešanas neatņemama sastāvdaļa ir to eksperimentāla pārbaude izstrādāšanas gaitā un eksperimentāls apstiprinājums jau izstrādātai teorijai uz reālām konstrukcijām.

Eksperimenta lomu jaunu teoriju izstrādāšanas gaitā nosaka nepieciešamība pētāmajā parādībā noteikt galveno un atdalīt to no otršķirīgā, nebūtiskā, ko var arī neņemt vērā. Šie eksperimenti parasti tiek veikti ar konstrukciju un to elementu modeļiem – speciāli izgatavotiem paraugiem. Šādu paraugu pārbaudei ir virkne priekšrocību. Tie ir vienkāršāki par pašām konstrukcijām, ir viegli izgatavojami un ērti pārbaudāmi laboratorijas apstākļos. Modeļi tiek veidoti tā, lai tie atspoguļotu tikai būtiskākās konstrukcijas īpašības. Tos eksperimenta gaitā var izmainīt un pilnveidot akceptējot to vai citu slogotas konstrukcijas izturēšanās īpatnību. Visbeidzot modeļus var novest līdz sabrukumam, kas visai svarīgi būves nestspējas noteikšanai.

Būves stiprību, noturību un stingrību nosaka pielietotais materiāls un tā īpašības, būves elementu forma un izmēri, iekšējās piepūles (spēki un momenti), kuras rodas un attīstās būves elementos tās slogojuma gaitā. Līdz ar to jebkura aprēķina pamatā ir būves elementu iekšējo piepūļu noteikšana. Zinot būves elementu izmērus, pēc iekšējām piepūlēm varam spriest par katra elementa un līdz ar to arī visas būves kopumā stiprību, noturību un stingumu. Ja būves elementu izmēri nav zināmi, tad pēc projekta aprēķinā iegūtajām iekšējām piepūlēm varam noteikt tos izmērus, kuri nodrošina būves stiprības (nestspējas) nosacījumus.

Plakanu stieņveida konstrukciju gadījumā iekšējās piepūles parasti ir stieņa asi liecošs moments - **lieces moments (M)**, stieņa asij perpendikulārs spēks – **šķērsspēks (Q)** un spēks stieņa ass virzienā - **asspēks (N)**.

Jāņem vērā, ka jebkura būve slodzes iespaidā maina savu formu, t. i., deformējas. Deformācijas un iekšējās piepūles ir savstarpēji saistīti faktori, kuru mijiedarbība balstīta uz savstarpēja līdzsvara principiem. Tas nozīmē, ka jebkura domās izgriezta būves daļa, pieliekot tās virsmām iekšējām piepūlēm atbilstošus spēkus un momentus, atradīsies līdzsvarā. Gadījumos, kad būves materiāls savas fiziskās dabas dēļ nav spējīgs nodrošināt šādu līdzsvaru, deformēšanās process turpinās līdz pat sabrukumam.

Precīzas uzdevumu nostādnes gadījumos iekšējās piepūles jānosaka, ņemot vērā slodzes darbības gaitā būves deformēto stāvokli. Tomēr šāda uzdevuma atrisināšana saistīta ar būtiskām grūtībām, jo iekšējās piepūles deformētā stāvoklī ir savstarpēji saistītas ar pašām deformācijām.

Būvju aprēķinu galamērķis ir prognozēt to stiprību, noturību un stingrību. Eksistē trīs būvju aprēķinu metodes:

- **pēc pieļaujamiem spriegumiem;**
- **pēc pieļaujamām (graužošām) slodzēm;**
- **pēc robežstāvokļiem.**

Senākā no šīm metodēm ir pirmā, t.i., konstrukcijas nestspējas novērtējums *pēc pieļaujamiem spriegumiem*. Šī metode tiek lietota veicot aprēķinus konstrukcijām, kurām vēl nav sastādīti tehniskie nosacījumi to aprēķināšanai pēc robežstāvokļiem. Konstrukcijas stiprības un formas noturības novērtējums tiek veikts salīdzinot slodzes radīto maksimālo normālo (σ) un tangenciālo (τ) spriegumu vērtības ar konkrētu materiālu pieļaujamajām spriegumu vērtībām $[\sigma]$ un $[\tau]$. Pieļaujamais spriegums tiek pieņemts kā daļa no sprieguma, kurš uz stiprības un noturības aprēķina pamata tiek uzskatīts par bīstamu.

Stiprības (vai noturības) nosacījums šīs metodes gadījumā izsakās ar sakarību

$$\sigma \leq [\sigma] = \sigma_b / k,$$

kur: σ_b – bīstamais spriegums, bet k – drošības koeficients ($k > 1$).

Drošības koeficients veido materiāla stiprības rezervi ņemot vērā materiāla īpašību izkliedi, gadījuma novirzes ārējās slodzes lielumā un konstrukcijas elementu izmēros, kā arī nosedz aprēķinu neprecizitātes.

Aprēķinu metode *pēc pieļaujamām slodzēm izstrādāta* galvenokārt betona, akmens un dzelzsbetona konstrukciju aprēķiniem. Šai gadījumā konstrukcijas stiprības un noturības novērtējums tiek veikts salīdzinot uz konstrukciju darbojošos slodzi (saīsināti apzīmējam ar P) ar pieļaujamo slodzi $[P]$. Pieļaujamā slodze tiek pieņemta kā daļa no slodzes, kura to vai citu apsvērumu rezultātā atzīta par bīstamu.

Par bīstamu tiek uzskatīta graužoša slodze, kura tiek noteikta ņemot vērā materiāla īpašības aiz elastības robežas vai kritiskā, kura izraisa noturības zudumu. Stiprības (noturības) nosacījums izsakās ar sakarību

$$P \leq [P] = P_b / k.$$

Abu metožu trūkums ir to vienotais drošības koeficients visiem būves noslodzes gadī-

jumiem.

Šo trūkumu novērš trešā aprēķinu metode – *pēc robežstāvokļiem*. Konstrukciju robežstāvoklis ir tāds stāvoklis, pie kura būve zaudē spēju pretoties ārējām iedarbēm vai nonāk situācijā, kas nepieļauj tās tālāku ekspluatāciju. **Robežstāvokļi** dalās divās grupās. Pirmās grupas robežstāvokļi saistīti ar **nestspējas zudumu**, otrās ar **neatbilstību normālai ekspluatācijai**.

Pirmās grupas robežstāvokļi ir: kopējais formas noturības zudums; stāvokļa noturības zudums; trausls, viskozs, noguruma vai cita veida sabrukums; sabrukums slodzes un vides nelabvēlīgās iedarbes summārajā iespaidā; konfigurāciju kvalitatīva izmaiņa; rezonanses svārstības; stāvokļi, kuros jāpārtrauc konstrukcijas ekspluatācija materiāla tecēšanas, savienojumu bīdes, šļūdes vai pārmērīgas plaisu atvēršanās dēļ.

Pie **otrā veida robežstāvokļiem** pieskaitāmi stāvokļi, kuri apgrūtina konstrukcijas vai tās pamatu normālu ekspluatāciju vai samazina to ekspluatācijas ilgumu pārmērīgu pārvietojumu, svārstību, plaisu un citu iemeslu dēļ.

Būvei pirmām kārtām jāatbilst aprēķiniem pēc pirmā veida robežstāvokļa, bet pēc tam, atkarībā no būves veida, arī otrā veida robežstāvoklim.

Robežstāvokļu iestāšanās atkarīga no tādiem raksturlielumiem kā materiāla īpašības un būves darba nosacījumi. Šo raksturlielumu iespējamo izmaiņu gadījumos jāparedz rezerves. Tādēļ veicot aprēķinus pēc pirmā veida robežstāvokļa, konstrukciju iekšējās piepūles tiek noteiktas ne no ārējām slodzēm (normatīvām), kuras darbojas uz būvi parastos ekspluatācijas apstākļos, bet gan no aprēķinu slodzēm, kuras iegūst normatīvās slodzes pareizinot ar koeficientu n (pārslodzes koeficientu), kurš vienmēr ir lielāks par vienu. Pārslodzes koeficients būtībā ir drošības koeficients gadījumiem, kad slodze pārsniedz plānoto. Gadījumos, kuros slodzes pieaugums nav iespējams, piem., pašsvaram, pārslodzes koeficients praktiski ir viens.

Katram atsevišķam gadījumam tiek paredzēts individuāls pārslodzes koeficients. Šai apstākļi arī slēpjas aprēķina slodžu jēga.

Aprēķinos pēc robežstāvokļa par materiāla stiprības īpašību raksturlielumu tiek pieņemta aprēķina pretestība R , kas ir daļa no eksperimentāli noteiktās normatīvās pretes-

tības R_n . Šo daļu nosaka materiāla drošības koeficients k ($k > 1$). Tātad $R = R_n / k$. Materiāla drošības koeficients k paredz rezervi materiāla vidējo īpašību izmaiņas gadījumam negatīvā virzienā. Citu uz stiprības rezervi darbojošos faktoru ievērtēšanai, tiek lietots darba nosacījumu koeficients m , kurš var būt kā lielāks tā arī mazāks par vienu. Koeficients m ievērtē: temperatūras, mitruma, agresīvās vides, iedarbes ilglaicīguma, slopojuma cikliskuma u.c. faktorus.

Veicot materiāla noguruma aprēķinus mainīgu slodžu gadījumā pēc pirmā robežstāvokļa un veicot stingrības aprēķinus pēc otrā robežstāvokļa, konstrukcijas iekšējās piepūles tiek noteiktas pēc normatīvajām slodzēm. Tas parasti atbilst elastīgajam būves deformēšanās apgabalam. Galvenā robežstāvokļu aprēķinu pielietošanas jēga slēpjas apstākļī, ka vienīgais drošības koeficients tiek aizstāts ar trim (pārslodzes koeficients, materiāla drošības koeficients, darba nosacījumu koeficients), kuri dažādos ekspluatācijas apstākļos ir visai atšķirīgi un tādā veidā ļauj daudz precīzāk ievērtēt reālos konstrukcijas darba apstākļus.

Būvmehānikā ar terminu „būves aprēķins” parasti saprot iekšējo piepūļu un pārvietojumu noteikšanu. Tātad **iekšējo piepūļu un pārvietojumu aprēķina metodes arī sauc par būvju aprēķina metodēm**. Šīs metodes var būt gan analītiskas, gan arī skaitliskas. Ja analītiskās metodes dod integrāla rakstura rezultātus, tad skaitlisko metožu rezultātiem ir izteikti diferencēts raksturs – tie piemērojami vienam konkrētam uzdevuma nosacījumos fiksētajam gadījumam. Būtiska analītisko metožu priekšrocība ir to risinājumu vispārīgais raksturs. Tas paver plašas iespējas vispārināt iegūtos rezultātus uz citiem analoga veida uzdevumiem un veikt pētāmās problēmas analīzi – novērtēt dažādu faktoru iespaidu uz attiecīgās konstrukcijas darbu.

1.2. Slodzes

Ārējos aktīvos spēkus, kuri iedarbojas uz būvi, sauc par slodzi. Slodzēm var būt kā **nepārtraukts**, tā arī **koncentrēts** raksturs. Ar jēdzienu nepārtraukta slodze saprotam pa virsmu izkliedētu slodzi, kuru raksturo tās intensitāte (kN/m^2). Siju gadījumā vienmērīgo slodzi attiecina uz sijas garumu un mēra kN/m . Gadījumos, kad virsmas slodze sadalīta pa mazu laukumu salīdzinot ar konstrukcijas izmēriem, to aizstāj ar kopspēku,

ko uzskata par koncentrētu slodzi.

Pēc slodzes darbības ilguma tās iedala **īslaicīgās** un **ilglaicīgās** slodzēs. Ilglaicīgas ir slodzes, kuras iedarbojas uz būvi nepārtraukti. Tipiska ilglaicīgā slodze ir pašsvars. Īslaicīgo slodžu iedarbībai ir visai ierobežots darbības laiks. Īslaicīgās slodzes iedalās kustīgās un nekustīgās slodzēs. Kustīgās slodzes pārvietojas pa būvi (transportlīdzekļi). Nekustīgās slodzes noteiktu laiku nemaina savu stāvokli (ēku iekārtas).

Pēc iedarbības rakstura slodzes iedala **statiskās** un **dinamiskās**. Statiskām slodzēm raksturīgi, ka tās nemaina savu lielumu, virzienu un stāvokli. Pārējās ir dinamiskās slodzes. Gadījumos, kad mainīgās slodzes lielums izmainās plūstoši, ar mazu izmaiņas gradientu un to izmaiņas dinamika rada inerces spēkus, kuri ir salīdzinoši mazi ar pašām slodzēm, tad šādas slodzes tuvināti var uzskatīt par statiskām. Vispārīgā būvmehānikas kursā tiek analizētas tikai statisko slodžu iedarbības.

Inženierbūvju aprēķins sākas ar ārējo slodžu noteikšanu un analīzi. Tā rezultātā tiek iegūta informācija par slodžu darbības raksturu - to lielumu, izvietojumu un darbības ilgumu.

Raksturīgākie slodžu veidi ir:

1. Lietderīgās slodzes, kuru uzņemšanai arī tiek izveidotas inženierbūves. Šīs slodzes rada būvē izvietotās iekārtas, būvi noslogojošais transports (vilcieni, automašīnas, kustīgie krāni un to noslodze), hidrostatiskais spiediens ūdens tilpnes norobežojošās konstrukcijās, zemes spiediens uz atbalsta sienām u.c. Lietderīgās slodzes nosaka projekta uzdevums, tehniskie noteikumi un standarti.

2. Konstrukcijas pašsvaru veido nesošo konstrukciju svars, pārklājumu svars, palīgkonstrukciju (apmetums, apšuvums, aizsargrežģi, margas) svars. Konstrukcijas svaru nosaka summējot visu konstrukcijas elementu svarus. Tos aprēķina izmantojot šo elementu ģeometriskos izmērus un pielietojamā materiāla īpatnējo svaru. Palīgkonstrukciju (stalažu) svars parasti dots vai paredzēts jau pirms projektēšanas uzsākšanas. Plānotā konstrukcijas pašsvara noteikšanai tiek lietotas sekojošas metodes:

- pašsvara noteikšana, izmantojot praksē pastāvošas konstrukcijas svara analogiju līdzīgas lietderīgās slodzes gadījumā;
- pašsvara noteikšana pakāpenisko tuvinājumu veidā.

Pielietojot pakāpenisko tuvinājumu metodi, pieņem pirmo pašsvara tuvināto vērtību un uz tās pamata nosaka nesošās konstrukcijas elementu izmērus un svaru. Izmantojot tādā veidā iegūto svaru, atkārtoti aprēķinu un iegūst jaunu svara vērtību. Šādu paņēmieni pielieto visai vienkāršu konstrukciju gadījumos, kuru vairākkārtīgi aprēķini nerada grūtības.

Eksistē arī citi nesošo konstrukciju svara noteikšanas paņēmieni.

3. Atmosfēras slodzes veido sniega un vēja iedarbība. Sniega slodze tiek normēta atbilstošajiem klimatiskajiem apstākļiem. Parasti tiek analizēti gadījumi, kad sniega slodze nosedz pārsegumu daļēji, pilnīgi vai pusi no tā.

Normatīvo sniega slodzi uz pārseguma horizontālās projekcijas laukuma vienību nosaka izmantojot izteiksmi:

$$P_{sniega} = cp,$$

kur p – sniega segas svars uz laukuma vienību;

c – pārseguma profilu ievērtējošs koeficients (skat. būvnormatīvus).

Latvijas apstākļos tiek izmantota vērtība $p = 0,7 \text{ kPa}$.

Arī vēja slodze tiek normēta. Normatīvo vēja slodzi pieņem perpendikulāru ēkas vai tās daļas virsmai un aprēķina reizinot vēja ātruma intensitāti (kPa) ar aerodinamisko koeficientu. Vēja ātruma intensitāte ir atkarīga no augstuma virs zemes līmeņa. Latvijas teritorijā ir pieņemts, ka

Augstums virs zemes līmeņa	10 m	20 m	100 m
Vēja ātruma intensitāte (kPa)	0,3	0,4	1

jūras piekrastes joslā (100 km platumā gar jūras krastu) pieņemts

Augstums virs zemes līmeņa	10 m	20 m	100 m
Vēja ātruma intensitāte (kPa)	0,55	0,7	1,5

Aerodinamiskā koeficienta vērtība mainās atkarībā no būvju virsmas rakstura (sīkāka informācija būvnormatīvos).

Nosakot konstrukcijas stiprību, stingrību vai noturību analīzē trīs veida slodzes: pamatslodzes, papildslodzes un īpašās slodzes

Pamatslodzes darbojas uz būvi regulāri vai arī nepārtraukti. Tādas, piemēram, ir lietderīgā slodze, pašsvars un sniega slodze.

Papildslodzes uz būvi darbojas neregulāri. Tādas slodzes ir vēja slodze, paaugstinātas intensitātes lietderīgā slodze, temperatūras izmaiņas un balstu sēšanās dēļ radusies slodze statistiski nenoteicamās sistēmās.

Īpašās slodzes rodas tikai izņēmuma gadījumos. Tādas var būt seismiskās slodzes, plūdu izraisītais ūdens spiediens u.c.

Veicot būvju aprēķinus, ņem vērā dažādas šo slodžu kombinācijas, katrā no gadījumiem izvēloties atšķirīgus drošības koeficientus un pieļaujamus spriegumus. Tā, piemēram, stieptiem, spiestiem un liektiem metāla stieņiem pamatslodzes gadījumā pieļaujamais spriegums ir 160 MPa, bet vienlaicīgas pamatslodzes un papildslodzes darbības gadījumā šis spriegums ir 180 MPa. Ievērtējot arī īpašās slodzes, šī sprieguma vērtība palielinās vēl par 25 %.

1.3. Būves aprēķinu shēma

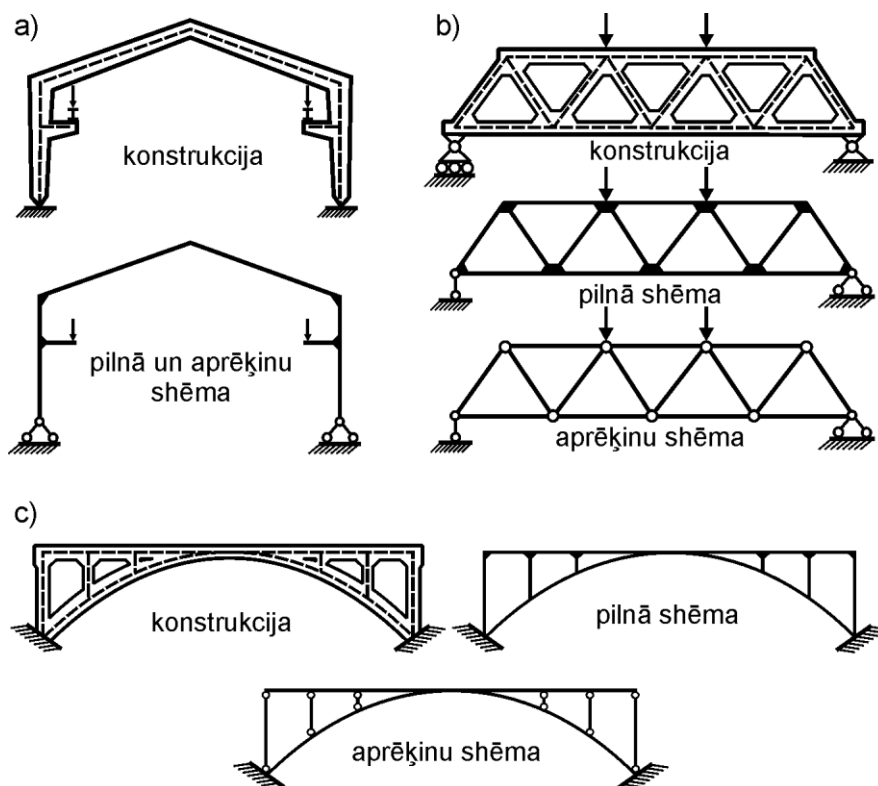
Visu būves izmēru un tās elementu formas īpatnību un to sadarbības ievērtēšana būvju aprēķinos ir kā teorētiski tā praktiski ļoti sarežģīts uzdevums un reāli netiek risināts. Būvmehānikā līdzīgi kā visās zinātnes nozarēs tiek izmantota zinātniska abstrakcija, kuras rezultātā reālās būves tiek aizstātas ar to shēmām.

Būves shēma – tā ir vienkāršots būves attēls, kurš nosaka slogotas būves izturēšanos, ievērtējot tikai būtiskākos tās aspektus.

Shēmā stieņi tiek aizstāti ar līnijām, kuras savieno stieņu šķēlumu smagumcentrus. Šīs līnijas ir stieņu asis. Reālās balstu ierīces tiek aizstātas ar ideālām balstu saitēm. Slodze no konstrukcijas elementu virsmas tiek pārnesta uz to asīm.

Būvju aprēķini tiek veikti izmantojot aprēķinu shēmas. Gadījumos, ja būves pilnā shēma ir pietiekami vienkārša aprēķinu veikšanai, tā arī tiek izmantota par aprēķinu shēmu. Pārējos gadījumos tiek veikta pilnās shēmas vienkāršošana, atmetot mazāk būtiskos fakto-

rus. Tātad var teikt, ka aprēķinu shēma ir vienkāršota pilnā būves shēma (att. 1.1).



att. 1.1

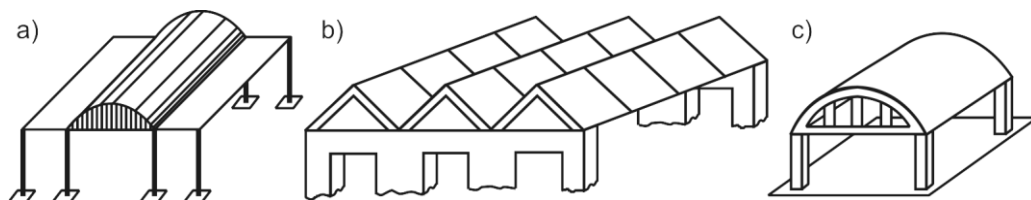
Aprēķinu shēmas izvēle ir sarežģīts un atbildīgs darbs. No tās pirmām kārtām ir atkarīga aprēķinu kvalitāte. Izmantojot nepareizu aprēķinu shēmu, pat ļoti precīzas aprēķinu metodes dod kļūdainu rezultātu.

Tuvinātu aprēķinu veikšanai var izmantot mazāk precīzas aprēķinu shēmas, bet veicot galīgos aprēķinus, šīs shēmas jāprecizē. Iegūtie rezultāti jāsalīdzina un jānovērtē to precizitāte.

Datoru iespējas bieži vien pieļauj par aprēķinu shēmu izmantot konstrukcijas pilno shēmu un tātad ievērtēt mazāk būtiskus inženierbūves konstruktīvās darbības faktoros.

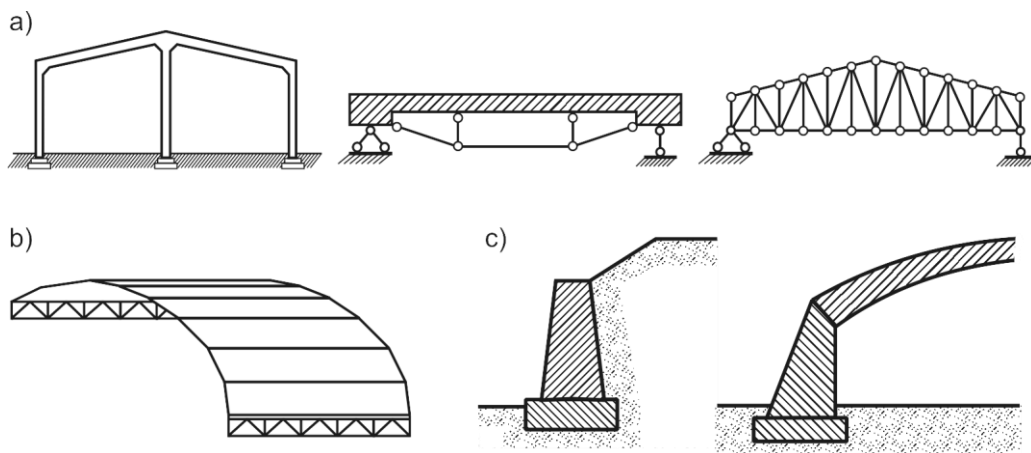
Lielākā inženierbūvju daļa ir sarežģītas sistēmas konstrukcijas. Tā, piem., (att. 1.2a) attēlotie pārsegumi sastāv no stieņiem, plātnēm, cilindriskām čaulām. Tāda veida inženierbūvju aprēķinu metodes ir visai sarežģītas. Līdz ar to viens no grūtākajiem uzde-

vumiem ir izvēlēties aprēķinu shēmu. Šī uzdevuma sekmīga veikšana ir atkarīga no inženiera erudīcijas, no viņa spējas katrā aprēķinu etapā pareizi atņemt nebūtiskos faktorus un saglabāt faktorus, kuri būtiski iespaido konstrukcijas darbu.



att. 1.2

Aprēķinu shēmas izvēli iespaido nepieciešamā aprēķina precizitāte, aprēķinam atvēlētais laiks un skaitļošanas līdzekļu pieejamība. Bieži vien pirmajā projektēšanas stadijā aprēķini tiek veikti izmantojot visai tuvinātu aprēķinu shēmu turpmākajā aprēķinu gaitā to aizvien papildinot.



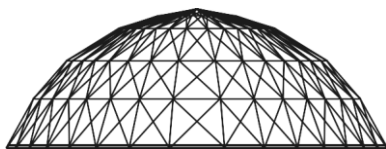
att. 1.3

Praktiski lielākā daļa inženierbūvju sastāv no dažādiem konstruktīviem elementiem (stieņiem, sijām, plātnēm, čaulām), kuri, savā starpā savienoti ar saitēm, veido vienotu konstrukciju.

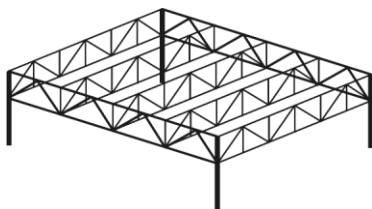
Tāpat kā inženierbūves arī to pilnās un aprēķinu shēmas būvmehānikā tiek klasificētas izmantojot dažādas to pazīmes.

Pirmām kārtām tiek veikts inženierbūvju iedalījums pēc konstrukcijas elementu vei-

diem.



att. 1.4



att. 1.5

No stieņiem veidotās konstrukcijas sauc par stieņu sistēmām (att. 1.3a). No plātnēm veidotās konstrukcijas sauc par plānsienu prizmatiskām sistēmām (att. 1.3b), bet sistēmas, kuru elementu izmēri trīs savstarpēji perpendikulāros virzienos ir samērojami, sauc par masīvām sistēmām (att. 1.3c).

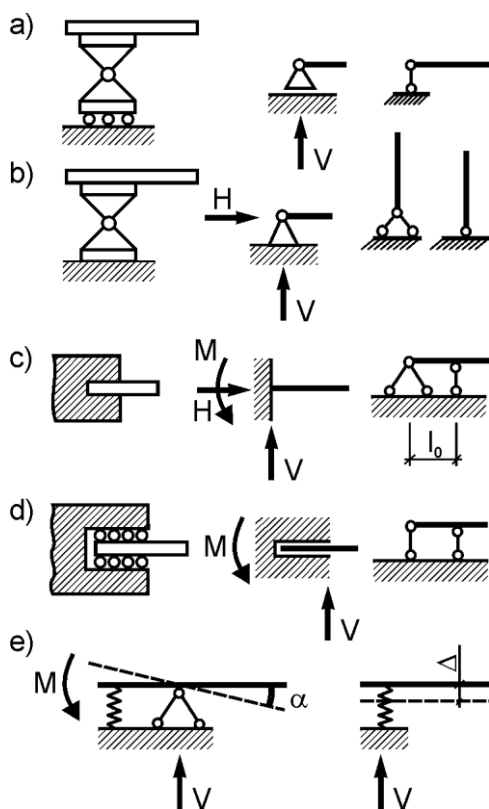
Pēc konstruktīvo elementu izvietojuma īpatnībām stieņu sistēmas sadala plakanās un telpiskās sistēmās. Par telpiskām uzskata sistēmas, kuru elementu asis vai slodzes neatrodas vienā plaknē (att. 1.4).

Plakano sistēmu elementu asis un tām pielikto ārējo slodžu darbības virzieni praktiski atrodas vienā plaknē. Plakanas sistēmas visai reti tiek izmantotas kā patstāvīgi inženierdarinājumi. Parasti tās veido telpisku inženierbūvju sastāvdaļas, bet bieži vien (slodze darbojas plakanās konstrukcijas plaknē) var tikt aprēķinātas kā patstāvīgas konstrukcijas. Tas būtiski vienkāršo aprēķinus. Tā, piemēram, angāra metāliska karkasa (att. 1.5) visi trīs izmēri ir samērojami un konstrukcija jāuzskata par telpisku. Tomēr veicot šāda karkasa projektēšanu visai pamatots ir pieņēmums par tā sadalīšanu plakanās sistēmās: galvenajās kopnēs un tām šķērsās papildus kopnēs, kuras balstās uz galvenajām un savukārt balsta angāra pārsegumu.

1.4. Balstu konstrukciju kinemātiskā analīze

Būvdarinājumi savā būtībā ir uz nekustīgiem balstiem veidotas laikā un telpā ģeometriski nemainīgas konstrukcijas, kuras spēj uzņemt ekspluatācijas slodzes, saglabājot konstrukcijas nestspēju. Par balstiem sauc konstruktīvus veidojumus, kas savieno būvi ar nekustīgiem pamatiem un pilnīgi vai daļēji ierobežo tās kustību. Visi praksē lietotie balsti ir telpiskas konstrukcijas. Plakanās sistēmās balsti strādā kā plakanas konstrukcijas, jo ierobežo sistēmas pārvietojumus plaknē. Būves un balstu saskares vietā rodas balstu reakcijas. Attiecībā pret būvi balstu reakcijas ir pasīvi ārējie spēki, kuri

nevar mainīt būves stāvokli, bet tikai līdzsvaro ārējo slodzi. Balstu reakcijas ir vektoriāli lielumi un tās raksturo pielikšanas punkts, reakcijas virziens un lielums.



att. 1.6

Par galvenajiem balstu tipiem, kuri tiek lietoti konstruktīvu sistēmu saistīšanai ar pamatiem, uzskatāmi:

- Kustīgs locīklas balsts;
- Nekustīgs locīklas balsts;
- Iespīlēts nekustīgs balsts;
- Iespīlēts kustīgs balsts;
- Elastīgs balsts.

Kustīgs locīklas balsts (att.1.6a) sastāv no divām savstarpēji balansējošām daļām, starp kurām ievietots cilindruveida veltnis. Apakšējā daļa pa atbalsta plakni var pārvietoties virzes kustībā, kuru realizē veltnu sistēma. Šī veida balstam ir divas kustības brīvības pakāpes. Balsts neierobežo būves horizontālo pārvietojumu un pagriezienu ap cilindriskā veltna centru, bet ierobežo tikai vertikālo pārvietojumu. Ierobežotā pārvie-

tojuma virzienā balstā rodas spēks - balsta reakcija V perpendikulāri atbalsta plaknei. Būvju shēmā kustīgo locīklu attēlo stieņa veidā, kura galos ir locīklas (att.1.6a).

Nekustīgs locīklas balsts (att. 1.6b) konstruktīvi atšķiras no iepriekšējā veida balsta ar to, ka tam nav virzes kustību nodrošinošo gultņu. Līdz ar to šī veida balstam ir tikai viena kustības brīvības pakāpe, t.i. pagrieziens ap veltna asi. Reakcija šādā balstā ir spēks, kurš iet caur locīklas centru, bet tā virziens var būt patvaļīgs. Šo virzienu nosaka reakcijas komponentu (piem., horizontālās un vertikālās) attiecība. Shematiski šādu balstu veidu attēlo ar diviem saejošiem stieņiem, kuru galos ir ideālas locīklas. Stieņu orientāciju var izvēlēties patvaļīgi. Plašāk izmantojamās locīklu shēmas parādītas att. 1.6b.

Nekustīgs iespīlēts balsts (att. 1.6c) ir balsts kuram nav brīvības pakāpju. Šāda balsta reakciju nosaka trīs parametri, piem., kāda spēka caur patvaļīgu punktu vērtība un virziens un moments pret šo punktu. Šādu reakciju var stādīt priekšā arī kā nekustīgas locīklas reakciju un reaktīvo momentu šai locīklā. Shematiski iespīlēšanu var attēlot att. 1.6c parādītos veidos. Otrā gadījumā, lai varētu iespīlēšanu uzskatīt par absolūti stingru, attālumam ℓ_0 jābūt ļoti mazam, vai stienim ar garumu ℓ_0 jābūt bezgalīgi stingam.

Iespīlēts kustīgs balsts (slīdošs iespīlējums, att. 1.6d) pieļauj mezgla horizontālu pārvietošanos, bet izslēdz tā pagriešanos. Šai gadījumā reakcijas horizontālā komponente ir nulle. Jānosaka balsta vertikālā reakcija un moments iespīlējumā. Shematiski iespīlēts kustīgs balsts tiek attēlots ar diviem paralēliem stieniem.

Elastīgiem balstiem (att. 1.6e) atšķirībā no iepriekšējiem balstu veidiem, kuros katra balsta saite ir stinga, dažas no saitēm pieļauj pārvietojumus šo saišu virzienos. Atbilstošās reaktīvās piepūles nav konstantas, bet mainās balstiem pārvietojoties. Šāda tipa balstu piemērs ir balsti, kuri var elastīgi pagriezties ap balsta asi. Šādu balstu reaktīvais moments parasti ir proporcionāls pagriezienu leņķim:

$$M = -k_M \alpha .$$

Lineāri saspiežamu balstu gadījumā (att. 1.6e) reaktīvā vertikālā reakcija parasti tiek uzskatīta par proporcionālu balsta pārvietojumam:

$$V = -k_V \Delta .$$

Šajās sakarībās parametri k_M un k_V ir proporcionalitātes koeficienti un raksturo balstu padevīgumu.

Proporcionalitātes koeficients, kurš tiek saukts arī par **padevīguma koeficientu**, ir konkrētai gruntij konstants lielums. Koeficients k_V raksturo grunts pretspiedienu, kāds veidojas balstā saspiežot grunti par vienu vienību. Dažādām gruntīm padevīguma koeficienta vērtības ir atšķirīgas un var mainīties visai plašā diapazonā. Eksperimentālie pētījumi rāda, ka **maza blīvuma gruntīm** (plūstoša smiltis, svaigs smilšu uzbērums, slapjš māls), **vidēja blīvuma gruntīm** (nostāvējusies smiltis, šķembas), **blīvām gruntīm** (blīva nostāvējusies smiltis, sauss māls) un **cietām gruntīm** (kaļķakmens, smilšakmens) padevīguma koeficientu vērtības attiecas kā 1 : 5 : 50 : 200.

2. PLAKANU STIEŅU SISTĒMU STRUKTŪRAS ANALĪZE

Ekspluatācijas gaitā jebkura reāla būve ārējo iedarbību rezultātā kaut nedaudz maina sākotnējo formu un izmērus. Sistēmas, kurās to elementu savstarpējā izvietojuma un izmēru maiņa iespējama tikai sistēmas elementu deformēšanās dēļ, sauc par ģeometriski nemainīgām, bet sistēmas, kurās to elementu savstarpējā pārvietošanās iespējama bez šo elementu deformēšanās, sauc par ģeometriski mainīgām sistēmām.

Sistēmas, kuras deformēšanās sākuma momentā ir ģeometriski mainīgas un pēc tam kļūst nemainīgas sauc par acumirkļīgi mainīgām sistēmām. Šādām sistēmām raksturīgas lielas iekšējās piepūles un pārvietojumi.

Būvpraksē virszemes celtniecībā tiek izmantotas vienīgi ģeometriski nemainīgas sistēmas.

Pazemes būvju celtniecībā atsevišķos gadījumos var tikt pielietotas ģeometriski mainīgas sistēmas. Tādi ir speciāla profila pazemes lokveida vai gredzenveida nostiprinājumi, kuri izveidoti tā, ka sasniedzot noteiktu uz stiprinājumu darbojošās slodzes lielumu, notiek sistēmas elementu slīdēšana un fiksācija.

Pirms būves aprēķinu veikšanas, pēc aprēķinu shēmas izvēles, nepieciešams veikt būves struktūras analīzi un pārliecināties, ka sistēma ir ģeometriski nemainīga.

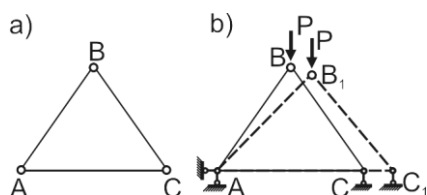
Jebkura ierīce, kura ierobežo sistēmas punktu vai elementu savstarpējā stāvokļa maiņu, ir saite. Saišu skaitam un to savstarpējam izvietojumam, pirmkārt, jānodrošina būves nekustību attiecībā pret nekustīgu pamatu, un, otrkārt, pašas sistēmas ģeometrisko nemainīgumu.

Saiti, kuru atmetot, ģeometriski nemainīga sistēma kļūst par mainīgu, sauc par nepieciešamu (obligātu). Ja atmetot kādu ģeometriski nemainīgās sistēmas saiti, sistēma paliek ģeometriski nemainīga, tad šādu saiti sauc par lieku (neobligātu).

Ierīces, kuras savieno būvi ar tās pamatiem un ierobežo būves pārvietojumus, sauc par balstiem. Visi praksē lietojamie balsti ir telpiskas konstrukcijas. Plakanās sistēmās balsti strādā kā plakanas konstrukcijas, jo ierobežo sistēmas pārvietojumus plaknē.

2.1. Ģeometriski nemainīgas un mainīgas sistēmas

Viena no galvenajām prasībām, kas tiek izvirzīta jebkurai konstrukcijai, ir prasība, lai tā saglabātu savu sākotnējo formu visā ekspluatācijas laikā. Šādai prasībai atbilst tā saucamās *ģeometriski nemainīgās sistēmas*.



att. 2.1

Sistēmas, kas sastāv no trijiem ar locīklām savienotiem stieņiem – locīklu trīsstūra (att. 2.1a) forma nemainīsies ekspluatācijas laikā, jo trīsstūri viennozīmīgi var uzdot uzdodot tā malu garumus.

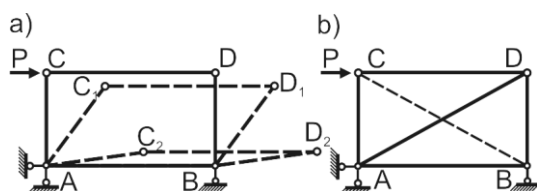
Tomēr, slogojot ar ārējo slodzi, šā trīsstūra forma nedaudz mainīsies sistēmas elementu deformēšanās rezultātā (att. 2.1b).

Par **ģeometriski nemainīgu** sauc sistēmu, kuras forma var mainīties tikai sistēmas elementu deformēšanās rezultātā.

Nemainīgas sistēmas raksturīga īpašība ir tā, ka tās elementi nevar mainīt savu novietojumu vienam attiecībā pret otru un pret zemi bez sistēmas elementu izmēru maiņas.

Locīklu trīsstūris ir visvienkāršākā ģeometriski nemainīgā sistēma.

Par **ģeometriski mainīgu** sauc sistēmu, kuras forma var būtiski mainīties tās elementiem pārvietojoties vienam attiecībā pret otru vai attiecībā pret zemi bez šo elementu deformēšanās.



att. 2.2

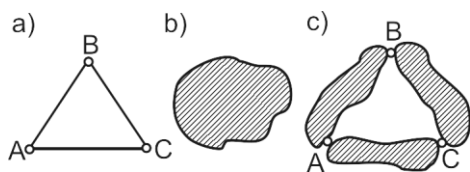
Mainīgas sistēmas raksturīga īpašība ir tā, ka tās formas izmaiņa izsauc sistēmas elementu galīgus pārvietojumus bez to izmēru maiņas (att. 2.2a).

Lai novērstu sistēmas ģeometrisku mainību sistēmā jāievieš papildus saites, piemēram, viens vai otrs diagonālstenis att. 2.2b parādītajai sistēmai.

Celtniecībā lieto tikai ģeometriski nemainīgas sistēmas, vai tādas, kas kļūst ģeometriski nemainīgas tās pievienojot ģeometriski nemainīgam pamatam (zemei).

2.2. Sistēmas kustības brīvības un mainīguma pakāpe

Lai veiktu sistēmas struktūras analīzi jāieved tādi jēdzieni kā **disks**, **sistēmas kustības brīvības pakāpe** un **mainīguma pakāpe**.



att. 2.3

Par **disku** sauc atsevišķu sistēmas elementu, kas veido plakanu sistēmu (vienkāršs disks), veselu nemainīgu plakanu sistēmu vai tās nemainīgu daļu (paplašināts disks) vai nemainīgu pamatu.

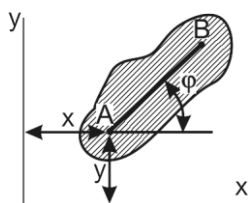
Tātad, piemēram, apskatot kopni, par disku var ņemt atsevišķu stieni, visu nemainīgu kopni vai tās nemainīgu daļu, kā arī zemi.

Jebkuru disku pieņemts attēlot kā patvaļīgas formas plakanu figūru. No struktūranalīzes viedokļa att. 2.3a,b,c attēlotie gadījumi ir pilnīgi analogi. Visi viņi parāda ģeometriski nemainīgu sistēmu – locīklu trīsstūri. Par cik locīklu trīsstūris ir ģeometriski nemainīga sistēma, mēs to varam ņemt par disku. Tikpat labi par disku var ņemt arī katru sistēmas stieni.

Par **sistēmas kustības brīvības pakāpi** (apzīmē ar **W**) sauc minimālo ģeometrisko parametru skaitu, kas neatkarīgi viens no otra mainās sistēmai pārvietojoties attiecībā pret zemi.

Tātad kustības brīvības pakāpe tiek rēķināta attiecībā pret zemi.

Noskaidrosim kāda ir kustības brīvības pakāpe brīvam, pie zemes nepiestiprinātam diskam (att. 2.4).



att. 2.4

Pieņemam, ka koordinātu sistēma x, y ir piesaistīta zemei. Uz diska nofiksējam taisni AB . Diska stāvokli telpā šajā gadījumā viennozīmīgi nosaka trīs parametri: punkta A koordinātes x un y un taisnes AB pagrieziens leņķis pret horizontālo virzienu φ . Šie paši trīs parametri mainās arī diskam pārvietojoties attiecībā pret zemi un tātad *brīva, pie zemes nepiestiprināta diska*

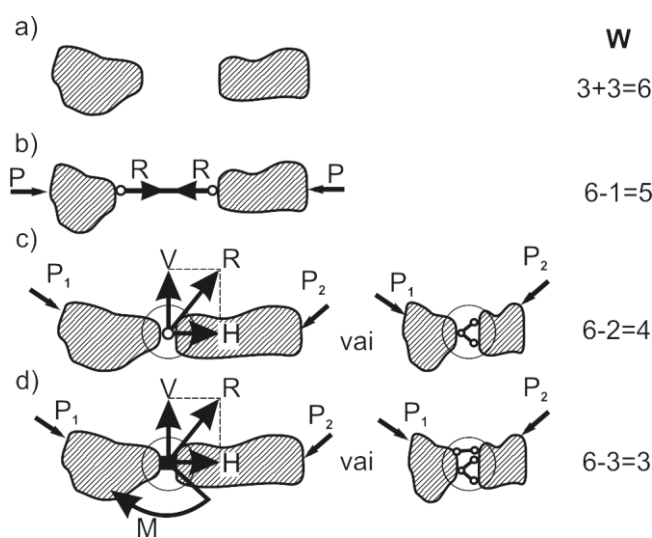
kustības brīvības pakāpe ir vienāda ar 3.

Sistēmas kustības brīvības pakāpi var ierobežot ievēdot saites. Apskatīsim sistēmu, kas

sastāv no diviem brīviem diskām (att. 2.5a). Katra diska kustības brīvības pakāpe ir 3 un līdz ar to sistēmas kustības brīvības pakāpe ir 6. Lai samazinātu sistēmas kustības brīvības pakāpi varam izmantot sekojošas saites:

1. **pirmā veida saite – stienis ar locīklām galā** (att. 2.5b). Šādā saitē var rasties reakcija stieņa ass virzienā un šāda saite ierobežo divu disku savstarpējo pārvietojumu virzienā, kas sakrīt ar stieņa virzienu. *Pirmā veida saite samazina sistēmas kustības brīvības pakāpi par vienu vienību.*

Apskatāmās sistēmas kustības brīvības pakāpe šajā gadījumā kļūst vienāda ar 5.



att. 2.5

W

$$3+3=6$$

$$6-1=5$$

$$6-2=4$$

$$6-3=3$$

2. **otrā veida saite – vienkārša cilindriska locīkla** (att. 2.5c). Šādā saitē reakcija vispārīgā gadījumā var rasties patvaļīgā virzienā. Šo reakciju vienmēr varam sadalīt vertikālā un horizontālā komponentē V un H . Vienkārša cilindriska locīkla ierobežo divu disku savstarpējo pārvietojumu vertikālā un horizontālā virzienā (ne-ierobežo disku savstarpējo

pagriezienu) un samazina sistēmas kustības brīvības pakāpi **par divām vienībām**.

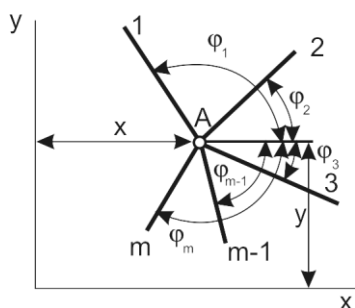
Apskatāmās sistēmas kustības brīvības pakāpe šajā gadījumā kļūst vienāda ar 4. Vienkārša cilindriska locīkla ir ekvivalenta diviem stieņiem ar locīklām galā.

3. **trešā veida saite – vienkārša stinga saite** (att. 2.5d). Šādā saitē var rasties reakcija patvaļīgā virzienā, kuru varam sadalīt vertikālā un horizontālā komponentē V un H un moments M . Vienkārša stinga saite neļauj diviem diskām pārvietoties vienam attiecībā pret otru ne vertikālā ne horizontālā virzienā ne arī pagriezties un samazina sistēmas kustības brīvības pakāpi **par trim vienībām**.

Apskatāmās sistēmas kustības brīvības pakāpe kļūst vienāda ar 3. Šāda kustības brīvī-

bas pakāpe ir brīvam diskam un mēs varam teikt, ka vienkārša stinga saite apvieno divus diskus vienā paplašinātā diskā. Vienkārša stinga saite ir ekvivalenta trim stieņiem ar locīklām galā.

Ja locīkla vai stinga saite savieno vairāk par diviem diskām, tad šādas saites sauc par **saliktām**. Katra salikta saite, kura savieno m stieņus, ir ekvivalenta $m-1$ vienkāršai saitei.

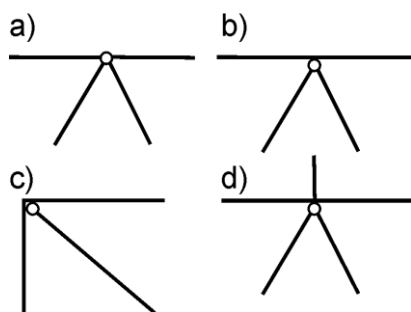


att. 2.6

Lai pierādītu šo izteikumu saliktas locīklas gadījumā, apskatīsim sistēmu, kas sastāv no m diskām divos stāvokļos: stāvoklī, kad visi diski ir brīvi, un stāvoklī, kad tie ir savienoti ar saliktu locīklu. Kustības brīvības pakāpes izmaiņa pārejot no viena stāvokļa otrā parādīs, par cik sistēmas kustības brīvības pakāpi ir samazinājusi ievestā saliktā locīkla.

Pirmajā stāvoklī, kad visi sistēmas diski ir brīvi, sistēmas kustības brīvības pakāpe ir vienāda ar trīskāršotu disku skaitu $3m$ (katra brīva diska kustības brīvības pakāpe ir 3).

Lai noteiktu sistēmas kustības brīvības pakāpi otrajā stāvoklī, apskatām att. 2.6. Visu sistēmas disku (stieņu) stāvokli nosaka p -ta A koordinātes x un y un katra stieņa pagrieziena leņķis pret horizontālo virzienu φ_m , tātad sistēmas kustības brīvības pakāpe otrajā stāvoklī būs vienāda ar $m+2$. Ievestā saliktā locīkla ir samazinājusi sistēmas kustības brīvības pakāpi par lielumu



att. 2.7

$$3m - (m+2) = 2m - 2 = 2(m - 1).$$

Tā kā katra vienkārša locīkla samazina sistēmas kustības brīvības pakāpi par 2 vienībām, tad mēs redzam, ka saliktā locīkla ir ekvivalenta $m-1$ vienkāršai locīklai, ko arī vajadzēja pierādīt.

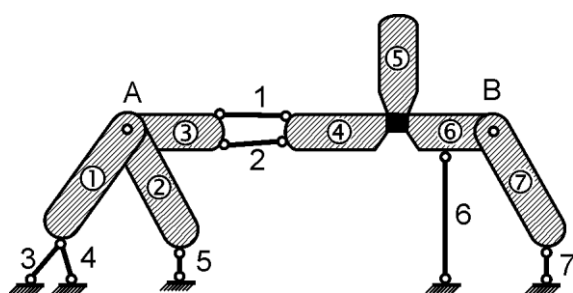
Att. 2.7a parādītā locīkla savieno četrus stieņus un ir ekvivalenta trim vienkāršām locīklām. Šādu

locīklu sauc par trīskāršu. Att. 2.7b un d parādītās locīklas ir divkāršas, bet att. 2.7c parādītā locīkla ir vienkārša.

Iegūsim sakarību kustības brīvības pakāpes noteikšanai pie zemes piestiprinātai sistēmai, kas sastāv no lielāka skaita disku (piemēram, att. 2.8 attēlotajai sistēmai). Ievēdīsim sekojošus apzīmējumus:

D – disku skaits sistēmā (lai atvieglotu aprēķinus, ieteicams pēc iespējas izvēlēties paplašinātus diskus);

L – summārais vienkāršo un uz vienkāršajām reducēto salikto locīklu skaits. Lai iegūtu **L**, vispirms saskaitām vienkāršās locīklas, tas ir tādas, kas savieno divus diskus un apzīmējam ar L_2 . Pēc tam saskaitām divkāršās locīklas, tas ir tādas, kas savieno trīs dis-



att. 2.8

kus un apzīmējam ar L_3 . Par cik katra divkārša locīkla ir ekvivalenta divām vienkāršām locīklām, L_3 pareizina ar 2. Pēc tam saskaitām trīskāršās locīklas, tas ir tādas, kas savieno četrus diskus un apzīmējam ar L_4 . Par cik katra trīskārša

locīkla ir ekvivalenta trijām vienkāršām locīklām, L_4 pareizinām ar 3. Analogi tiek saskaitītas visas locīklas. Iegūtos rezultātus apvienojam vienā izteiksmē:

$$L = 1 \cdot L_2 + 2 \cdot L_3 + 3 \cdot L_4 + 4 \cdot L_5 + \dots; \quad (2.1)$$

Analogu izteiksmi iegūstam arī summārajam vienkāršo un uz vienkāršajām reducēto stingo saišu skaitam **C**:

$$C = 1 \cdot C_2 + 2 \cdot C_3 + 3 \cdot C_4 + 4 \cdot C_5 + \dots; \quad (2.2)$$

S_{sist} – sistēmas stieņu skaits, tas ir tādu pirmā veida saišu skaits, kas savieno savā starpā diskus (att. 2.8, stieņi 1 un 2);

S_{atb} – atbalststieņu skaits, tas ir tādu pirmā veida saišu skaits, kas pievieno sistēmu zemei (att. 2.8, stieņi 3-7).

Lai iegūtu sistēmas kustības brīvības pakāpi, sākumā pieņemam, ka visi diski ir brīvi. Šajā gadījumā sistēmas kustības brīvības pakāpe ir vienāda ar **3D**.

Izveidotās saites samazina sistēmas kustības brīvības pakāpi sekojošā veidā:

1. locīklas - par lielumu **2L**, jo katra vienkārša locīkla samazina sistēmas

kustības brīvības pakāpi par 2 vienībām;

2. stingās saites - par lielumu **3C**, jo katra vienkārša stinga saite samazina sistēmas kustības brīvības pakāpi par 3 vienībām;

3. sistēmas stieņi - par S_{sist} ;

4. atbalststieņi - par S_{atb} .

Rezultātā pie zemes piestiprinātas sistēmas kustības brīvības pakāpi **W** nosaka izteiksme:

$$W = 3D - (2L + 3C + S_{\text{sist}} + S_{\text{atb}}). \quad (2.3)$$

Gadījumā ja visus diskus, kas savienoti ar stingām saitēm, apvienojam paplašinātos diskos, varam iztikt bez stingo saišu uzskaitīšanas un izteiksme sistēmas kustības brīvības pakāpes **W** noteikšanai vienkāršojas:

$$W = 3D - (2L + S_{\text{sist}} + S_{\text{atb}}). \quad (2.4)$$

Att. 2.8 parādītajai sistēmai diskus 4, 5 un 6 apvienojam vienā paplašinātā diskā. Līdz ar to stingās saites var neievērot un kopējais disku skaits sistēmā ir 5. Atrodam summāro vienkāršo un uz vienkāršajām reducēto salikto locīklu skaitu (ir viena vienkārša un viena divkārša locīkla):

$$L = 1 \cdot L_2 + 2 \cdot L_3 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 3.$$

Sistēmai ir divi sistēmas stieņi (stieņi 1 un 2) un pieci atbalststieņi (stieņi 3-7). Izmantojot sakarību kustības brīvības pakāpes noteikšanai iegūstam

$$W = 3D - (2L + S_{\text{sist}} + S_{\text{atb}}) = 3 \cdot 5 - (2 \cdot 3 - 2 - 5) = 2.$$

Tātad att. 2.8 attēlotās sistēmas kustības brīvības pakāpe ir 2.

Jāatzīmē, ka disku izvēle veicot sistēmas struktūras analīzi ir samērā brīva. Stieņi varam apskatīt gan kā stieņi, gan kā disku. Aprēķina rezultāts no tā nedrīkst mainīties. Piemēram, att. 2.8 parādītajai sistēmai stieņus 1 un 2 varam uzskatīt par atsevišķiem diskkiem. Tādā gadījumā sistēmā būs 7 diskus, aprēķinot L būs jāņem 5 vienkāršas un viena divkārša locīkla, sistēmas stieņu nebūs vispār, bet atbalststieņi tāpat paliek 5:

$$L = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 7; W = 3 \cdot 7 - (2 \cdot 7 + 0 + 5) = 2.$$

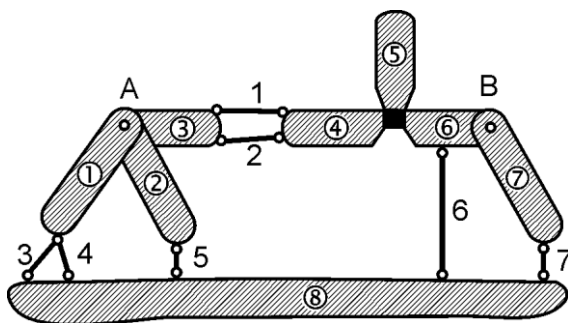
Ja apskatāmā sistēma ir brīva (nav piestiprināta pie zemes) vai zeme ir iekļauta sistēmā kā disks, sistēmai aprēķina nevis kustības brīvības pakāpi **W**, bet **mainīguma pakāpi I**

(šajā gadījumā sistēmā nav atbalststieņu):

$$I = 3(D - 1) - (2L + 3C + S_{\text{sist}}) \quad (2.5)$$

vai, ja neievērojam stingās saites

$$I = 3(D - 1) - (2L + S_{\text{sist}}). \quad (2.6)$$



att. 2.9

$$I = 3(6 - 1) - (2 \cdot 3 + 7) = 2$$

tāpat kā iepriekš.

Tātad neatkarīgi no disku izvēles un tā, vai rēķinam kustības brīvības pakāpi pie zemes piesaistītai sistēmai vai mainīguma pakāpi brīvai sistēmai vai tādai, kurā zeme ir iekļauta kā disks, iegūtais rezultāts ir viens un tas pats. Konkrētajā gadījumā 2. Ko nozīmē šis skaitlis?

Atkarībā no iegūtās sistēmas kustības brīvības pakāpes vai mainīguma pakāpes vērtības varam konstatēt:

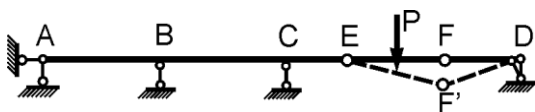
1.	$W > 0$ $I > 0$	Sistēmai nav pietiekošs saišu skaits, lai tā varētu būt ģeometriski nemainīga. Tātad sistēma ir ģeometriski mainīga.
2.	$W = 0$ $I = 0$	Sistēmai ir minimāli nepieciešamais saišu skaits, lai tā varētu būt ģeometriski nemainīga. Lai sistēma būtu ģeometriski nemainīga, nepieciešams, lai ievestās saites būtu izvietotas pareizi. Pie nepareiza saišu izvietojuma sistēma var būt ģeometriski mainīga vai acumirkļīgi mainīga. Sistēmas, kurām izpildās šis noteikums, ir statiski noteicamas. Balstu reakcijas un iekšējās piepūles šādās sistēmās var atrast izmantojot statikas vienādojumus.

3.	$W < 0$ $I < 0$	Sistēmā ir tā saucamās liekās saites, tas ir tādas, kas nav nepieciešamas sistēmas ģeometriskās nemainības nodrošināšanai. Pie nepareiza saišu izvietojuma arī šāda sistēma var būt ģeometriski mainīga vai acumirkli mainīga. Sistēmas, kurām izpildās šis noteikums, ir statiski nenoteicamas. Lai atrastu balstu reakcijas un iekšējās piepūles šādās sistēmās bez statikas vienādojumiem nepieciešami papildus vienādojumi, kas ņem vērā sistēmas deformēšanos.
----	--------------------	--

Apvienojot gadījumus 2 un 3 iegūstam sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamo nosacījumu

$$\begin{cases} W \leq 0 \\ I \leq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Lai sistēma būtu ģeometriski nemainīga, šim nosacījumam ir obligāti jāizpildās. Diemžēl šī nosacījuma izpildīšanās nenodrošina sistēmas ģeometrisku nemainību. Lai sistēma būtu ģeometriski nemainīga, saitēm sistēmā ir jābūt pareizi izvietotām.



att. 2.10

Piemēram, att. 2.10 parādītajai sijai kustības brīvības pakāpe ir vienāda ar 0 un ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums izpildās, tomēr

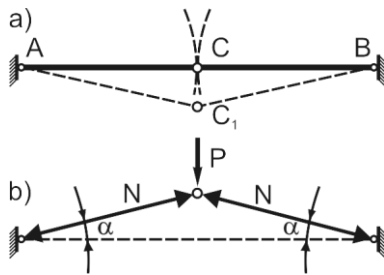
sistēma acīmredzami ir ģeometriski mainīga. Lai sija kļūtu ģeometriski nemainīga, kāds no vertikālajiem balstiem no posma AE jāpārvieto uz posmu EF vai posmu FD.

Izrādās, ka ir vesela sistēmu grupa, kurām var izpildīties sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums, bet kuras tomēr nelieto celtniecībā. Tās ir tā saucamās acumirkli mainīgās sistēmas.

2.3. Acumirkli mainīgas sistēmas

Par **acumirkli mainīgām** sauc sistēmas, kurām slogojuma sākuma momentā iespējami bezgalīgi mazi sistēmas elementu pārvietojumi bez to deformēšanās ļoti īsā laika

sprīdī, pēc kura sistēma kļūst nemainīga.



att. 2.11

Att. 2.11a parādītajai sistēmai šāds pārvietojums ir punkta C vertikālais pārvietojums.

Celtniecībā acumirkļīgi mainīgas sistēmas nelieto, jo:

1. reālā konstrukcijā „bezgalīgi mazie” pārvietojumi kļūst ievērojami;

2. šādas sistēmas elementos rodas ļoti lielas iekšējās

piepūles (piemēram, att. 2.11b parādītajai sistēmai aksiālspeks stieņos $N \rightarrow \infty$, ja leņķis $\alpha \rightarrow 0$).

Acumirkļīgi mainīgas sistēmas var atšķirt pēc sekojošām **pazīmēm**:

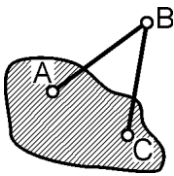
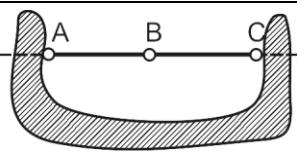
	1. triju stieņu, kas savieno divus diskus, darbības līnijas krustojas vienā punktā. Iespējamais „bezgalīgi mazais pārvietojums” ir augšējā diska pagrieziens ap stieņu darbības līniju krustpunktu.
	2. triju stieņu, kas savieno divus diskus, darbības līnijas ir paralēlas. Iespējamais „bezgalīgi mazais pārvietojums” ir augšējā diska pārvietojums horizontālā virzienā attiecībā pret apakšējo disku.
	3. trīs reālas vai fiktīvas locīklas, kas savieno trīs diskus, atrodas uz vienas taisnes. Ar „fiktīvu locīklu” šeit saprotam divu stieņu, kas savieno divus diskus darbības līniju krustpunktu. Iespējamais „bezgalīgi mazais pārvietojums” ir punkta B vertikālais pārvietojums.

Celtniecībā cenšas nelietot arī sistēmas, kuru struktūra ir tuva acumirkļīgi mainīgu sistēmu struktūrai.

2.4. Ģeometriski nemainīgu sistēmu veidošanas noteikumi

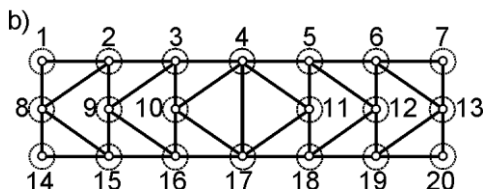
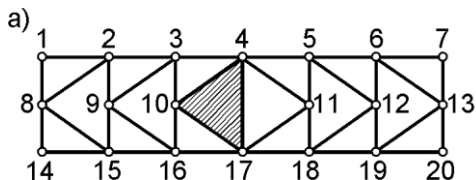
Pirms sākt izvēlētajā konstrukcijas aprēķinu ir jābūt pārliecībai, ka tā ir ģeometriski nemainīga. Lai izveidotā sistēma būtu ģeometriski nemainīga un varētu tikt izmantota celtniecībā, jāievēro noteikti ģeometriski nemainīgu sistēmu veidošanas noteikumi:

1. mezgls un disks veido ģeometriski nemainīgu sistēmu, ja mezgls pievienots diskam ar diviem stieņiem, kuru ass neatrodas uz vienas taisnes.

Pareizs savienojums	Nepareizs savienojums
	
	acumirkļīgi mainīga sistēma

Šādus divus stieņus sauc par **diādi**. Diādei piemīt divas īpašības, kuras ļoti ērti izmantot, lai no sistēmas izdalītu ģeometriski nemainīgas daļas – diskus:

a) Ja ģeometriski nemainīgai sistēmai pievieno jaunu mezglu ar diādes palīdzību, tad iegūtā sistēma arī ir ģeometriski nemainīga;



att. 2.12

b) Ja no kādas sistēmas atmetot diādi iegūtā sistēma ir ģeometriski nemainīga, tad arī sākotnējā sistēma ir bijusi ģeometriski nemainīga.

Piemērs 2.1. Veikt attēlā 2.12a parādītās kopnes struktūras analīzi.

Atrisinājums. Sākot sistēmas struktūras analīzi ieteicams izvēlēties paplašinātus diskus, tas ir, no sistēmas izdalīt ģeometriski nemainīgas daļas un turpmāk apskatīt to kā tās savstarpēji savienotas.

Šoreiz mācību nolūkā rīkosimies savādāk. Par diskkiem izvēlēsimies visus kopnes stieņus un aprēķināsim brīvas sistēmas mainīguma pakāpi I:

$$I = 3(D-1) - (2L - S_{\text{sist.}}) = 3(37-1) - (2 \cdot 54 - 0) = 0, \text{ kur:}$$

D – disku skaits sistēmā ir vienāds ar 37 (stieņu skaits);

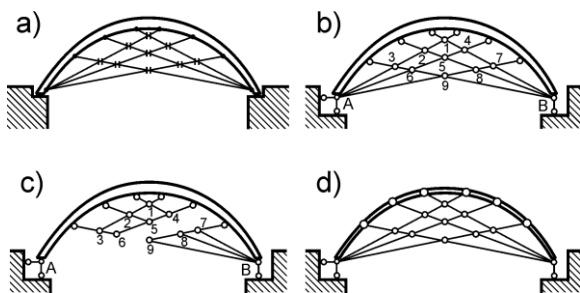
$L=1L_2+2L_3+3L_4+4L_5+....$ summārais vienkāršo un uz vienkāršām reducēto locīklu skaits ir vienāds ar 54, jo sistēma satur $L_2=4$ vienkāršas, $L_3=0$ divkāršas, $L_4=14$ trīskāršas un $L_5=2$ četrkāršas locīklas (att. 2.12b);

$S_{\text{sist.}}$ – sistēmas stieņu skaits ir 0, jo visi stieņi ir pieņemti par diskkiem.

Sistēmas mainīguma pakāpe 0 nozīmē, ka sistēmai ir minimālais saišu skaits, lai tā varētu būt ģeometriski nemainīga un tātad jāveic sistēmas struktūras analīze. Šoreiz izdevīgi izmantot diādes īpašības.

Ja izmantojam pirmo īpašību, tad sākumā atrodam sistēmā kādu tās ģeometriski nemainīgu daļu, piemēram locīklu trīsstūrī 4-10-17 att. 2.12, un pārbaudām, cik sistēmas mezgli var tai tikt pievienoti ar diādu palīdzību. Ja varam pievienot visus mezglus, kā tas ir šoreiz (ejot pa kreisi mezgli 3, 16, 9, 2, 15, 8, 1, 14, simetriskai sistēmai labo pusi varam neapskatīt), tad sistēma ir ģeometriski nemainīga. Ja varam pievienot daļu mezglu, tad esam izdalījuši ģeometriski nemainīgu sistēmas daļu, kuru varam pieņemt par paplašinātu disku.

Izmantojot otro diādu īpašību, atmetam no sistēmas diādes (no kreisās puses apgrieztā secībā kā iepriekšējā gadījumā) un skatāmies kāda sistēma paliks beigās: ja ģeometriski nemainīga, tad arī sākotnējā sistēma ir ģeometriski nemainīga.



att.2.13

Piemērs 2.2. Noteikt sistēmas (att. 2.13b) kustības brīvības pakāpi. Izveidot statiski noteicamu sistēmu atmetot liekās saites.

Atrisinājums. 1. Pamatojoties uz sakarību $W = 3D - 2L - S_b$ nosakām sistēmas lieko saišu skaitu.

Tas ir $W = 3 \cdot 25 - 2 \cdot (6 + 3 \cdot 11) - 3 = -6$. Tātad sistēma satur sešas liekas saites (gan att. 2.13a parādītā konstrukcijas shēma, gan att. 2.13b parādītā aprēķina shēma).

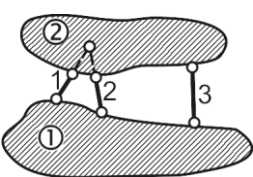
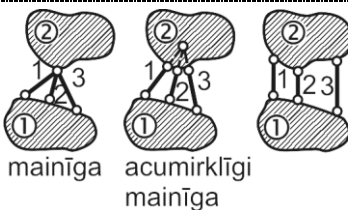
Analizējamajā sistēmā nesatur liekus balstu stieņus. Līklīnijas formas stieni ar zemi saista trīs pareizi izvietotas saites un zeme kopā ar stieni veido paplašinātu disku. Lai atrastu liekās saites, tas ir tādas, kas nav nepieciešamas sistēmas ģeometriskās nemai-

nības nodrošināšanai, lokveida sijai ar diādi pievienojam mezglu 1, tad mezglu 2, mezglu 3 pievienojot nav nepieciešams stienis A-3, mezglu 4 – stienis 4-7, mezglu 5 – stienis 5-8, mezglu 6 – stieņi A-6 un 6-9, mezglus 7 un 8 arī pievienojam ar diādēm, pievienojot mezglu 9 paliek lieks stienis A-9. Tādā veidā konstatējam, ka sešas saites ir liekas. Šis, protams, nav vienīgais veids kā atņemt liekās saites. Lasītājam iesakām izveidot citu iespējamu struktūru, piemēram, izslēdzot simetriski izvietotus stieņus.

Viens no paņēmieniem, kā pārveidot statistiski nenoteicamu sistēmu par statistiski noteicamu, ir atbrīvoties no iekšējām saitēm. Šāda paņēmiena piemērs ir attēlots att. 2.13d, kur nepārtrauktā liektā sija tiek aizstāta ar vairākiem liektiem stieņiem, kuri savā starpā savienoti ar locīklām. Tādā veidā atbrīvojamiem no sešām piepūlēm – sešiem lieces momentiem sešos šķēlumos.

2. divi diski veido ģeometriski nemainīgu sistēmu, ja tie savā starpā savienoti:

a) ar trim stieņiem, kuru asis nekrustojas vienā punktā un nav paralēlas;

Pareizs savienojums	Nepareizs savienojums
	 acumirklīgi mainīga, vienāda garuma stieņiem mainīga

Piemērs 2.3 Veikt attēlā 2.14a parādītās kopnes struktūras analīzi.

Atrisinājums. Izmantojot diādes īpašības no kopnes izdalām diskus 1 un 2 (att. 2.14b).

Sistēmas kustības brīvības pakāpe

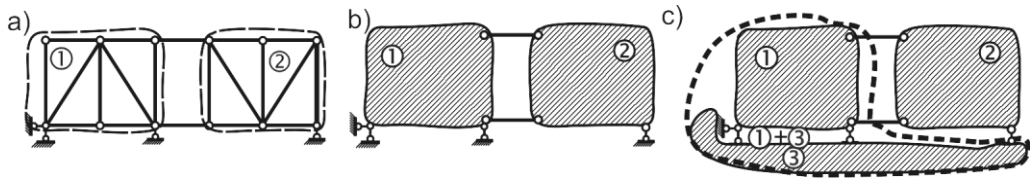
$$W=3D-(2L+S_{\text{sist.}}+S_{\text{atb.}})=3\cdot 2-(2\cdot 0+2+4)=0.$$

Tātad izpildās sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums un sistēma var būt ģeometriski nemainīga.

Lai būtu ērtāk veikt sistēmas struktūras analīzi, zemi ņemam par trešo disku (att. 2.14c).

Pirmais disks piestiprināts zemei ar trim pareizi izvietotiem stieņiem (tādiem, kuru darbības līnijas nekrustojas vienā punktā un nav paralēlas), tātad kopā ar zemi veido

vienu paplašinātu disku (parādīts ar raustītu līniju).



att. 2.14

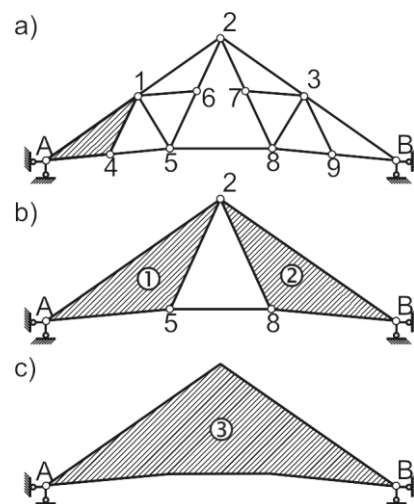
Otrais disks pievienots paplašinātajam diskam arī ar trim pareizi izvietotiem stieņiem, tātad visa sistēma sastāv no viena diska un līdz ar to ir ģeometriski nemainīga.

Pareizs savienojums	Nepareizs savienojums
	acumirklīgi mainīga sistēma

b) ar locīklu un stieni, kura ass neiet caur locīklas centru;

Piemērs 2.4. Veikt attēlā 2.15a parādītās kopnes struktūras analīzi.

Atrisinājums. Izmantojot diādes īpašības no kopnes izdalām paplašinātus diskus - ģeometriski nemainīgas sistēmas daļas. Att. 2.15a parādītajai kopnei sākam ar locīklu trīsstūri A-1-4, kuram pēc kārtas ar diādēm pievienojam mezglus 5, 6, 2. Iegūstam pa-



att. 2.15

plašinātu disku 1 (att. 2.15b). Kopnes labajā pusē simetriski izvietots disks 2. Att. 2.15b parādītajai sistēmai atrodam sistēmas kustības brīvības pakāpi

$$W=3D-(2L+S_{\text{sist.}}+S_{\text{atb.}})=3\cdot 2-(2\cdot 1+1+4)=-1.$$

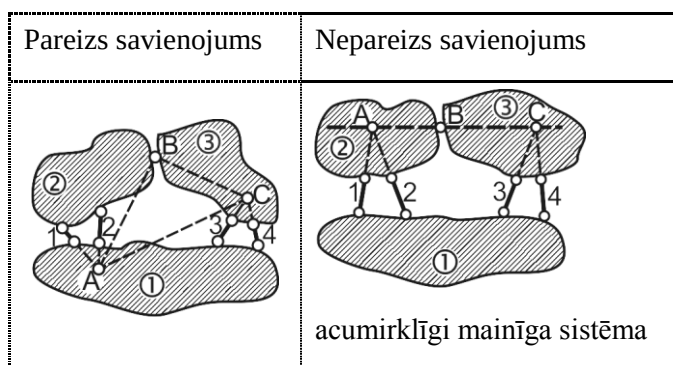
Tātad sistēmā ir viena lieka saite, izpildās sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums un sistēma var būt ģeometriski nemainīga. Turpinot sistēmas (att. 2.15b) struktūras analīzi redzam, ka diski 1 un 2 savā starpā savienoti ar pareizi izvietotu locīklu un stieni (stieņa ass neiet caur locīklas centru) un veido ģeomet-

riski nemainīgu sistēmu, kuru varam pieņemt par paplašinātu disku 3 (att. 2.15c).

Atliek pārbaudīt, kā disks 3 pievienots zemei. Ja zemi pieņemam par disku, tad diska 3 un zemes savienošana pietiek ar trim pareizi izvietotiem stieņiem. Mums ir četri. Tātad viens stienis varētu būt lieks, tāds, kas nav nepieciešams, lai nodrošinātu sistēmas ģeometrisku nemainību. Lieks varētu būt viens no horizontālajiem stieņiem, jo atmetot kādu no tiem sistēma joprojām paliek ģeometriski nemainīga.

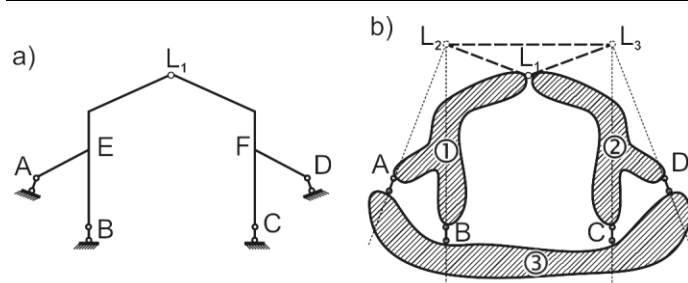
Tātad šī kopne ir ģeometriski nemainīga ar vienu lieku saiti (vienreiz statiski nenoteicama).

c) ar vienu **stingu saiti**.



3. trīs diski veido ģeometriski nemainīgu sistēmu, ja tie savā starpā savienoti ar trim reālām vai fiktīvām locīklām, kuras neatrodas uz vienas taisnes.

Piemērs 2.5 Veikt attēlā 2.16a parādītās kopnes struktūras analīzi.



att. 2.16

Atrisinājums. Rāmja (att. 2.16a) kreisajā pusē stieņi BL_1 un AE savienoti ar stingu saiti, tātad veido ģeometriski nemainīgu sistēmu – paplašinātu disku 1 (att. 2.16b). Simetriski dis-

kam 1 labajā pusē novietots disks 2. Veicot struktūras analīzi šoreiz izdevīgi arī zemi ņemt kā disku 3. Esam ieguvuši sistēmu, kas sastāv no trīs diskkiem. Šie diski savā starpā savienoti ar reālu locīklu L_1 (att. 2.16b) un divām fiktīvām locīklām L_2 (kura atrodas stieņu A un B darbības līniju krustpunktā) un L_3 (kura atrodas stieņu C un D darbības

līniju krustpunktā). Locīklas L_1 , L_2 un L_3 neatrodas uz vienas taisnes, tātad veido ģeometriski nemainīgu sistēmu. Šādu sistēmu varam pieņemt par disku (brīvu, jo zeme ir iekļauta sistēmā kā disks) un šāda diska mainīguma pakāpei būtu jābūt vienāgai ar nulli. Lai par to pārliecinātos att. 2.16b parādītajai sistēmai atrodam mainīguma pakāpi

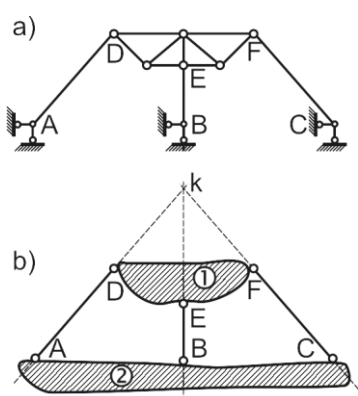
$$I=3(D-1)-(2L-S_{\text{sist.}})=3(3-1)-(2\cdot 1+4)=0.$$

Šeit disku skaits D ir 3, ir viena reāla vienkārša locīkla, kas savieno divus diskus L_1 un četri sistēmas stieņi A, B, C un D , kuri savieno diskus.

Analogu rezultātu varam iegūt stieņus A, B, C un D aizstājot ar fiktīvajām locīklām L_2 un L_3 :

$$I=3(D-1)-(2L-S_{\text{sist.}})=3(3-1)-(2\cdot 3+0)=0.$$

Rezultāts saskan ar iepriekš iegūto.



att. 2.17

Rēķinot sistēmas kustības brīvības pakāpi vai mainīguma pakāpi dažādus struktūras elementus bieži varam ņemt vērā dažādos veidos, piemēram, stieni var apskatīt gan kā stieni, gan kā disku, divus atbalststienus gan kā stienus, gan kā fiktīvu locīklu.

Veicot sistēmas struktūras analīzi vienmēr jāpārliecinās vai sistēma vai kāda tās daļa nav acumirklīgi mainīga. Ja acumirklīgi mainīga ir kāda sistēmas daļa, par acumirklīgi mainīgu jāuzskata visa sistēma.

Daži acumirkīgi mainīgu sistēmu gadījumi apskatīti piemēros 2.6 līdz 2.9.

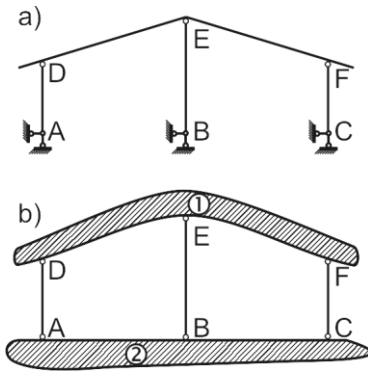
Piemērs 2.6. Veikt att. 2.17a dotās sistēmas struktūras analīzi.

Atrisinājums. Izmantojot diādes īpašības izveidojam paplašinātu disku 1. Zemi pieņemam par otru disku. Diski 1 un 2 savienoti ar trim stieņiem AD, BE un FC.

Aprēķinam sistēmas mainīguma pakāpi

$$I=3(D-1)-(2L-S_{\text{sys}})=3(2-1)-(2\cdot 0+3)=0.$$

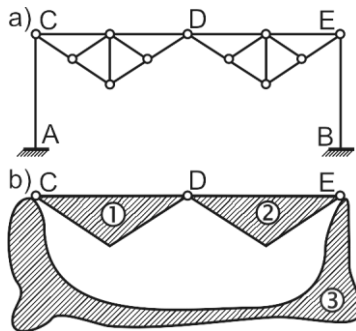
Sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums izpildās un sistēma varētu būt ģeometriski nemainīga.



att. 2.18

Diemžēl, tā kā stieņu AD, BE un FC darbības līnijas krustojas vienā punktā, sistēma ir acumirklīgi mainīga atbilstoši acumirklīgi mainīgu sistēmu pirmajai pazīmei.

Piemērs 2.7. Veikt att. 2.18a dotās sistēmas struktūras analīzi.



att. 2.19

Atrisinājums. „Jumtu” ņemam par disku 1, zemi par disku 2. Divi diskus savienoti ar trim stieņiem AD, BE un CF.

Aprēķinam sistēmas mainīguma pakāpi

$$I=3(D-1)-(2L-S_{\text{sist.}})=3(2-1)-(2\cdot 0+3)=0.$$

Sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums izpildās un sistēma varētu būt ģeometriski nemainīga.

Tā kā stieņi AD, BE un CF ir paralēli, tad apskatāmā sistēma ir acumirklīgi mainīga atbilstoši acumirklīgi mainīgu sistēmu otrajai pazīmei.

Piemērs 2.8. Veikt att. 2.19a dotās sistēmas struktūras analīzi.

Atrisinājums. Izmantojot diādes īpašības izveidojam paplašinātus diskus 1 un 2. Zemi pieņemam par trešo disku. Trīs diskus ir savienoti ar trim reālām locīklām C, D un E. Aprēķinam sistēmas mainīguma pakāpi

$$I=3(D-1)-(2L-S_{\text{sist.}})=3(3-1)-(2\cdot 3+0)=0.$$

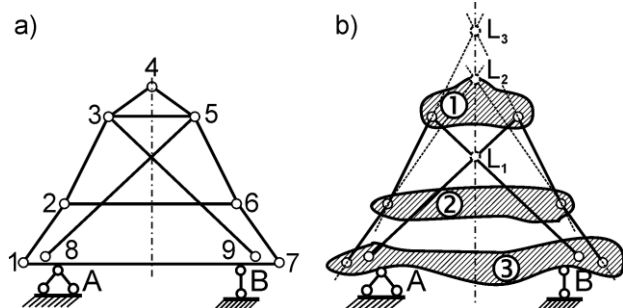
Tā kā locīklas C, D un E atrodas uz vienas taisnes apskatāmā sistēma ir acumirklīgi mainīga atbilstoši acumirklīgi mainīgu sistēmu trešajai pazīmei.

Piemērs 2.9. Veikt att. 2. 20a dotās sistēmas struktūras analīzi.

Atrisinājums. Par diskkiem izvēlamies (att. 2.20a) locīklu trīsstūri 3-4-5, stieni 2-6 un stieni 1-7. Iegūstam sistēmu, kas sastāv no 3 diskkiem, kuri savā starpā savienoti ar 6 stieņiem un kura zemei pievienota ar 3 stieņiem.

Aprēķinam kustības brīvības pakāpi

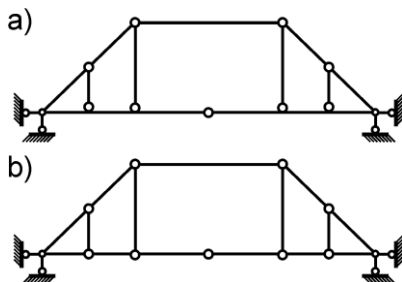
$$W = 3D - (2L + S_{\text{sis.}} + S_{\text{atb.}}) = 3 \cdot 3 - (2 \cdot 0 + 6 + 3) = 0.$$



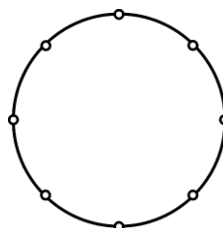
att. 2.20

Sistēmas ģeometriskās nemainības nepieciešamais nosacījums izpildās un sistēma varētu būt ģeometriski nemainīga. Pārbaudām vai diski 1, 2 un 3 ir pareizi savienoti savā starpā. Stieņi 8-5 un 3-9 veido fiktīvu locīklu L_1 , stieņi 1-2 un 6-7 locīklu L_2 , stieņi 2-3 un 5-6 fiktīvu locīklu L_3 . Tā kā fiktīvās locīklas L_1 , L_2 un L_3 atrodas uz vienas taisnes sistēma ir acumirkļīgi mainīga atbilstoši acumirkļīgi mainīgu sistēmu trešajai pazīmei.

Uzdevums 2.1. Veikt att. 2.21a,b redzamo sistēmu struktūranalīzi. Ar ko no struktūranalīzes viedokļa atšķiras att. 2.21 redzamās sistēmas?



att. 2.21



att. 2.22

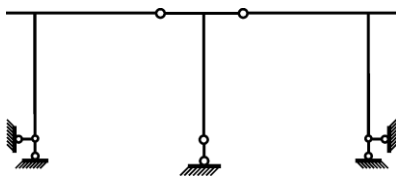
Uzdevums 2.2. 1. Noteikt minimāli nepieciešamo saišu skaitu, lai ģeometriski ne-

mainīgi piestiprinātu zemei sistēmu, kas sastāv no n diskiem un n locīklām, kā tas redzams att. 2.22.

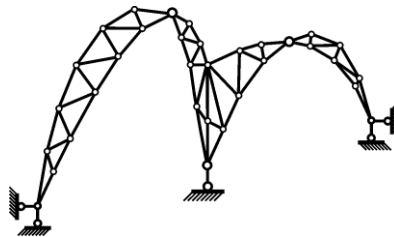
2. Noskaidrot, vai visas saites var būt vērstas uz sistēmas centru.

3. Kā pareizi jāizvieto minimāli nepieciešamās saites, lai sistēma būtu ģeometriski nemainīga?

Uzdevums 2.3. Kā jāizmaina att. 2.23 redzamā sistēma, lai tā kļūtu ģeometriski nemainīga?



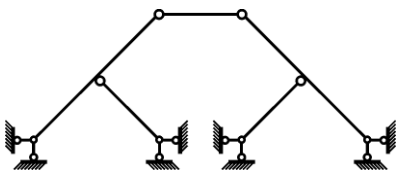
att. 2.23



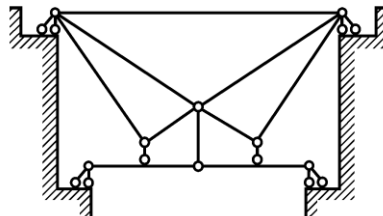
att. 2.24

Uzdevums 2.4. Veikt att. 2.24 redzamās sistēmas struktūranalīzi.

Uzdevums 2.5. Vai šādu sistēmu (att. 2.25) var lietot būvniecībā (atbildi pamatot)?



att. 2.25



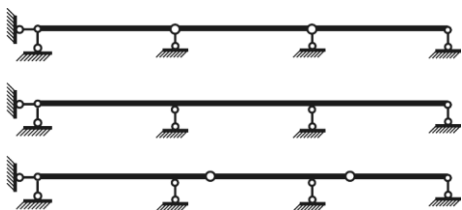
att. 2.26

Uzdevums 2.6. Veikt att. 2.26 redzamās sistēmas struktūranalīzi.

3. DAUDZLAIDUMU LOCĪKLU SIJAS UN RĀMJI

3.1. Daudzlaidumu locīklu siju raksturojums

Vairākus laidumus var pārsegt ar vienlaiduma brīvi balstītām sijām (att. 3.1a), ar statiski nenoteicamu nepārtrauktu siju (att. 3.1b), vai ar statiski noteicamu daudzlaidumu locīklu siju.

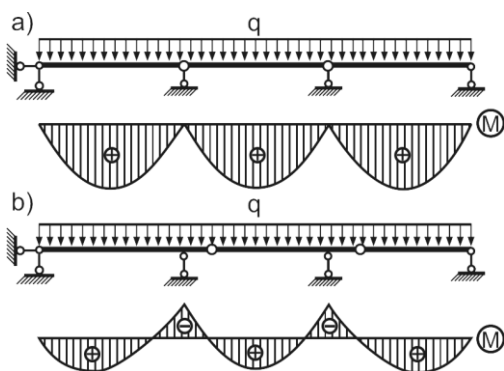


att. 3.1

Par *daudzlaidumu locīklu sijām* sauc statiski noteicamas, ģeometriski nemainīgas sistēmas, kas sastāv no noteiktā secībā izvietotām savā starpā ar locīklām savienotām vienlaiduma sijām (ar konsolēm vai bez tām).

Salīdzinot ar vienlaiduma brīvi balstītām un nepārtrauktām sijām daudzlaidumu locīklu sijām ir virkne **priekšrocību**:

1. Slodzes, kas darbojas uz daudzlaidumu sijas sastāvā ietilpstošo siju konsolēm, samazina maksimālās lieces momentu vērtības salīdzinot ar vienlaiduma brīvi balstītām sijām (att. 3.2; piemērs 2.1). Līdz ar to,



att. 3.2

veicot sijas dimensionēšanu, var tikt izmantoti stieņi ar mazākiem šķērsriezuma izmēriem un ietaupīts materiāls (pieļaujamas sijas ar mazākiem šķērsriezuma izmēriem).

Lietojot nepārtrauktas (statiski nenoteicamas) sijas arī var panākt mazākas maksimālās lieces momentu vērtības

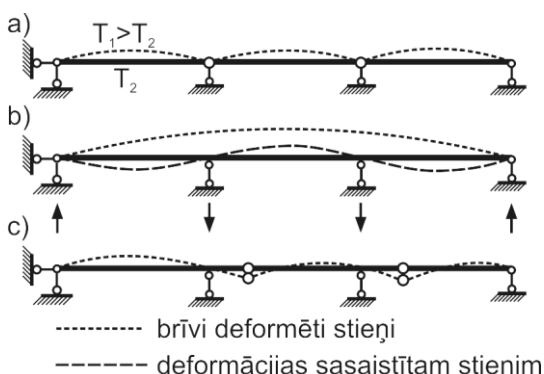
salīdzinot ar atsevišķo divbalstu siju maksimālajām lieces momentu vērtībām.

Tomēr locīklu sijām ir virkne priekšrocību salīdzinot ar nepārtrauktām sijām. Tās ir relatīvi īsas un ērtas rūpnieciskai izgatavošanai un mehanizētai montāžai. Piepūles ir

statiski noteicamas un nav atkarīgas no balstu sēšanās.

Tas ir par iemeslu tam, ka daudzlaidumu locīklu sijas ir plaši izplatītas daudzlaidumu pārsegumos.

2. Nevienmērīgs temperatūras sadalījums pa sijas augstumu kā arī balstu sēšanās daudzlaidumu locīklu sijās neizraisa papildus iekšējās piepūles un līdz ar to arī spriegumus, atšķirībā no nepārtrauktām sijām, kurās šie spriegumi var izrādīties diezgan ievērojami (att. 3.3a,b).



att. 3.3

Līdzās minētajām priekšrocībām jāatzīmē arī daudzlaidumu locīklu sijū **trūkumi**, kas zināmā mērā ierobežo to izmantošanu:

1. Locīklas, kas savieno atsevišķos sijas stieņus, sarežģī sijas izgatavošanu un montāžu, kā arī šo locīklu vietās var rasties sijas elastīgās līnijas lūzumi (att. 3.3c), kas kustīgas

slodzes gadījumā var izsaukt triecienvēda iedarbību (piemēram, transportam pārvietojoties pa tiltu);

2. Kāda sijas laiduma sabrukums var izsaukt vairāku citu laidumu vai pat visas sijas sabrukumu.

Par to, ka daudzlaidumu locīklu sija ir racionālāka par vairākām neatkarīgām vienkalduma sijām pārlicināsimies apskatot sekojošu piemēru.

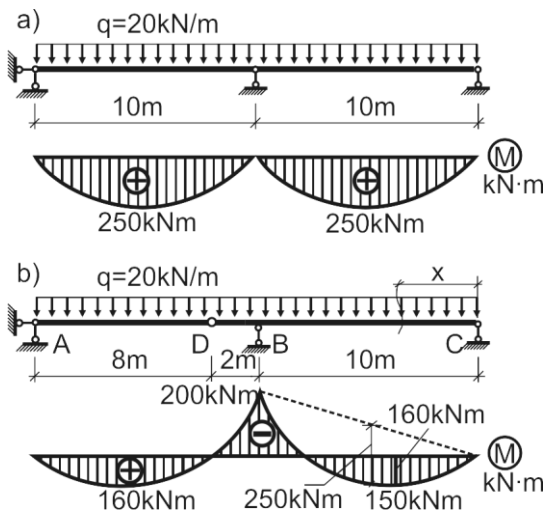
Piemērs 3.1. Jāpārsedz divi 10 m gari laidumi. Vienmērīgi izkliedētas slodzes intensitāte ir $q=20\text{kN/m}$. Salīdzināt maksimālās lieces momentu vērtības, ja šie laidumi ir pārsegti ar brīvi balstītām sijām vai ar daudzlaidumu locīklu sijū, kā tas ir parādīts att. 3.4b.

Atrisinājums. Pielietojot divas neatkarīgas divbalstu sijas (att. 3.4a) ar laidumiem

$l = 10\text{m}$, iegūstam maksimālo lieces momentu vērtību

$$M_{\max} = ql^2/8 = 250\text{kNm}.$$

Izveidojot divlaidumu locīklu siju (att. 3.4b), tās daļa DC ir patstāvīga sija, kura var patstāvīgi uzņemt slodzi. Sijas daļa AD ir balstīta uz blakus esošo siju DC un ir ekspluatējama tikai sadarbībā ar šo siju. No sijas AD kā divbalstu sijas aplēses iegūstam, ka maksimālais lieces moments šajā sijā ir $\max M_{AD} = 20 \cdot 8^2/8 = 160\text{kNm}$, bet uz balstu (locīklu) D sija AD spiež ar spēku $P = 20 \cdot 8/2 = 80\text{kN}$. Tātad divbalstu sija DC ir slogota pa visu garumu ar izkliedētu slodzi q un koncentrētu spēku $P=80\text{ kN}$ sijas galā D. Tā rezultātā balstā B rodas moments $M_B = -80 \cdot 2 - 20 \cdot 2^2/2 = -200\text{kNm}$, bet laiduma BC vidū lieces moments ir $M = 20 \cdot 10^2/8 - 200/2 = 150\text{kNm}$.



att. 3.4

Maksimālais lieces moments laidumam BC ir šķēlumā, kurā šķērsspēks Q ir nulle. Lai noteiktu šī šķēluma attālumu x_0 no balsta C, sastādām vienādojumu

$$Q_x = -V_C + qx = 0,$$

no kura iegūstam

$$x_0 = V_C / q.$$

Mūsu gadījumā $V_C = 80\text{ kN}$ un tātad $x_0=4\text{m}$, bet maksimālā lieces momenta vērtība (pie $x = 4\text{m}$) ir

$$\max M_{BC} = 80 \cdot 4 - 20 \cdot 4 \cdot 2 = 160\text{kNm}.$$

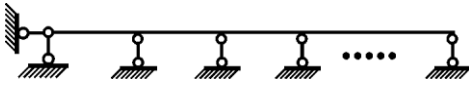
Esam konstatējuši, ka divlaidumu locīklu sijā maksimālā lieces momenta vērtība (200 kNm) ir mazāka par maksimālā lieces momenta vērtību divās atsevišķās vienāda garuma vienlaiduma sijās (250 kNm).

3.2. Locīklu siju statiskā noteicamība un ģeometriskā nemainība

Pēc definīcijas locīklu sijai jābūt statiski noteicamai un ģeometriski nemainīgai. Lai locīklu sija būtu statiski noteicama sistēmas kustības brīvības pakāpei ir jābūt vienādai ar nulli ($W=0$). Tātad

$$W = 3D - (2L + 3C + S_{sist.} + S_{atb.}) = 0.$$

Lai noteiktu nepieciešamo locīklu skaitu, kas nodrošina sijas statisko noteicamību, varam apskatīt nepārtrauktu siju (att. 3.5), kuru pārveidojam par locīklu siju ievēdot locīklas.



att. 3.5

Par diskiem pieņemam visus siju veidojošos stieņus, līdz ar to $D = 1$, ja nav ieviesta neviena locīkla, $D = 2$, ja ieviesta viena

locīkla, $D = 3$, ja ievestas divas locīklas, $D = L + 1$, ja ievestas L locīklas. Stingo saišu un sistēmas stieņu nav, tātad $C = 0$ un $S_{sist.} = 0$. Izmantojot šos nosacījumus no sakarības

$$3(L + 1) - (2L + 3 \cdot 0 + 0 + S_{atb.}) = 0$$

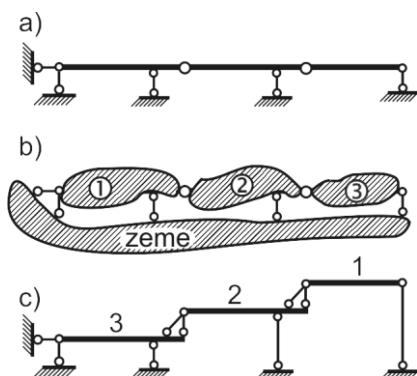
iegūstam

$$L = S_{atb.} - 3,$$

kur L – nepieciešamais locīklu skaits sijas laidumos (arī papildus statikas vienādojumu skaits, jo pret katru locīklu var sastādīt vienu neatkarīgu statikas vienādojumu); $S_{atb.}$ – atbalststieņu skaits, iespējējumu skaitot par trim stieņiem (arī nezināmo balstu reakciju skaits); 3 - neatkarīgo statikas vienādojumu skaits, ko var sastādīt visai sistēmai.

Lai nodrošinātu daudzlaidumu locīklu sijas ģeometrisku nemainību, varam izveidot siju un pēc tam veikt tās struktūras analīzi atbilstoši otrajā nodaļā aprakstītajiem nosacījumiem.

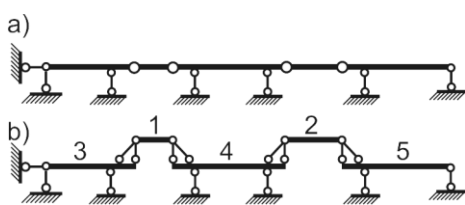
Tomēr ērtāk izmantot jau izstrādātus ģeometriski nemainīgu locīklu siju veidošanas nosacījumus:



att. 3.6

1. Katrā sijas laidumā, izņemot jebkuru vienu, izvietojam pa vienai locīklai;

Atbilstoši šim nosacījumam izveidota att. 3.6a attēlotā sija. Diskus varam izvēlēties atbilstoši att. 3.6b. Pirmais disks pievienots zemei ar trim pareizi izvietotām saitēm (tādām, kas nekrustojas vienā punktā un nav paralēlas) un veido kopā ar zemi paplašinātu disku. Otrais disks pievienots paplašinātajam diskam ar locīklu un stieni, kura ass neiet caur locīklas centru, tātad ģeometriski nemainīgi. Analogi pievienots trešais disks. Tātad visa sistēma kopumā ir ģeometriski nemainīga.

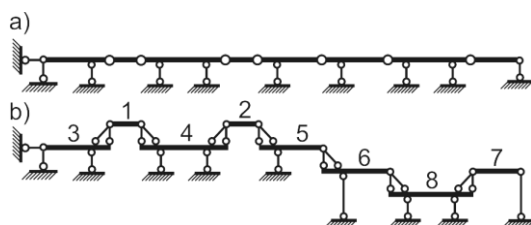


att. 3.7

2. Sijas laidumos izvietojam pa divām locīklām. Katram laidumam ar divām locīklām jāatrodas starp laidumiem bez locīklām;

Atbilstoši šim nosacījumam izveidota att. 3.7a attēlotā sija. Šīs sijas ģeometriski

nemainību viegli pierādīt par diskus pieņemot zemi (kā vienu disku) un stieņus, kas ar divām saitēm piestiprināti zemei. Tādā gadījumā visi diski savstarpēji savienoti ar trim pareizi izvietotām saitēm.



att. 3.8

3. Jaukta veida sija – daļa no tās veidota pēc pirmā, daļa pēc otrā nosacījuma. Katram laidumam ar divām locīklām vai nu jāatrodas starp laidumiem bez locīklām, vai, ja uz kādu pusi no lai-

duma ar divām locīklām seko laidumi ar vienu locīklu, tad aiz pēdējā no tiem jābūt laidumam bez locīklām.

Šāda sija parādīta att. 3.8. Nav grūti pierādīt, ka tā ir ģeometriski nemainīga.

3.3. Piepūļu noteikšana daudzlaidumu sijā

Iekšējās piepūles daudzlaidumu locīklu sijā varam noteikt pēc parastās, jau materiālu pretestības kursā izstrādātās shēmas: nosakām balstu reakcijas (parasti izmantojot momentu līdzsvara vienādojumus pret locīklām uz vienu pusi no tām), izvēlamies šķēlumus un izmantojot šķēlumu metodi nosakām iekšējās piepūles. Šādā veidā risināts piemērs 3.1.

Sijām ar lielu laidumu skaitu šī metode ir neērta, jo nosakot iekšējās piepūles sijas vidējos laidumos ir jāņem vērā visas slodzes un balstu reakcijas, kas darbojas uz vienu vai otru pusi no apskatāmā šķēluma. Izteiksmes piepūļu noteikšanai ir garas un nepārskatāmas un ir liela iespēja kļūdīties veicot aprēķinus.

Ērtāk iekšējās piepūles daudzlaidumu locīklu sijā varam noteikt izmantojot tā saucamo aprēķina secības (mijiedarbības) shēmu, kas atļauj lielas sarežģītas konstrukcijas aprēķinu novest uz vienkāršu, jau no materiālu pretestības kursa pazīstamu vienlaiduma siju aprēķinu.

Aprēķinu secības shēma tiek veidota ņemot vērā siju spēju nesaistītā stāvoklī uzņemt slodzi. Vispirms atrodam pamatsijas, Tās ir sijas, kuras spēj patstāvīgi uzņemt tām pielikto slodzi. Šādas sijas ir uz zemes balstītas divbalstu un iespīlētas sijas. Katrā ģeometriski nemainīgā locīklu sijā jābūt vismaz vienai pamatsijai.

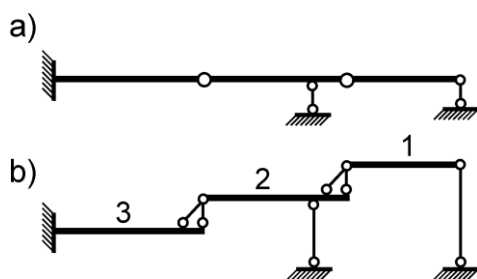
Daļa no sijām nav spējīga uzņemt slodzi bez blakus esošo siju līdzdalības. Tās ir iekārtas sijas. Iekārtas sijas ar locīklām piestiprinātas blakus sijām un nav tieši saistītas ar zemi (nav neviena balsta). Trešā veida sijas ir pusiekārtas, kurām ir viens balsts un kuras vienā vai abos galos ar locīklām pievienotas blakus sijām.

Pēc pirmā ģeometriski nemainīgu siju veidošanas nosacījuma veidotai sijai aprēķina secības shēma parādīta att. 3.6c. Pamatsiju (var būt tikai viena), kura ar diviem balstiem piestiprināta zemei, attēlojam viszemāk. Divas pusiekārtas sijas vienā galā ar balstu piestiprinātas zemei, bet otrā galā balstās uz iepriekšējo siju. Aprēķināt daudzlaidumu siju jāsāk ar posmu, uz kuru darbojas tikai ārējā slodze, tātad ar augstāko siju aprēķina secības shēmā. Uz visām pārējām sijām bez ārējās slodzes darbosies arī balstu reakcijas no aprēķina secības shēmā augstāk esošām sijām. Caur šīm balstu reakcijām

tiek ņemts vērā pārējo sijas posmu iespaids uz apskatāmo siju.

Svarīgi atcerēties, ka, pārejot no augstāka posma uz zemāku, balsta reakcijai jāmaina virziens, tas ir, augstākajam posmam atrasto balsta reakciju pieliekam zemākajam posmam sijas galā kā koncentrētu spēku, mainot reakcijas virzienu uz pretēju.

Pēc otrā ģeometriski nemainīgu siju veidošanas nosacījuma veidotai sijai aprēķina secības shēma parādīta att. 3.7b. Šādai sijai būs divas vai vairākas (šoreiz 3) pamatsijas, kuras visas varam attēlot vienā līmenī. Uz pamatsijām balstās iekārtas sijas. Aprēķins atkal jāsāk ar sijām uz kurām darbojas tikai ārējā slodze, tātad ar iekārtajām sijām. Pamatsiju var aprēķināt tikai tad, kad ir aprēķinātas tai blakus esošās iekārtās sijas un ir zināmas šo siju balstu reakcijas. Tātad varam izdarīt secinājumu, ka pamatsijās var veidoties iekšējās piepūles arī tajos gadījumos, kad pašas pamatsijas pat nav slogotas. Šīs iekšējās piepūles rodas blakus posmu slogojuma rezultātā.



att. 3.9

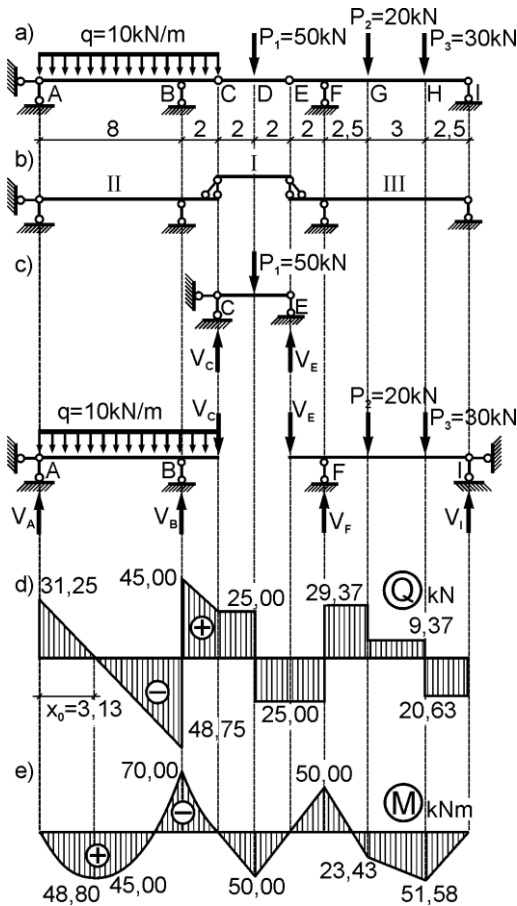
Jaukta veida sijas aprēķina secības shēma parādīta att. 3.8b. Šajā gadījumā bez pamatsijām, kas var atrasties dažādos līmeņos, ir gan iekārtas, gan pusiekārtas sijas. Šajā gadījumā, veidojot aprēķina secības shēmu, jābūt skaidrībai par to kā sijas mijiedarbojas viena ar otru. Siju aprēķina se-

cībai iespējami varianti. galvenais ir ievērot, ka zemāk novietotu siju var aprēķināt tikai tad kad ir aprēķināti blakus esošie augstāk novietotie posmi.

Kā jau tika atzīmēts, pamatsijas var būt arī iespīlētas sijas. Šādas sijas piemērs parādīts att. 3.9.

Piemērs 3.2. Uzkonstruēt iekšējo piepūļu epīras att. 3.10 a dotajai sijai.

Atrisinājums. Izveidojam aprēķina secības shēmu. Sija veidota atbilstoši ģeometriski nemainīgu locīklu siju veidošanas otrajam gadījumam un sastāv no divām pamatsijām, kuras izvietojam vienā līmenī un vienas iekārtas sijas (att. 3. 10b).



att. 3.10

Sijas aprēķinu sākam no augstākā posma uz kuru darbojas tikai ārējā slodze (posms CE). Jāatrod šim posmam (att. 3.11a) balstu reakcijas, jāizvēlas šķēlumi un jākonstruē iekšējo piepūļu epīras. Tā kā sijai CE slodze ir pielikta simetriski, tad abas reakcijas būs vienādas ar pusi no spēka P_1 , tas ir 25kN.

Sijai CE jāapskata divi posmi (katra posma robežās iekšējām piepūlēm jāmainās pēc viena nemainīga likuma). Pirmo posmu izdevīgi skatīt no kreisās, otro no labās puses (no tās, kur darbojas mazāk „spēku”).

Konstruējam šķērsspēka Q epīru atbilstoši sekojošam likumam:

Šķērsspēks Q apskatāmajā šķēlumā skaitliski vienāds ar visu spēku, kas darbojas uz vienu pusi no šķēluma, projekciju uz asi, perpendikulāru stieņa asij, algebrisku summu. Tā spēka projekciju, kas cenšas pagriezt apskatāmo stieņa daļu pulksteņa rādītāja virzienā pret šķēluma smaguma centru, ņemam ar plus zīmi, ja pretī pulksteņa rādītāja virzienam – ar mīnus zīmi.

Atbilstoši šim likumam:

$$Q_{1-1} = V_A = 25 \text{ kN}, \text{ ja } 0 \leq x_1 \leq 2;$$

$$Q_{2-2} = -V_B = -25 \text{ kN}, \text{ ja } 0 \leq x_2 \leq 2.$$

Šķērsspēka Q epīras (att. 3.11a) pozitīvās vērtības tiek atliktas uz augšu, negatīvās uz leju.

Konstruējam lieces momenta M epīru atbilstoši sekojošam likumam:

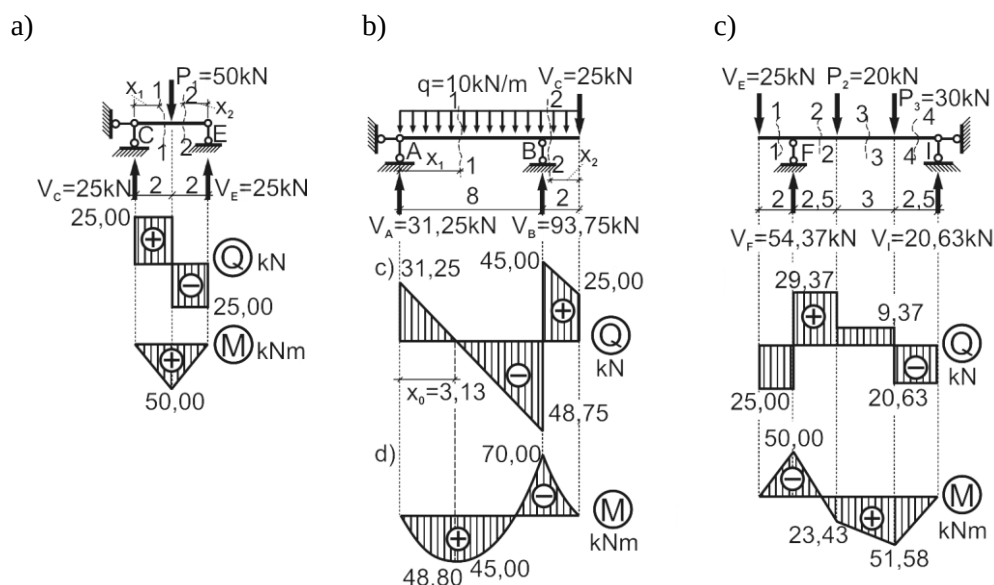
Lieces moments M apskatāmajā šķēlumā skaitliski vienāds ar visu spēku un spēkpāru, kas darbojas uz vienu pusi no šķēluma, momentu pret šķēluma smaguma centru algebrisku summu. To momentu, kas cenšas stiept apskatāmās stieņa daļas apakšējo pusi, ņemam ar plus zīmi, ja augšējo pusi – ar mīnus zīmi.

Atbilstoši šim likumam:

$$M_{1-1} = V_A \cdot x_1, \text{ ja } 0 \leq x_1 \leq 2;$$

$$M_{2-2} = V_B \cdot x_2, \text{ ja } 0 \leq x_2 \leq 2.$$

Lieces momenta M epīrā (att. 3.11a) celtniekiem ir pieņemts pozitīvās vērtības atlikt uz leju, negatīvās uz augšu, lai lieses momentu epīrā tiktu attēlota sijas stieptajā pusē.



att. 3.11

Uz siju AC (att. 3.11b) bez ārējās slodzes caur balsta reakciju V_C iedarbojas arī slodze, kas ir pielikta iekārtajai sijai CE. Šīs slodzes iespaids tiek ņemts vērā posmam AC punktā C pieliekot iepriekš atrasto balsta reakciju V_C kā koncentrētu spēku, nomainot balsta reakcijas V_C virzienu uz pretēju (posmam CE reakcija bija vērsta uz augšu, posmam AC to pieliekam kā spēku, kas vērsts uz leju).

Balstu reakcijas atrodam sastādot momentu līdzsvara vienādojumus pret balstu punktiem, bet pārbaudām izmantojot projekciju līdzsvara vienādojumu uz vertikālu asi:

$$\sum M_A = q \cdot 10 \cdot 5 + V_C \cdot 10 - V_B \cdot 8 = 0 \quad , \rightarrow \quad V_B = 93,75 \text{ kN};$$

$$\sum M_B = q \cdot 8 \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - V_C \cdot 2 - V_A \cdot 8 = 0 \quad , \rightarrow \quad V_A = 31,25 \text{ kN};$$

$$\sum Y = V_A + V_B - V_C - q \cdot 10 = 0.$$

Konstruējot iekšējo piepūļu epīras sijai AC jāapskata divi posmi.

Šķērsspēka Q epīra (att. 3.11b) konstruēta izmantojot sakarības:

$$Q_{1-1} = V_A - q \cdot x_1, \quad 0 \leq x_1 \leq 8;$$

$$Q_{2-2} = V_C + q \cdot x_2, \quad 0 \leq x_2 \leq 2.$$

Lai atrastu pie kādas x_1 vērtības lieces momentam ir ekstremāla vērtība (punktā, kur Q epīra pirmajā posmā iet caur nulli), izteiksmei šķērsspēka atrašanai pielīdzinām nullei:

$$Q_{1-1} = V_A - q \cdot x_1 = 0, \text{ no kurienes } x_{10} = 3,13 \text{ m}.$$

Lieces momenta M epīra (att. 3.11b) konstruēta izmantojot sakarības:

$$M_{1-1} = V_A \cdot x_1 - q \cdot \frac{x_1^2}{2}, \quad 0 \leq x_1 \leq 8;$$

$$M_{2-2} = -V_C \cdot x_2 - q \cdot \frac{x_2^2}{2}, \quad 0 \leq x_2 \leq 2.$$

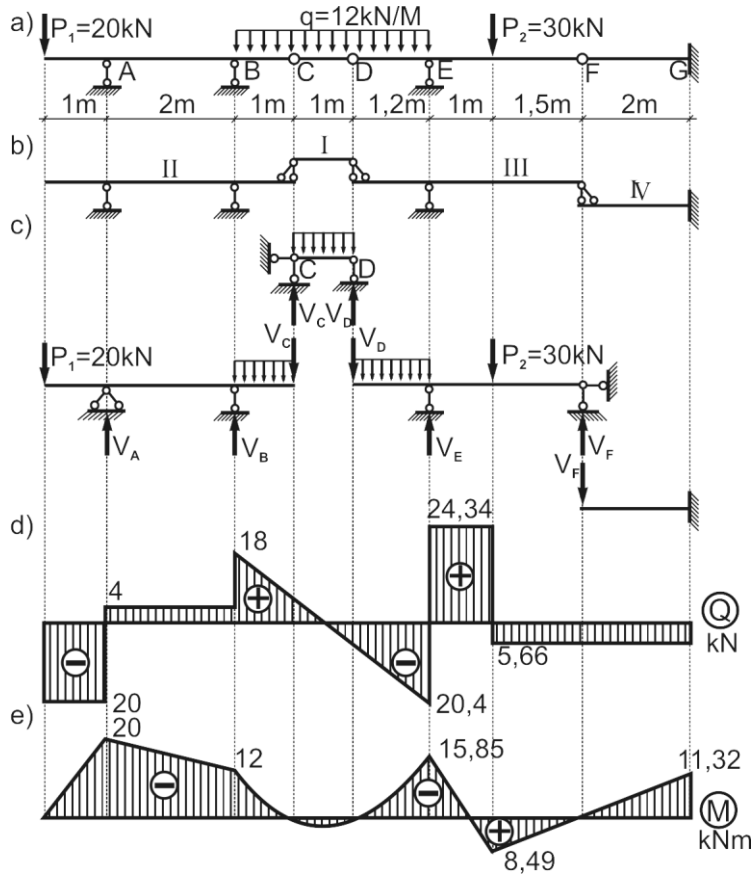
Ekstrēma punktā momenta vērtību 48,8 kNm iegūstam pirmajā izteiksmē ievietojot $x_{10} = 3,13 \text{ m}$.

Posmu EI (att. 3.11c) aprēķinam analogi kā pirmos divus.

Galīgās iekšējo piepūļu epīras (att. 3.10d,e) iegūstam apvienojot atsevišķajiem sijas posmiem iegūtās epīras.

Piemērs 3.3. Att. 3.12 attēlotajai sijai uzkonstruēt iekšējo piepūļu epīras.

Atrisinājums. Att. 3.12 parādītā sija atbilst trešajam ģeometriski nemainīgu locīklu siju veidošanas gadījumam. Pie kam viena no pamatsijām ir iespīlēta sija.



att. 3.12

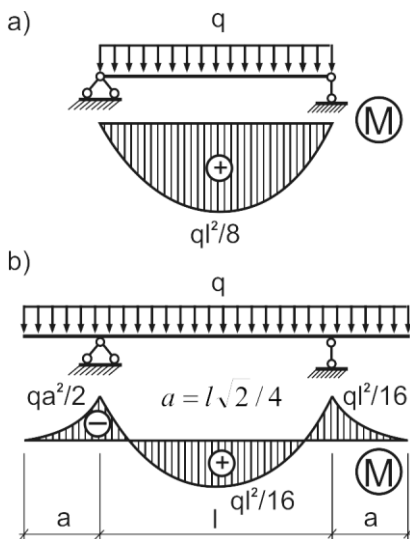
Sijas aprēķina secības shēma parādīta att. 3.12b. Aprēķins jāsāk ar augstāk novietoto iekārto siju CD uz kuru darbojas tikai ārējā slodze un jāturpina secībā, kas parādīta att. 3.12b. Atsevišķās vienkalduma sijas uz kurām tiek novests daudzlaidumu locīklu sijas aprēķins parādītas att. 3.12 c. Zemāk novietotās sijas slogotas ar ārējo slodzi un pretējā virzienā vērstām balstu reakcijām no augstāk novietotajiem posmiem. Galīgās šķērsspēku Q un lieces momentu M epīras locīklu sijai parādītas att. 3.12d un e. Ieteicams patstāvīgi veikt sijas epīru konstruēšanu un rezultātus salīdzināt ar att. 3.12d,e dotajiem.

Aprēķina gaitā jāveic iespējamās **pārbaudes**:

1. Pirms epīru konstruēšanas katram locīklu sijas posmam pārbauda atrastās balstu reakcijas;

2. Pārbauda atbilstību starp M un Q epīrām un ārējo slodzi:

- a) posmiem ar lejupejošu (no kreisās uz labo pusi) momentu epīras raksturu atbilst posmi ar pozitīvām šķērsspēka Q vērtībām, bet posmiem ar augšupejošu M epīras raksturu – posmi ar negatīvu Q ;
- b) šķēlumos, kur šķērsspēka epīra iet caur nulles vērtību, lieces momenta epīrā ir jābūt ekstremālai lieces momenta vērtībai;
- c) posmos, kur nedarbojas izkliedēta slodze, lieces momentu epīrai ir lineārs raksturs, bet šķērsspēks ir konstants;
- d) posmos ar izkliedētu slodzi lieces momentu epīrai ir līknes raksturs (vienmērīgi izkliedētas slodzes gadījumā – kvadrātiska parabola), bet šķērsspēku epīras līknes kārtā ir par vienu mazāka kā momentu epīrai (vienmērīgi izkliedētas slodzes gadījumā Q epīra ierobežota ar slīpu taisni);
- e) koncentrēta spēka pielikšanas vietā lieces momenta M epīrā ir jābūt lūzumam, bet šķērsspēka epīrā lēcienam par pieliktā spēka vērtību;
- f) spēkpāra (koncentrēta momenta) pielikšanas vietā lieces momenta M epīrā ir jābūt lēcienam par pieliktā spēkpāra vērtību, bet šķērsspēka epīrā nekā nemainās;



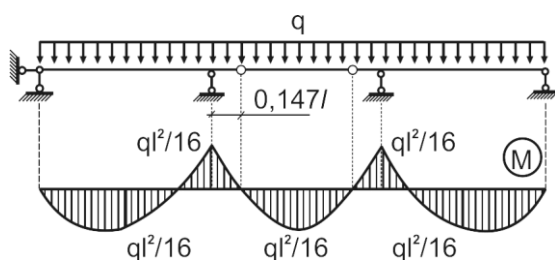
att. 3.13

Veidojot daudzlaidumu locīklu sijas, aktuāls ir jautājums par to racionālu struktūru, t.i. struktūru, kurai atbilst zemākās maksimālo lieces momentu vērtības pie uzdotas ārējās slodzes, pie tam lietderīgi, lai piepūles sijā sadalītos pēc iespējas vienmērīgāk. Šai nolūkā var tikt izmantota konsolu atslogojošā iedarbība. Slodzes, kas ir pieliktas uz siju konsolēm, atslogo siju laidumus.

Tā, piemēram, divbalstu brīvi balstītai sijai (att. 3.13a) no visā tās garumā pieliktās vienmērīgi izkliedētās slodzes laiduma vidū maksimālā

lieces momenta M vērtība ir lielāka nekā analoga laiduma sijai ar konsolēm (att.

3.13b), kuras arī noslogotas ar izkliedētu slodzi q . Sijai ar konsolēm kopējā slodze ir par $2qa$ (a – konsoles garums) lielāka kā sijai bez konsolēm, bet maksimālā lieces momenta vērtība sijas vidū par lielumu $qa^2/2$ mazāka. Konsoļu garumu a racionāli izvēlies vienādu ar $\sqrt{2}/4$ daļām no sijas laiduma. Tādā gadījumā lieces momenti uz balstiem un sijas vidū būs vienādi un to vērtību nosaka izteiksme $M = ql^2/16$.



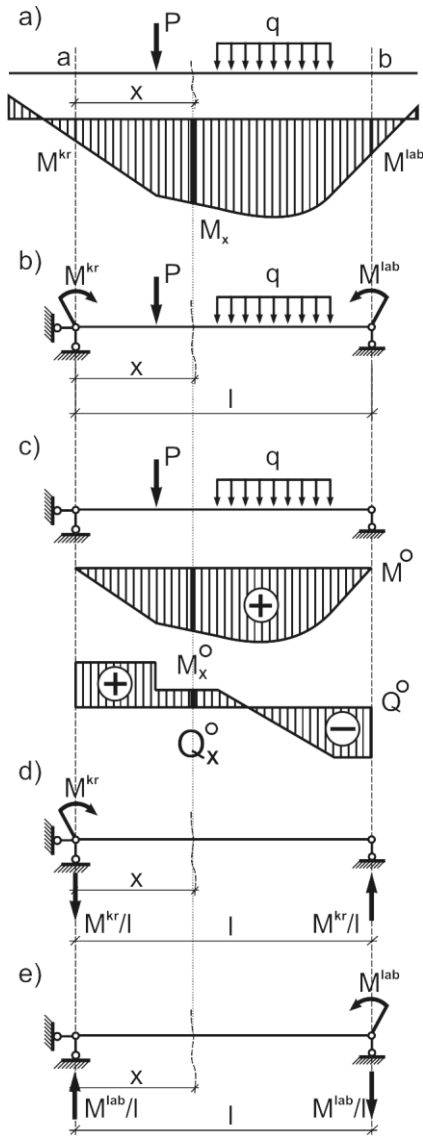
att. 3.14

Līdzīgā veidā slodze uz konsolēm iespaido maksimālās momentu vērtības arī locīklu siju gadījumā. Att. 3.14 parādīta lieces momentu epīratrīs laidumu locīklu sijai, kas slogota ar izkliedētu slodzi visā sijas garumā. Šajā gadījumā konsoļu garums jāņem mazāks kā vienlaiduma sijai iepriekšējā piemērā, jo atslogojošu iespaidu uz lieces momentiem pirmajā un trešajā (pamatsiju) laidumā atstāj ne tikai slodze, kas darbojas uz konsolēm, bet arī slodze, kas pielikta iekārtajai sijai.

Dažreiz, sevišķi aprēķinot statiski nenoteicamas sistēmas, var rasties nepieciešamība atrast lieces momenta vai šķērsspēka vērtību kāda sijas posma patvaļīgā šķēlumā, ja zināms, kādas ārējās slodzes darbojas šī posma robežās un kādas ir lieces momenta vērtības posma galos. Apskatīsim att. 3.15a parādīto sijas (vai jebkuras citas konstrukcijas) posmu ab uz kuru darbojas ārējā slodze un kura galos lieces momentam ir vērtības M^{kr} un M^{lab} .

Apskatīsim šo sijas posmu kā brīvi balstītu siju (att. 3.15b) uz kuru darbojas ārējā slodze un kuras galos ir pielikti momenti M^{kr} un M^{lab} . Pielietosim spēku darbības neatkarības (superpozīcijas) principu – spēku sistēmas darbības rezultāts ir vienāds ar sistēmas atsevišķo spēku darbības rezultātu summu un aprēķināsim iekšējās piepūles patvaļīgajā šķēlumā neatkarīgi no ārējās slodzes (att. 3.15c), lieces momenta posma kreisajā galā (att. 3.15d) un lieces momenta posma labajā galā (att. 3.15e). Iegūtos rezultātus pēc tam summēsīm.

Lieces momentam patvaļīgajā šķēlumā M_x :no ārējās slodzes



att. 3.15

$$M'_x = M_x^0,$$

no lieces momentiem M^{kr} un M^{lab}

$$M''_x = M^{kr} - \frac{M^{kr}}{l} x,$$

$$M'''_x = \frac{M^{lab}}{l} x$$

un summējot

$$M_x = M_x^0 + M^{kr} + \frac{M^{lab} - M^{kr}}{l} x.$$

Šķērsspēkam patvaļīgajā šķēlumā Q_x :

no ārējās slodzes

$$Q'_x = Q_x^0,$$

no lieces momenta M^{kr} un M^{lab}

$$Q''_x = -\frac{M^{kr}}{l}, \quad Q'''_x = \frac{M^{lab}}{l}$$

un summējot

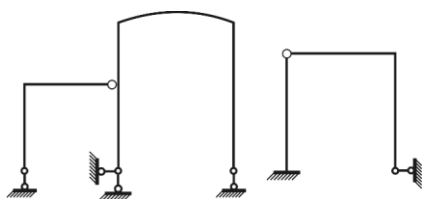
$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M^{lab} - M^{kr}}{l} x.$$

Jāatzīmē, ka pēdējo izteiksmi šķērsspēka noteikšanai varam iegūt arī atvasinot izteiksmi lieces momenta atrašanai, atbilstoši no materi-

ālu pretestības kursa zināmajai diferenciālajai sakarībai $Q = \frac{dM}{dx}$.

3.4. Statiski noteicamu rāmju aprēķins

Par rāmjiem sauc stieņu sistēmas, kas sastāv no taisniem vai atsevišķos gadījumos līkiem stieņiem, kuri savā starpā savienoti ar stingriem mezgliem vai locīklām (att. 3.16).



att. 3.16

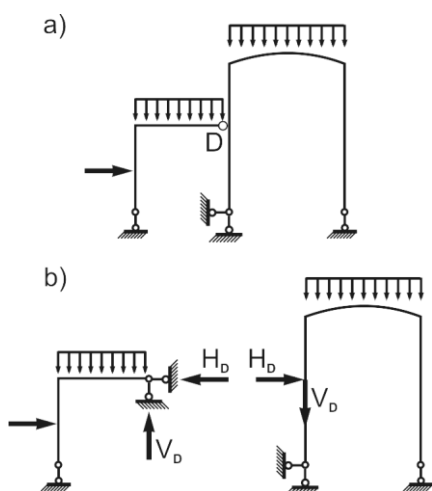
Atšķirībā no sijām, kurām vertikālas slodzes gadījumā šķēlumos rodas tikai divas iekšējās piepūles – lieces moments M un šķērsspēks Q , rāmja šķēlumos rodas arī aksiāls spēks N .

Šķērsspēku Q rāmim nosakām tieši tāpat kā sijai (skat. 21. lpp.). Lieces momenta aprēķins

atšķiras ar to, ka netiek fiksēts zīmju likums summējot spēku momentus un spēkpārus uz vienu pusi no šķēluma. Vienīgais nosacījums ir, ka lieces momentu epīra ir jāzīmē rāmja stieņu stieptajā pusē. Aksiāls spēku N atrodam pēc sekojoša likuma:

Aksiāls spēks N apskatāmajā šķēlumā skaitliski vienāds ar visu spēku, kas darbojas uz vienu pusi no šķēluma, projekciju uz asi, kas sakrīt ar stieņa asi, algebrisku summu. Tā spēka projekciju, kas cenšas stiept apskatāmo stieņa daļu, ņemam ar plus zīmi, ja spiest – ar mīnus zīmi.

Parasti iekšējo piepūļu noteikšana statiski noteicamam rāmim tiek veikta sekojošā secībā:



att. 3.17

1. Veicam sistēmas struktūras analīzi un pār-liecināmies, ka rāmis ir ģeometriski nemainīgs un statiski noteicams;
2. Nosakām balstu reakcijas un veicam to pār-baudi;
3. Izvēlamies šķēlumus, sastādām izteiksmes iekšējo piepūļu noteikšanai un konstruējam epīras;
4. Veicam pārbaudes uz iekšējo piepūļu un ārējo slodžu atbilstību.

Sarežģītu daudzlaidumu rāmju gadījumā, ja ir vēlēšanās, rāmja aprēķinam var veidot aprēķina secības shēmu, kas sarežģīta rāmja aprēķinu noved uz virknes vienkāršu rāmju aprēķinu, līdzīgi kā locīklu sijas gadījumā

(att. 3.17b). Tomēr jāņem vērā, ka sadalot rāmi sastāvdaļās, palielinās nosakāmo balstu reakciju skaits, kas ne vienmēr ir izdevīgi. Piemēram, att. 3.17a parādītajam rāmim jāatrod 4 balstu reakcijas, bet sadalītajam rāmim att. 3.17b par divām reakcijām vairāk (V_D un H_D). „Liekās” atrastās reakcijas tiek pieliktas nākošajam posmam kā ārējās slozdes, mainot to virzienu uz pretējo.

Piemērs 3.4. Uzkonstruēt rāmja (att. 3.18a) iekšējo piepūļu M , Q un N epīras.

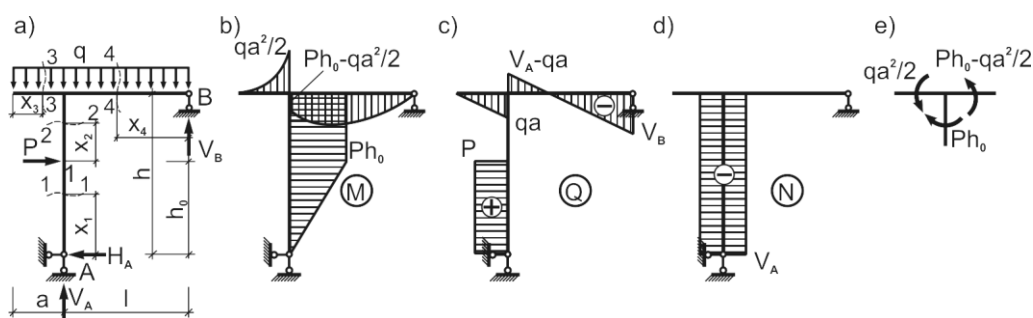
Atrisinājums. 1. Nosakām balstu reakcijas. Tās ir divi vertikāli (V_A , V_B) un viens horizontāls (H_A) spēks. No spēku līdzsvara vienādojuma uz horizontālu asi konstatējam, ka $H_A = P$ (reakcijas virziens atbilst att. 3.18a norādītajam). Sastādot momentu līdzsvara vienādojumus pret locīklām A un B, iegūstam

$$\sum M_A = Ph_0 + ql^2/2 - qa^2/2 - V_B l = 0,$$

$$\sum M_B = q(l+a)^2/2 + P(h-h_0) - H_A h - V_A l = 0.$$

No šiem vienādojumiem nosakām balstu reakciju vērtības V_A un V_B . Tās ir

$$V_A = (q(l+a)^2/2 - Ph_0)/l \quad V_B = (Ph_0 + ql^2/2 - qa^2/2)/l.$$



att. 3.18

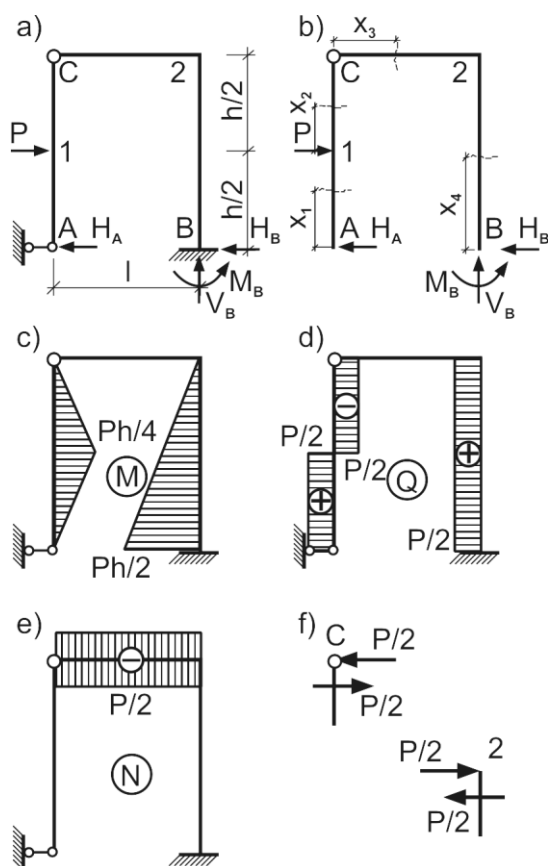
2. Konstruējot **lieces momentu** epīru izmantojam šķēlumu metodi. Stata posmā **A–1** lieces momenta vērtība jebkurā šķēlumā nosakāma atbilstoši sakarībai $M_{1-1} = H_A x_1 = P x_1$, kur x_1 – attālums no balsta A pirmā rāmja posma robežās var mainīties no 0 līdz h_0 . Šajā stata posmā stiepta ir stata labā puse un lieces momentu

epīra arī jākonstruē labajā pusē. Posmā **1–2** lieces momentu nosaka sakarība $M_{2-2} = H_A(x_2 + h_0) - Px_2 = Ph_0$. Tātad šai posmā lieces moments ir konstants lielums visā x_2 maiņas diapazonā no 0 līdz $h-h_0$. Rīģeļa konsoldaļas šķēlumā 3-3 lieces momentu nosaka sakarība $M_{3-3} = qx_3^2/2$ un tātad konsoles galā momenta vērtība ir **0**, bet mezglā 2 tā ir **$qa^2/2$** . Stiepta ir posma augšpuse, kur arī tiek attēlota epīra. Posmā **B-2** lieces moments nosakāms pēc sakarības $M_{4-4} = V_Bx_4 - qx_4^2/2$ (summējot momentus pa labi no šķēluma 4-4), kur koordināte x_4 mainās no 0 balstā B līdz vērtībai l mezglā 2. Līdz ar to lieces momenta vērtība balstā B ir 0 (neslogotā locīklveida balstā lieces moments vienmēr ir nulle), bet mezglā 2 tā ir $V_Bl - ql^2/2 = Ph_0 - qa^2/2$. Posma sākumā (balstā B) stiepto pusi nosaka balstu reakcijas V_B virziens. Pieņemot, ka reakcija ir vērsta uz augšu, stiepta ir stieņa apakšpuse. Izklīdētā slodze stiepj stieņa augšpusi un ja pie lielākām x_4 vērtībām lieces moments, kas aprēķināts pēc M_{4-4} izteiksmes maina zīmi, tad stiepta kļūst stieņa augšpuse un arī lieces momentu epīra jāattēlo stieņa augšpusē. Ja mezglā 2 izpildās sakarība $Ph_0 > qa^2/2$ tad ir stiepta stieņa apakšpuse, ja $Ph_0 < qa^2/2$, tad ir stiepta stieņa augšpuse. Tātad, ja spēka P iespaids ir lielāks kā izklīdētās slodzes q iespaids, tad ir stiepta stieņa apakšpuse. Šāds gadījums parādīts att. 3.18b redzamajā lieces momentu epīrā.

3. Zinot balstu reakcijas un ņemot vērā pielikto ārējo slodzi, **šķērsspēku epīru** konstruējam nosakot šķērsspēku vērtības vairākos tipiskos šķēlumos. Jebkurā rāmja posma **A-1** šķēlumā šķērsspēks ir pozitīvs un skaitliski vienāds ar horizontālo balsta reakciju H_A . To nosaka izteiksme $Q_{1-1} = H_A$, jo vienīgais spēks, kas darbojas perpendikulāri stieņa asij uz leju no šķēluma 1-1 ir horizontālā reakcija. Posmā 1-2 šķērsspēks arī ir konstants un skaitliski vienāds ar $Q_{2-2} = H_A - P$. Tā kā H_A ir vienāds ar P , tad posmā **1-2** šķērsspēks ir nulle. Konsoldaļā šķērsspēks mainās lineāri no vērtības **0** konsoles galā līdz vērtībai **$-qa$** mezglā 2 atbilstoši sakarībai $Q_{3-3} = -qx_3$, kur x_3 mainās no 0 līdz a . Saskaņā ar šķērsspēka zīmju likumu šai posmā šķērsspēks ir negatīvs. Rīģeļa posmā **2–B** šķērsspēku ērtāk aprēķināt summējot spēku projekcijas uz vertikālu asi pa

labi no šķēluma 4-4 atbilstoši sakarībai $Q_{4-4} - V_B + qx_4$, kur x_4 mainās no 0 līdz 1. Balstā B šķērsspēka vērtība sakrīt ar balsta reakciju V_B , ņemtu ar mīnus zīmi. Virzienā uz mezglu 2 šī vērtība palielinās par vērtību qx_4 , kur x_4 koordināte mainās no 0 balstā B līdz vērtībai 1 mezglā 2. Iegūtā šķērsspēku epūra attēlota att. 3.18c.

3. Šķēļot statū A–2 patvaļīgā vietā un summējot spēku projekcijas uz stieņa asi konstatējam, ka asspēks statā ir $N = -V_A$. Atkarībā no rāmja ģeometriskā un noslodzes parametru savstarpējām attiecībām asspēka vērtība var būt kā pozitīva, tā arī negatīva. Tātad stats var tikt stiepts vai spiests. Viegli pārlicināties, ka rāmja rīgelī ass spēki nerodas. Attiecīgā epūra redzama att. 3.18d.



att. 3.19

Svarīgi pārbaudīt, vai lieces momentu epūra mezglā 2 ir līdzsvarā. Izgriežot šo mezglu (att. 3.18e) un pieliekot atbilstošos lieces momentus (to virziens vienmēr vērsts no epūras puses cauri stieņa asij), konstatējam, ka lieces momentu, kuri darbojas uz stingro mezglu, summa ir vienāda ar nulli.

Piemērs 3.5. Uzkonstruēt piepūļu epūras att. 3.19a dotajam rāmim.

Atrisinājums. 1. Balstu reakciju noteikšana.

Sastādot momenta līdzsvara vienādojumu pret locīklu C rāmja kreisajai daļai iegūstam

$$H_A \cdot h - P \frac{h}{2} = 0$$

un līdz ar to esam noteikuši balsta A reakciju

$$H_A = \frac{P}{2}.$$

Izmantojot spēku līdzsvara nosacījumu uz horizontālo asi $\sum X = 0$, konstatējam, ka

$$H_B = \frac{P}{2}.$$

Tā kā vertikālās ass virzienā vērsts tikai viens spēks, t.i. balsta reakcija V_B , tad tā vērtība, atbilstoši līdzsvara vienādojumam $\sum Y = 0$, ir vienāda ar nulli.

Balsta momenta M_B vērtību nosakām sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret balstu B. Tā rezultātā iegūstam sakarību $M_B - P \cdot \frac{h}{2} = 0$, no kuras seko, ka

$$M_B = \frac{Ph}{2}.$$

*Svarīgi vērst uzmanību uz to, ka balstā B darbojas lieces moments un tā-
tad arī rāmja labais stats būs liekts.*

2. Izmantojot šķēlumu metodi, konstruējam **lieces momenta epīru**. Rāmja kreisajam statam epīru izdevīgi konstruēt izmantojot posmam A-1 sakarību $M_{1-1} = H_A \cdot x_1$, kur attāluma stieņa ass virzienā no posma sākuma līdz apskatāmajam šķēlumam x_1 (spēka H_A pleca) vērtība mainās diapazonā $0 \leq x_1 \leq h/2$, bet posmam 1-C sakarību

$$M_{2-2} = H_A \cdot \left(\frac{h}{2} + x_2 \right) - Px_2, \text{ kur } x_2 \text{ mainās diapazonā } 0 \leq x_2 \leq h/2 \text{ un tiek atskai-}$$

tīts no posma 1-C sākuma. Stienim A-1 stiepta labā puse. To nosaka balsta reakcija H_A . Tātad arī lieces momentu epīra jāattēlo stieņa labajā pusē.

Rāmja labajam statam lieces momentu nosaka analītiska sakarība $M_{4-4} = M_B - H_B \cdot x_4$, kur x_4 tiek atskaitīts no punkta B un mainās robežās no 0 līdz h . Stiepto pusi (kreiso) nosaka moments iespējumā, jo pie balsta B M_B vērtība ir $Ph/2$, bet moments, ko dod horizontālā reakcija ir nulle.

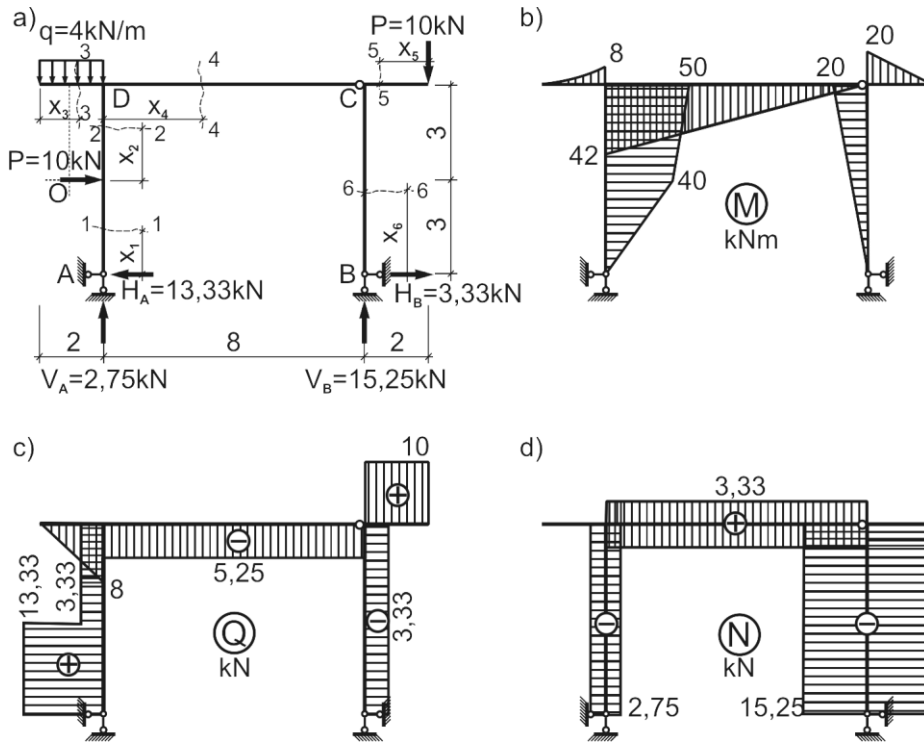
Jāatzīmē, ka rīģelis C-2 netiek liekts un lieces momenti tajā nerodas. Summējot spēku momentus pa kreisi no šķēluma 3-3 posmā C-2, iegūsim $M_{3-3} = H_A h - P \frac{h}{2} = 0$ ne-

atkarīgi no šķēluma atrašanās vietas. Tātad visos šī posma šķēlumos lieces moments ir nulle. Iegūtā lieces momenta epūra redzama att. 3.19c.

3. Arī šķērsspēka epūru konstruējam izmantojot šķēlumu metodi. Posmā A-1 uz leju no šķēluma 1-1 vienīgais spēks kas darbojas perpendikulāri stieņa asij ir balsta reakcija H_A . Tā kā šī reakcija pret šķēlumu 1-1 darbojas pulksteņa rādītāja kustības virzienā, tad rēķinot šķērsspēku tā jāņem ar plus zīmi. Līdz ar to šķērsspēks posmā 1-1 aprēķināms atbilstoši sakarībai $Q_{1-1} = H_A$. Tā kā koordināte x_1 iegūtajā izteiksmē neparādās, šķērsspēks visā pirmajā posmā ir konstants. Rēķinot šķērsspēku otrajā posmā uz leju no šķēluma 2-2 perpendikulāri stieņa asij darbojas divi spēki: pulksteņa rādītāja virzienā balsta reakcija H_A un pretī pulksteņa rādītāja virzienam slodze P . Līdz ar to šķērsspēka atrašanai otrajā posmā iegūstam sakarību $Q_{2-2} = H_A - P$. Arī otrajā posmā šķērsspēks ir konstants. Šķērsspēks trešajā posmā ir vienāds ar nulli, jo pa kreisi no šķēluma 3-3 (arī pa labi) nav neviena spēka kas darbotos perpendikulāri trešajam posmam. Ceturtajā posmā šķērsspēks ir vienāds ar balstu reakciju H_B un ir pozitīvs (reakcija H_B statū pret šķēlumu 4-4 griež pulksteņa rādītāja gaitas virzienā). Visā labajā statā šķērsspēks ir konstants, pozitīvs un skaitliski vienāds ar $P/2$. Šķērsspēka epūra rāmim redzama att. 3.19d.

4. Asspēka N noteikšanai rāmja stieņos arī izmantojam šķēlumu metodi. Pirmajā, otrajā un ceturtajā posmā uz leju no šķēlumiem 1-1, 2-2 un 4-4 nav neviena spēka, kas darbotos pa stieņa asi, tātad šie asspēki ir vienādi ar nulli. Trešajā posmā pa kreisi no šķēluma 3-3 pa stieņa asi darbojas spēks P un reakcija H_A . Aksiāls spēka lielumu nosaka sakarība $N_{3-3} = H_A - P = -P/2$, tātad šis posms ir spiests. Attiecīgā asspēka epūra parādīta att. 3.19e. Šķērsspēku un ass spēku pārbaudei varam izmantot mezglu izgriešanas metodi. Izgrieztajam mezglam pieliekam ass spēkus pareizos virzienos, tas ir no mezgla, ja stienis ir stiepts un uz mezglu, ja tas ir spiests. Šķērsspēkus pieliekam perpendikulāri atbilstošajiem stieņiem pulksteņa rādītāja kustības virzienā pret mezglu, ja šķērsspēks ir pozitīvs un pretī pulksteņa rādītāja virzienam, ja tas ir negatīvs. Pārbaudām projekciju līdzsvara vienādojumu izpildīšanos uz vertikālu un horizontālu asi (att. 3.19f).

Piemērs 3.6. Uzkonstruēt iekšējo piepūļu epīras att. 3.20a parādītajam rāmim.



att. 3.20

Atrisinājums. Pārliecināties, ka rāmis ir statiski noteicams un ģeometriski nemainīgs un nosakām balstu reakcijas:

$$\sum M_C^{palabi} = P \cdot 2 - H_B \cdot 6 = 0, \quad \rightarrow \quad H_B = 3,33 \text{ kN};$$

$$\sum X = P + H_B - H_A = 0, \quad \rightarrow \quad H_A = 13,33 \text{ kN};$$

$$\sum M_A = P \cdot 3 + P \cdot 10 - q \cdot 2 \cdot 1 - V_B \cdot 8 = 0, \quad \rightarrow \quad V_B = 15,25 \text{ kN};$$

$$\sum Y = q \cdot 2 + P - V_B - V_A = 0 \quad \rightarrow \quad V_A = 2,75 \text{ kN}.$$

Pārbaudei izvēlamies punktu O pret kuru izklaidētā slodze q un viens no spēkiem P nedod momentu, bet toties momentu dod visas iepriekš atrastās balstu reakcijas:

$$\sum M_O = P \cdot 11 + H_A \cdot 3 - H_B \cdot 3 - V_A \cdot 1 - V_B \cdot 9 = 0, \quad \rightarrow \quad 0 = 0.$$

Izvēlamies šķēlumus un konstruējam iekšējo piepūļu epīras. Šķēlumus 1-1, 2-2, 3-3 un 4-4 apskatām no kreisās puses, šķēlumus 5-5 un 6-6 izdevīgāk skatīt no labās puses.

Lieces momentu M epīru (att. 3.20b) konstruējam stieņu stieptajā pusē atbilstoši sakarībām:

$$M_{1-1} = H_A \cdot x_1, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_1 \leq 3;$$

(stiepta stieņa AD labā puse, stiepto pusi nosakām novērtējot kā atbilstošā spēka moments cenšas izlikt apskatāmo stieņa daļu attiecībā pret šķēlumu)

$$M_{2-2} = H_A \cdot (x_2 + 3) - P \cdot x_2, \quad 0 \leq x_2 \leq 3;$$

(stiepta stieņa AD labā puse)

$$M_{3-3} = -q \frac{x_3^2}{2}, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_3 \leq 8$$

(stiepta stieņa augšpuse)

$$M_{4-4} = H_A \cdot 6 + V_A \cdot x_4 - P \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot (x_4 + 1), \text{ja } 0 \leq x_4 \leq 8;$$

(stiepta stieņa DC apakšpuse)

$$M_{5-5} = -P \cdot x_5, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_5 \leq 2;$$

(stiepta stieņa augšpuse)

$$M_{6-6} = H_B \cdot x_6, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_6 \leq 6.$$

(stiepta stieņa BC kreisā puse)

Sastādot šīs sakarības ar plus zīmi ir ņemti to spēku momenti, kuri stiepj rāmja iekšpusi un ar mīnus – to spēku momenti, kuri stiepj ārpusi. Tā kā lieces momentu zīmju likuma izvēle ir brīva, tad katram rāmja posmam varētu arī izvēlēties savu likumu. Svarīgi tikai ievērot, lai lieces momenta epīra tiktu konstruēta stieņu stieptajā pusē.

Šķērsspēku Q epīru (att. 3.20c) konstruējam atbilstoši sakarībām:

$$Q_{1-1} = H_A, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_1 \leq 3;$$

$$Q_{2-2} = H_A - P, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_2 \leq 3;$$

$$Q_{3-3} = -q \cdot x_3, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_3 \leq 2;$$

$$Q_{4-4} = V_A - q \cdot 2, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_4 \leq 8;$$

$$Q_{5-5} = P, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_5 \leq 2;$$

$$Q_{6-6} = -H_B, \quad \text{ja} \quad 0 \leq x_6 \leq 6.$$

Konstruējot šķērsspēku epīru horizontālajiem stieņiem pozitīvās vērtības atliekam uz augšu, negatīvās uz leju. Vertikālajiem stieņiem varam patvaļīgi izvēlēties, kurā pusē atlikt pozitīvās un kurā negatīvās šķērsspēku vērtības. Tomēr būtu lietderīgi visiem stieņiem pieturēties pie viena likuma. Šķērsspēku epīrā atšķirībā no momentu epīras noteikti jānorāda šķērsspēka zīme.

Asspēku N epīru (att. 3.20d) konstruējam atbilstoši sakarībām:

$$\begin{aligned} N_{1-1} &= -V_A, & \text{ja} & & 0 \leq x_1 \leq 3; \\ N_{2-2} &= -V_A, & \text{ja} & & 0 \leq x_2 \leq 3; \\ N_{3-3} &= 0, & \text{ja} & & 0 \leq x_3 \leq 2; \\ N_{4-4} &= H_A - P, & \text{ja} & & 0 \leq x_4 \leq 8; \\ N_{5-5} &= 0, & \text{ja} & & 0 \leq x_5 \leq 2; \\ N_{6-6} &= -V_B, & \text{ja} & & 0 \leq x_6 \leq 6. \end{aligned}$$

Aksiāls spēku vērtības pieņemts atlikt simetriski uz abām pusēm no stieņa ass, parādot arī asspēku zīmes.

Visas epīras jāiesvītro perpendikulāri tā stieņa asij uz kuru tās attiecas.

Piemērs 3.7. Uzkonstruēt rāmja (att. 3.21) piepūļu epīras izmantojot aprēķina secības shēmu.

Atrisinājums. 1. Ar šķēlumu locīklā D sadalām rāmi divās daļās. Labā no tām veido pamatdaļu (līdzīgi kā locīklu sijās), bet kreisā papilddaļu (att. 3.21b).

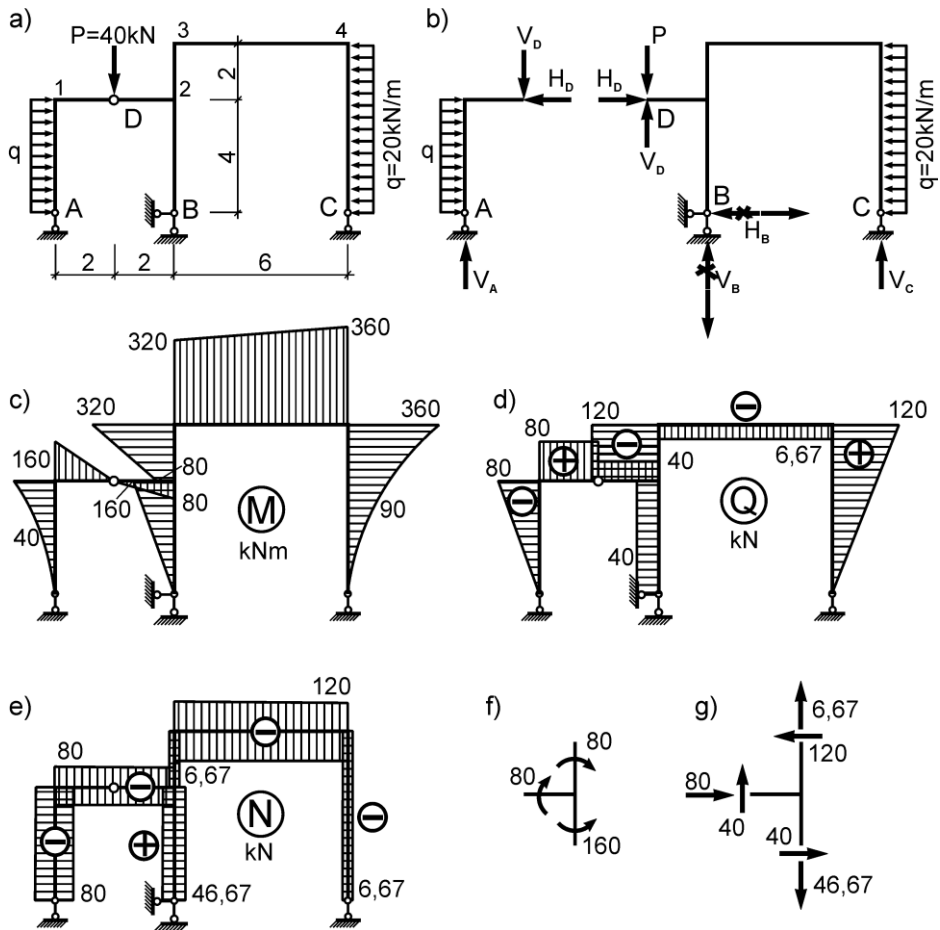
No līdzsvara vienādojuma $\sum M_D^{kr.} = 0$ nosakām balsta A vertikālo reakciju. Līdzsvara vienādojums izvērstā veidā ir:

$$20 \cdot 4 \cdot 2 - V_A \cdot 2 = 0 \text{ un, tātad, } V_A = 80 \text{ kN.}$$

No projekciju vienādojumiem uz X un Y asīm iegūstam

$$\sum X = 20 \cdot 4 - H_D = 0 \quad \text{un} \quad \sum Y = V_A - V_D = 0.$$

Līdz ar to $H_D = 80 \text{ kN}$ un $V_D = 80 \text{ kN}$.



att. 3.21

Iegūtās reakciju H_D un V_D vērtības pieliekam rāmja labajai, tātad pamatdaļai kā slodzi, mainot to virzienus uz pretējiem, (sk. att. 3.21b). No līdzsvara vienādojumiem nosakām balstu reakcijas:

$$\sum M_B = H_D \cdot 4 + (V_D - P) \cdot 2 - \frac{q \cdot 6^2}{2} - V_C \cdot 6 = 0, \quad V_C = 6,67 \text{ kN};$$

$$\sum X = H_D - H_B - 20 \cdot 6 = 0, \quad H_B = -40 \text{ kN};$$

$$\sum Y = V_B + (V_D - P) + V_C = 0, \quad V_B = -46,67 \text{ kN}.$$

Aprēķini rāda, ka balstu reakciju V_B un H_B virzieni nesakrīt ar pieņemtajiem un tie jānomaina uz pretējiem.

2. Konstruējam iekšējo piepūļu epīras. Liekto stienņu lieces momentu ordinātu vērtības

tiek atliktas stieptās šķiedras pusē un līdz ar to nav nepieciešams šīm vērtībām pievienot zīmi. Šķērsspēkiem un asspēkiem zīmes nepieciešamas.

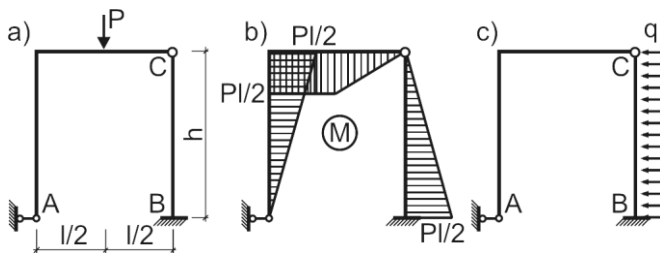
Asspēku pieņemts uzskatīt par pozitīvu, ja stienis konkrētajā šķēlumā tiek stiepts.

Divos rāmja posmos – kreisajā un labajā statā – lieces momentu ordinātu noteikšanai izmantojam sakarību $M_x = qx^2 / 2$. Šais posmos epīrai ir kvadrātiskas parabolas raksturs. Pārejos rāmja posmos M epīrai ir lineārs raksturs un tā tiek konstruēta izmantojot momenta vērtības posmu galos.

Piepūļu M, Q un N epīras redzamas att. 3.21c,d,e.

Pēc tam, kad ir iegūtas piepūļu epīras, ir nepieciešams veikt to statisko pārbaudi. Šai nolūkā ir jāizgriež attiecīgie mezgli, šķēlumos jāpieliek iekšējās piepūles un jānovērtē mezglu līdzsvars. Tā, piemēram, izgriežot mezglu 2, kurā saiet trīs stieņi lieces momentu līdzsvara pārbaudei iegūstam att. 3.21f parādīto piepūļu sistēmu. Tā ir līdzsvarā. Att. 3.21g parādītajam mezglam ir pielikti šķērsspēki un asspēki un var tikt pārbaudīts to līdzsvars.

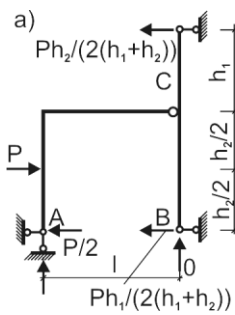
Veicot piepūļu M un Q epīru konstruēšanu vizuāli jākontrolē to saderība. Tā posmos, kur nedarbojas izkliedēta slodze, M epīrai ir lineārs raksturs, bet šķērsspēka epīra ir konstanta. Vienmērīgi izkliedētas slodzes posmos lieces moments mainās pēc kvadrātiski paraboliska likuma, bet šķērsspēka epīras ordinātas ierobežo slīpa taisne, krustojot stieņa asi punktā, kurš atbilst ekstremālai lieces momenta vērtībai. Šķēlumos, kur pielikti koncentrēti spēki, M epīrai – lūzums spēku darbības virzienā, Q epīrai – lēcienš par spēka lielumu (ja spēks perpendikulārs stieņa asij).



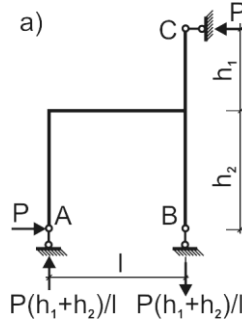
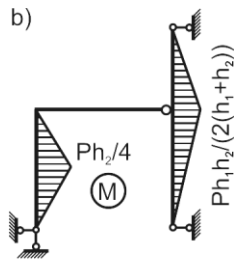
att. 3.22

Uzdevums 3.1. Pamatot att. 3.22a parādītā rāmja momentu epīru (att. 3.22b) uzdotās slodzes gadījumā. Noteikt balstu reakcijas un uzkonstruēt šķērsspēku un asspēku epīras. Uzkon-

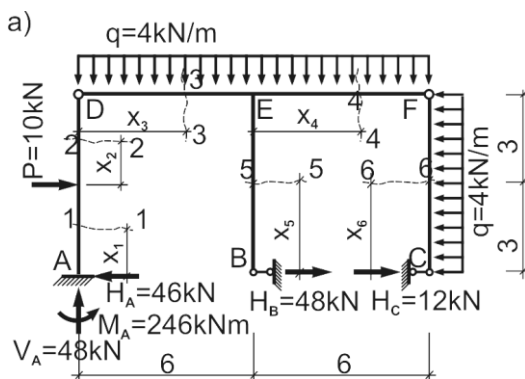
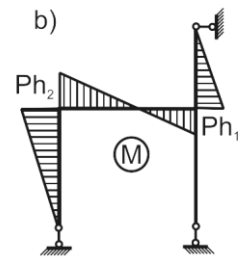
struēt M, Q un N epīras slodžu gadījumam, kurš parādīts att. 3.22c.



att. 3.23



att. 3.24

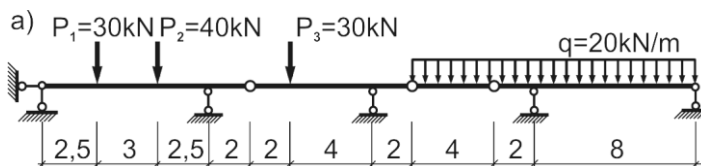


att. 3.25

Uzdevums 3.2. Pamatot att. 3.23a parādīto rāmja momentu epīru (att. 3.23b) uzdotās slodzes gadījumā. Noteikt balstu reakcijas un uzkonstruēt šķērsspēku un asspēku epīras.

Uzdevums 3.3. Pamatot att. 3.24a parādīto rāmja momentu epīru (att. 3.24b) uzdotās slodzes gadījumā. Noteikt balstu reakcijas un uzkonstruēt šķērsspēku un asspēku epīras.

Uzdevums 3.4. Uzkonstruēt M , Q un N epīras att. 3.25 dotajam rāimim.



att. 3.26

Uzdevums 3.5. Uzkonstruēt iekšējo piepūļu epīras att. 3.26 redzamajai sijai.

4. PLAKANU STATISKI NOTEICAMU KOPŅU APRĒĶINI

No monolītu siju aprēķiniem lieces gadījumā normālspriegumus nosaka sakarība

$$\sigma = \frac{yM}{W}. \text{ Šī sakarība liecina par to, ka liektas sijas gadījumā tikai neliela daļa no da-}$$

rinājuma uzņem projektētās piepūles. Tiešām, spriegums mainās proporcionāli lieces momentam, bet tas kā zināms, ir mainīgs lielums un maksimālās vērtības sasniedz tikai atsevišķos šķēlumos. Savukārt arī šķēlumā ekstremālās sprieguma σ vērtības tiek sa-
sniegtas tikai sijas malējās šķiedrās. Līdz ar to nonākam pie secinājuma, ka lielākā sijas materiāla daļa tiek noslogota daļēji.

Citāda aina ir dažādu konstrukciju stieņos, kuri tiek stiepti vai spiesti ar konstantu ass spēku. Šai gadījumā spriegumus nosaka sakarība $\sigma = P/A$ un to lielums ir konstants gan visā stieņa šķēlumā, gan arī visos šķēlumos. Tātad šie spriegumi vienlaicīgi var sasniegt savas robežvērtības visos stieņa punktos vienlaicīgi.

Acīmredzot, no materiāla maksimālas izmantošanas viedokļa racionālas ir nesošas konstrukcijas, kurās to elementi pakļauti stiepei vai spiedei.

Kā lieces iespaida samazināšanas piemēru var minēt kuģu mastu nostiprinājumu ar tro-
sēm dažādos mastu augstumos. Tas samazina izlieces un novērš lieces momentu kon-
centrāciju vienā šķēlumā. Liela laiduma liektu elementu (piem., tiltu) atslodšanai iz-
manto slīpi orientētus atgāžņus.

Loģiska ir vēlme radīt konstrukcijas, kurās pilnībā izslēgta liece. Lai to realizētu, jāno-
drošina sekojoši nosacījumi:

- atsevišķu stieņu galu savienojumam jābūt locīklveida ar brīvu kustību ap locīklas centru, stieņu asīm jāiet caur locīklu centru;
- ārējiem spēkiem jābūt pieliktiem tikai stieņu savienojumu vietās (locīklās);
- stieņiem jābūt taisniem.

No pirmā nosacījuma seko, ka stieņu piepūles iet caur locīklu centriem.

No otrā nosacījuma seko, ka uz katru stieni tā galos darbojas tikai divi spēki. Lai šie

spēki būtu līdzsvarā, tiem jābūt vienāda lieluma un pretēji vērstiem. Šādi spēki var stieni tikai stiept vai spiest.

Ģeometriski nemainīgu taisnu stieņu sistēmu, kuras elementi galos savā starpā savienoti ar locīklām, sauc par **kopni**. Kopņu pielietojuma diapazons ir visai plašs un daudzveidīgs. Rūpniecības ēku pārsegumi, liela laiduma angāri (120–150 m, tilti, ceļamkrāni ar 40 un vairāk tonnu celbspēju, ekskavatoru strēles, elektropārvadus un trošu ceļu balsti, torņi un masti (~200m) ir tikai daļa no plašā kopņu pielietojuma klāsta.

4.1. Kopņu aprēķinu shēma

Kopņu aprēķina pirmais etaps ir mezglu slodžu noteikšana. Pēc tam nosakām piepūles kopnes stieņos. Piepūļu noteikšanai tiek izmantotas analītiskās vai skaitliskās metodes. Analītiskā aprēķina gadījumā tiek lietotas mezglu izgriešanas, šķēluma u.c. kā arī ietekmes līniju sloģošanas metodes. Veicot kopnes aprēķinu ieteicams noteikt piepūles stieņos no katra slodzes veida atsevišķi. Tādā veidā noteiktās piepūles stieņos var tikt izmantotas neizdevīgākā slodzes stāvokļa prognozēšanai. Tā, piemēram, atsevišķi tiek noteiktas piepūles šādu slodžu gadījumos:

- pastāvīga slodze (lietderīgā slodze, pašsvars, kopnes balstāmo konstrukciju slodze);
- sniega slodze; dažreiz sniega slodze darbojas tikai uz vienu kopnes pusi un var atsevišķos stieņos izraisīt lielākas piepūles nekā pilnas sniega noslodzes kopnē;
- vēja slodze atsevišķi no kustīgā un nekustīgā locīklu balsta puses, pie kam aprēķinos tiek ņemta vērā neizdevīgākā slodze.

Pēc tam, kad ir noteikta atbilstoši iepriekš izklāstītajam neizdevīgākā slodžu kombinācija, tiek veikta kopnes stieņu racionālo šķērsgriezumu izvēle. Šķērsgriezumu izvēle tiek veikta atbilstoši materiālu pretestības metodēm. Šeit atzīmēsim tikai dažus apsvērumus par spiestu stieņu aprēķina garumu veicot to pārbaudi pie garenlieces.

Ja kopņu mezgli būtu ideālas locīklas, tad stieņu aprēķinu garums būtu vienāds ar attālumu starp mezglu centriem. Patiesībā kopnes stieņu gali savā starpā savienoti ar mezglveida ieliktniem un mezglu pagriezieniem būtisku pretestību rada mezglā saejo-

šie stieņi, tādā veidā aizkavējot spiesto stieņu brīvu izlieci. Sakarā ar to, nosakot spiestā stieņa aprēķina garumu, tas ir jāsaīsina (jāņem mazāks) salīdzinot ar stieņa ģeometrisko garumu, ņemot vērā abiem stieņu galiem piegulošo stieņu skaitu un relatīvo stingrību.

Spiestās joslas stienim šādu korekciju var neveikt, jo tam pieguļ ne vairāk kā viens stiepts atgāznis katrā tā galā, pie tam stieptā atgāžņa relatīvā stingrība ir būtiski mazāka kā joslas stieņu relatīvā stingrība. Līdz ar to spiestās joslas stieņu aprēķina garums tiek pieņemts vienāds ar šī stieņa ģeometrisko garumu. Toties kopnes plaknē režģa (atgāžņi, stati) spiesto stieņu aprēķina garums tiek pieņemts 0,8 no to ģeometriskā garuma.

Pārbaudot spiestos stieņus uz garenlieci plaknē, kura perpendikulāra kopnes plaknei gan spiestās joslas, gan arī režģa stieņiem, aprēķina garums tiek pieņemts vienāds ar ģeometrisko stieņu garumu.

Ja uz kopnes stieni darbojas vietējā slodze, t.i. tāda, kura darbojas starp mezgliem, tad aprēķinā tiek ievērtēts kā šī stieņa ass spēks, tā arī lieces moments.

4.2. Būves patiesais un teorētiskais darbs

Reālā būve aprēķinu gaitā tiek aizstāta ar tās aprēķinu shēmu, kura tiek veidota ievēdot virkni papildus hipotēžu par būves struktūras elementiem, to savstarpējo novietojumu un sastiprinājumiem, deformēšanās raksturu. Tā, piemēram, telpiskās sistēmas, kādas patiesībā ir visas būves, tiek sadalītas plakanās konstrukcijās; kopnes tiek uzskatītas par stieņu sistēmām, kuru elementi savā starpā savienoti ar ideālām locīklām, tādā veidā nodrošinot iespēju stienim vienam pret otru brīvi pagriezties; rāmjos gluži pretēji tiek pieņemts, ka mezgla konstrukcija pilnībā nodrošina tā stingrību un sloģojuma gaitā tie nemainās.

Kaut arī šāda veida pieņēmumi ir nepieciešami, lai vienkāršotu aprēķinus, lasītājam tomēr jāatceras, ka būves faktiskais darbs lielā mērā atšķiras no teorētiskā darba, kura pamatā ir tā vai cita aprēķina shēma.

Pievērsīsimies dažiem reālās kopnes darba aspektiem.

Pieņēmums par ideālām kopnes locīklām nosaka, ka visi kopņu stieņi uzņem tikai ass spēkus – stiepi vai spiedi. Patiesība kopnes mezgli tiek izveidoti ar kniedētu vai meti-

nātu uzliku palīdzību kā rezultātā leņķi starp atsevišķiem stieņiem nevar brīvi mainīties. Kopējās kopnes deformācijas dēļ, tās atsevišķie stieņi tiek ne tikai stiepti vai spiesti, bet arī liekti. Lieces dēļ stieņos rodas papildus spriegumi, kurus sauc par spriegumiem no mezglu stinguma. Jo mazākas kopnes izlieces un gludāka izlieču līkne, jo vairāk reālie spriegumi stieņos sakrīt ar teorētiskajiem un mazāki ir papildus spriegumi no mezglu stinguma. Tādēļ vienkāršu režģu gadījumos – atgāžņveida, trīsstūrveida bez statiem un pusatgāžņu, spriegumi no mezglu stingrības ir mazāki kā kopnēs ar statiem un šprengeljiem.

Papildus spriegumi ir atkarīgi arī no stieņu padevīguma: jo padevīgāki stieņi, jo kopnes darbs mazāk atšķiras no locīklveida sistēmas darba un papildus spriegumi ir mazāki. Tādēļ tiek rekomendēts ierobežot stieņu šķērsriezuma lineāros izmērus (ne vairāk kā $1/10$ no aprēķina garuma). Būtiskus papildus spriegumus rada neprecīzi centrēti mezgli. Gadījumos, kad stieņu asis nekrustojas mezglu centros, šajos mezglos rodas lieces momenti un tiem atbilstošie papildus spriegumi. Tie sevišķi bīstami spiesti stieņiem. Nepareiza stieņu centrēšana samazina kopnes stingrību un stiprību. Veicot kopņu aprēķinus, parasti netiek ievērtēti vairāki faktori, kuriem dažreiz ir būtiska nozīme. Tā, piem., stieņu šķērsriezuma straujas formas izmaiņas vietās vai arī vājinājumu vietās, ko veido caurumi (kniedēm, bultām u.t.t. veidojas lokāli spriegumi (to koncentrācija).

Parasti veicot aprēķinus tiek pieņemts, ka uz konstrukciju darbojas vienreiz pielikta slodze, kaut gan bieži vien ir vērojama atkārtota konstrukcijas noslodze, kas izraisa materiāla nogurumu.

Aprēķinos netiek ņemts vērā slodzes ilglaicības faktors. Šim faktoram ir būtiska nozīme konstrukcijās, kuras veidotas no materiāliem ar izteiktām šļūdes īpašībām. Tādi ir betons, koks, metāls pie paaugstinātām temperatūrām u.c. Šie materiāli pat pastāvīga sprieguma gadījumā iegūst laikā pieaugošas deformācijas, t.i. tek. Gadījumā, ja materiāla deformācijas konstruktīvā ceļā tiek ierobežotas, notiek spriegumu samazināšanās laikā atbilstoši noteiktam likumam. Šo parādību sauc par spriegumu relaksāciju.

Minētie faktori rada papildus – blakus spriegumus, kuri sadarbībā ar pamatspriegumiem var pārsniegt elastības robežu.

Augstāk minēto faktoru klātbūtnes un iespaida novērtēšanai uz darinājuma patieso darbu nepieciešami eksperimentāli pētījumi kā laboratorijas, tā arī dabīgos apstākļos. Sistemātiski eksperimentāli un teorētiski pētījumi ļauj iegūt aizvien precīzākus datus par to vai citu faktoru iespaidu un šī iespaida ievērtēšanu konstrukcijas aprēķinā.

Jaunu materiālu un konstrukciju elementu veidu ieviešana būvpraksē izvirza arvien jaunas problēmas konstrukciju deformatīvo un stiprības īpašību prognozēšanai.

4.3. Vispārīgi jēdzieni

Par kopni sauc sistēmu, kas sastāv no taisniem, galos savienotiem stieņiem.

Savienojuma vietas sauc par **mezgliem**. Mezgļi parasti ir stingi – metināti vai kniedēti. Kopņu uzdevums ir tāds pats kā sijām – pārsegt vērā ņemamus laidumus pie tam dodot iespēju taupīt materiālu, tā kā sijās tas tiek izmantots neracionāli. Kopnes vienmēr ir vieglākas par atbilstošām sijām pie uzdotas slodzes un laiduma (attāluma starp balstiem).

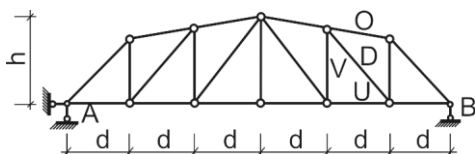
Mezglus, kas pārnēs slodzi uz balstiem, sauc par balsta mezglēm, pārējos — par starpmezgliem. Katrs kopnes stienis savieno divus mezglus. Stieņi, kuri ierobežo kopnes kontūru no augšas, veido kopnes **augšējo joslu**, bet stieņi, kuri ierobežo kopnes kontūru no apakšas, **apakšējo joslu**. Stieņus, kas atrodas starp augšējo un apakšējo joslu, sauc par **režģi**. Režģa stieņi saista abas joslas. Režģa vertikālos stieņus sauc par **statiem**, bet slīpos — par **atgāžņiem**. Atgāžņus iedala uz centru krītošos un uz centru augošos.

Attālumu starp kopnes balstu locīklu centriem sauc par **laidumu**. Attālumu starp joslas blakus mezglēm sauc par **paneļa garumu**. Vislielāko attālumu starp kopnes augšējo un apakšējo joslu sauc par **kopnes augstumu**. Laidumu apzīmē ar burtu **l**, paneļa garumu — ar **d**, kopnes augstumu — ar **h** (att. 4.1).

Izšķir telpiskas un plakanas kopnes. Plakanās kopnes kā atsevišķa konstrukcija praksē sastopamas reti. Telpisku sistēmu izveido, savienojot plakanas kopnes ar saitēm. Aprēķinot telpisku sistēmu, kas sastāv no plakanām kopnēm, parasti pieņem, ka katra kopne darbojas atsevišķi. Šeit aplūkosim tikai plakanas kopnes.

Nosakot piepūles kopnes stieņos tiek izmantotas sekojošas **izejas hipotēzes**:

1. **stieņi galos savā starpā savienoti ar ideālām locīklām.** Pētījumi rāda, ka papildus spriegumi, kurus rada stingie savienojumi pietiekami slaidiem stieņiem nav būtiski, jo sastāda tikai dažus procentus no spriegumiem locīklveida kopnēs.
2. **visa slodze pielikta tikai kopnes mezglos (arī pašsvars).** Pamatojoties uz šo un iepriekšējo pieņēmumu visos kopnes stieņos ir iespējama tikai ass stiepe vai spiede (vienīgā iespējamā iekšējā piepūle ir aksiāls spēks N).
3. **kopnei deformējoties locīklu pārvietojumi ir tik mazi, ka tos var neņemt vērā attiecībā uz kopnes formas maiņu.** Tas dod iespēju pielietot kopnēm spēku darbības neatkarības principu.



att. 4.1

Sijās normālie spriegumi sadalās nevienmērīgi pa tās augstumu, tāpēc arī siju nestspēja tiek izmantota nepilnīgi. Turpretī kopnēs centriski spiesto vai stiepto stieņu spriegumi visā šķēlumā un visos viena

stieņa šķēlumos ir vienādi, līdz ar to stieņu materiālu var izmantot maksimāli ekonomiski. Tādēļ arī kopnes ir vieglākas par sijām, it sevišķi pie lieliem laidumiem.

Kopnes var balstīties uz diviem vai vairāk balstiem. Vairumam kopņu ir divi balsti, no kuriem viens ir nekustīgs locīklu balsts, otrs — kustīgs locīklu balsts.

Kopnes izmanto ēku jumtos, stāvu pārsegumos, karkasos, tiltos, celtņos, torņos un citās konstrukcijās. Visbiežāk tās izgatavo no tērauda vai dzelzsbetona.

4.4. Kopņu klasifikācija

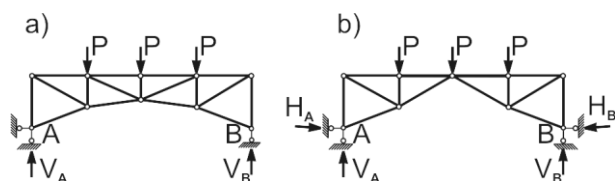
Daudzveidīgās kopņu sistēmas iedala atsevišķos tipos pēc dažādām pazīmēm.

Pēc balstu reakciju virziena vertikālas slodzes gadījumā izšķir kopnes bez balstbīdes jeb siju kopnes (att. 4.2a) un kopnes ar balstbīdi jeb loku kopnes (att. 4.2b). Pie balstbīdes kopnēm pieder arī iekārtās kopnes.

Pēc joslu veida izšķir **paralēlo joslu** (att. 4.3a,b,c), **trīsstūrveida** (att. 4.3d), **trape-**

veida (att. 4.3e) un **daudzstūrveida** kopnes.

Ja daudzstūrveida kopnei vienas joslas vai abu joslu mezgli atrodas uz parabolās (att. 4.3f), to sauc arī par **parabolisko** kopni.

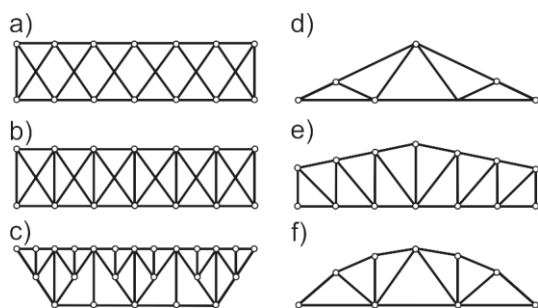


att. 4.2

Paralēlo joslu kopnes tiek lietotas tiltiem, estakādēm, tilta celtņu sijām. Trīsstūrveida un trapecveida kopnes galvenokārt izmanto ēku jumtos. Liela laiduma tiltos un ēku jumtos lieto daudzstūrveida kopnes.

Pēc režģa veida izšķir kopnes ar **vienkāršu režģi** un kopnes ar **saliktu režģi**. Pie vienkārša režģa kopnēm pieder kopnes ar trīsstūra režģi, kurām viena virziena atgāžņi mainās ar cita virziena atgāžņiem (att. 4.3d), kopnes ar trīsstūra režģi un papildstatiem (att. 4.3f), kopnes ar atgāžņu režģi, kurām atgāžņi novietoti pārmaiņus ar statiem, pie tam atgāžņi var būt uz vidu krītoši (att. 4.3e) vai uz vidu kāpjoši (att. 4.1) un kopnes ar pusatgāžņu režģi (K veida režģi), kurām panelī viena atgāžņa vietā ir divi īsāki atgāžņi (att. 2.13).

Saliktu režģi iegūst, kombinējot divus vai vairākus vienkāršus režģus. Rombisko kopni (att. 4.3a) iegūst no diviem trīsstūra režģiem, krusta kopni (att. 4.3b) iegūst no diviem atgāžņu režģiem.



att. 4.3

Ja trijstūra režģa vai atgāžņu režģa kopni papildina ar īsiem atgāžņiem un statiem (šprengējiem), kas slogotās joslas pusē paneli sadala divās vai vairākās daļās, tad kopni sauc par **šprengļu kopni** (att. 4.3c). Šprengļi, tāpat kā papildstati kopnēs ar trīsstūra režģi, uzņem tikai vietējo slo-

dzi, kas pielikta tā panela robežās, kurā šie papildu elementi atrodas.

Bez minētajiem iespējami arī citi, mazāk tipiski režģu veidi.

4.5. Kopņu ģeometriskā struktūra

Lai kopni varētu lietot celtniecības konstrukcijās, tai jābūt ģeometriski nemainīgai. Par to jāpārliciecinās pirms uzsākt piepūļu aprēķinus. Kopnēm var iegūt speciālas formulas sistēmas kustības brīvības pakāpes vai mainīguma pakāpes aprēķināšanai pieņemot, ka katrs kopnes stienis ir disks.

Apzīmēsim disku (stieņu) skaitu kopnē ar S , mezglu skaitu — ar M , atbalsta stieņu skaitu — ar S_{atb} . Tā kā katrs stienis savieno divas locīklas, tad kopējais locīklu skaits (ievērojot, ka tās ir saliktas) ir $2S - M$.

Pēc formulas $W = 3D - 2L - S_{atb}$, kura nosaka ar zemi saistītas sistēmas kustības brīvības pakāpi, ņemot vērā, ka $D = S$ un $L = 2S - M$ iegūstam kustības brīvības pakāpi ar zemi saistītai kopnei

$$W = 3S - 2(2S - M) - S_{atb} = 2M - S - S_{atb},$$

bet kopnei, kura nav saistīta ar zemi mainīguma pakāpe

$$I = 2M - S - 3.$$

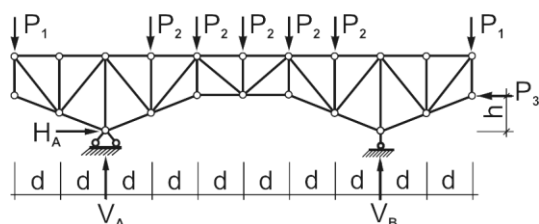
Tomēr ģeometriskā nemainīguma pārbaudi labāk izdarīt izmantojot plakānu stieņu sistēmu struktūranalizē izklāstīto metodiku, tas ir, izdalot no kopnes ģeometriski nemainīgas daļas un ņemot tās par paplašinātiem diskiem. Šajā gadījumā disku skaits būs daudz mazāks un struktūranalīzi veikt būs daudz vieglāk.

4.6. Kopnes analītiskais aprēķins

Balstu reakcijas un iekšējās piepūles visos kopnes stieņos nosaka no statikas līdzsvara vienādojumiem, kurus var uzrakstīt gan projekciju, gan momentu vienādojumu veidā.

Balstu reakciju aprēķins.

Siju kopnēm nekustīgā balsta reakcijas horizontālo komponenti aprēķina no vienādojuma $\sum X = 0$, bet balstu reakciju vertikālās komponentes aprēķina tāpat kā divbalstu sijām, t. i., no vienādojumiem $\sum M_A = 0$ un $\sum M_B = 0$ un pārbauda ar vienādojumu $\sum Y = 0$.



att. 4.4

Kā piemēru balstu reakciju aprēķināšanai apskatīsim kopni (att. 4.4), uz kuru darbojas vertikāla un horizontāla slodze.

No nosacījuma $\sum X = 0$ balsta A reakcijas horizontālā komponente $H_A = P_3$. Reakcija ir pozitīva, tātad

tā darbojas pieņemtajā virzienā.

Lai atrastu vertikālās reakcijas sastādām momentu vienādojumus pret balstiem A un B:

$$\sum M_A = -P_1 \cdot 2d + P_2 \cdot (d + 2d + 3d + 4d + 5d) + P_1 \cdot 8d - P_3 \cdot h - V_B \cdot 6d = 0,$$

no kurienes

$$\begin{aligned} V_B &= (-P_1 \cdot 2d + P_2 \cdot (d + 2d + 3d + 4d + 5d) + P_1 \cdot 8d - P_3 \cdot h) / 6d = \\ &= P_1 + 2,5P_2 - P_3 \cdot h / 6d; \end{aligned}$$

$$\sum M_B = -P_1 \cdot 2d + P_2 \cdot (d + 2d + 3d + 4d + 5d) + P_1 \cdot 8d + P_3 \cdot h - V_A \cdot 6d = 0,$$

no kurienes

$$\begin{aligned} V_A &= (-P_1 \cdot 2d + P_2 \cdot (d + 2d + 3d + 4d + 5d) + P_1 \cdot 8d + P_3 \cdot h) / 6d = \\ &= P_1 + 2,5P_2 + P_3 \cdot h / 6d. \end{aligned}$$

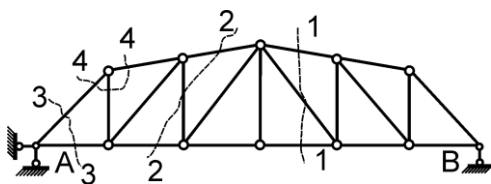
Pārbaudei varam ņemt spēku projekciju summu uz vertikālu asi, vai, ja gribam pārbaudīt ietvert arī horizontālo reakciju varam izmantot momentu vienādojumu pret kādu izdevīgu punktu.

Ja uz kopni darbojas slīpi vērsti spēki, tad tos vispirms aizstāj ar to vertikālajām un horizontālajām komponentēm.

Stieņu piepūļu noteikšanas analītiskās metodes

Lai aprēķinātu piepūles kopnes stieņos izmanto šķēlumu metodi - atšķel kādu kopnes daļu (vai atsevišķu mezglu) un apskata šīs daļas līdzsvaru ārējo spēku un iekšējo piepū-

ļu darbības rezultātā. Piepūles, kuras darbojas šķēlumā, aizstāj atmetās kopnes daļas iedarbību uz apskatāmo daļu.



att. 4.5

Piepūles attēlo vērstas prom no mezgla, t. i., pieņem, ka visi stieņi ir stiepti. Ja aprēķinot iegūst pozitīvu piepūles vērtību, tad stienis ir stiepts, bet, ja iegūst negatīvu vērtību, tad piepūles faktiskais virziens ir pretējs pieņemtajam un stienis ir spiests.

Šķēlumi, projekciju asis un momentpunkti pēc iespējas jāizvēlas tā, lai katrs līdzsvara vienādojums saturētu tikai vienu nezināmu piepūli un nebūtu jārisina vienādojumu sistēma ar vairākiem nezināmajiem.

Šķēlumus var izvēlēties tādus, lai sadalītu kopni divās daļās, pēc iespējas pārgriežot ne vairāk kā trīs stieņus (šķēlumi 1-1 un 2-2 att. 4.5) vai lai atdalītu kādu mezglu (šķēlumi 3-3 un 4-4 att. 4.5).

Atkarībā no izvēlēta šķēluma veida un pielietotajiem līdzsvara vienādojumiem iegūstam dažādas iekšējo piepūļu noteikšanas metodes kopnes stieņos.

Momentpunktu metode. Metode izmantojama gadījumos, ja ir iespējams pāršķelt kopni tā, ka tiek šķelti tikai trīs stieņi no kuriem divi pa pāriem krustojas vienā punktā. Kopni ar šķēlumu sadala divās daļās un vienu daļu atmet (parasti to, kurā vairāk ārējo spēku). Atlikušās daļas līdzsvaru jānodrošina ārējām slodzēm, balstu reakcijām un pagaidām nezināmajām piepūlēm pārgrieztajos stieņos (iekšējās piepūles var noteikt tikai pārgrieztajos stieņos). Apskatāmajai kopnes daļai pārgrieztu stieņu asu virzienos pieliek trīs nezināmas piepūles, attēlojot tās kā stiepes spēkus (virziens no mezgliem). Šie spēki aizstāj atmetās kopnes daļas iedarbību uz atstāto daļu. Trīs nezināmos iekšējos spēkus aprēķina no momentu līdzsvara vienādojumiem.

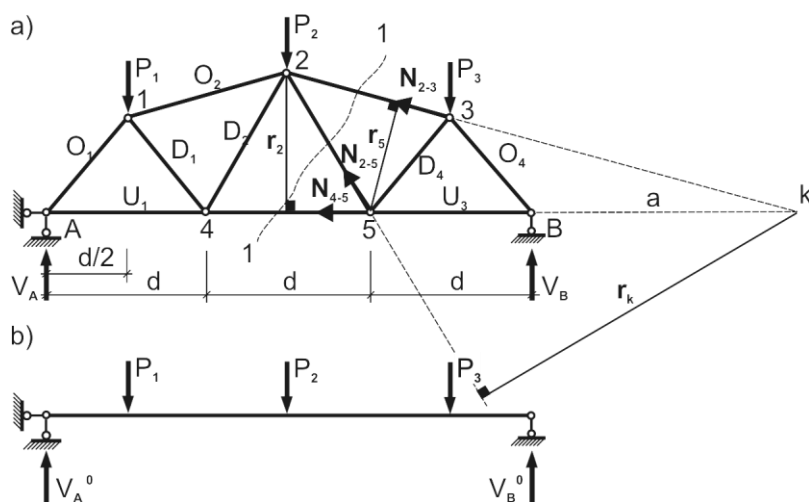
Līdzsvara vienādojumi jā sastāda tā, lai katrā vienādojumā būtu tikai viena nezināma iekšējā piepūle. Tādēļ lai noteiktu kādu no nezināmajām piepūlēm, momentu vienādojums jā sastāda pret punktu, kurā krustojas pārējo divu piepūļu darbības līnijas. Šo pun-

ktu sauc par **momentpunktu**, jeb **Ritera punktu**. Bieži vien momentpunktu metodi sauc arī par **Ritera metodi** bijušā RTU profesora un celtniecības fakultātes dekāna JAKOBA RITERA (strādāja Rīgā no 1873. līdz 1882. gadam) vārdā.

Dažreiz var šķelt arī vairāk nekā trīs stieņus, kuros piepūles nav zināmas. Tādā gadījumā aprēķināt piepūli vienā no tiem var tikai tad, ja visi pārējie stieņi krustojas vienā punktā. Momentu vienādojums jāsastāda attiecībā pret šo pārējo stieņu krustpunktu.

Piemērs 4.1. Noteikt iekšējās piepūles att. 4.6a parādītās kopnes stieņos, kuri šķelti ar šķēlumu 1-1.

Atrisinājums. Atmetam pāršķeltās kopnes kreiso daļu un sastādām momentu līdzsvara vienādojumus tās labajai daļai. Nezināmās pāršķelto stieņu piepūles kopnes labajā daļā attēlojam ar pozitīvā virzienā (no mezgliem) vērstām bultām, tādā veidā pieņemot, ka šie stieņi ir stiepti.



att. 4.6

Gan stieņus, gan piepūles atbilstošajos stieņos augšējās joslas stieņiem ir pieņemts apzīmēt ar burtu O, apakšējās joslas stieņiem ar U, statiem ar V, atgāžņiem ar D. Otrs stieņu un piepūļu apzīmēšanas variants ir izmantojot mezglu numerāciju. Piemēram, piepūli O_3 varam apzīmēt arī kā N_{2-3} .

Lai noteiktu piepūles vērtību apakšējās joslas **stienī 4-5**, par momentpunktu jāizvēlas punkts, kurā krustojas divu pārējo pāršķelto stieņu (2-3 un 2-5) darbības līnijas, tas ir, mezgls 2.

Sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret šo punktu iegūstam sakarību

$$\sum M_2 = V_B \cdot 3d / 2 - P_3 \cdot d - N_{4-5} \cdot r_2 = 0.$$

No šīs sakarības seko:

$$N_{4-5} = (V_B \cdot 3d / 2 - P_3 \cdot d) / r_2 = M_2^0 / r_2,$$

kur: M_2^0 ir lieces moments ekvivalentās sijas (sija ar tādu pašu laidumu un slodzēm kā apskatāmajai kopnei) šķēlumā, kas atbilst momentpunktam 2;

r_2 - piepūles N_{4-5} plecs attiecībā pret momentpunktu 2.

Tiešām, ja doto kopni aizvieto ar analoga laiduma divbalstu siju (att. 4.6b), tad lieces moments sijas šķēlumā ar to pašu abscisas vērtību, kāda ir momentpunktam 2, ir vienāds ar jebkurai atšķeltās kopnes daļai pielikto spēku izraisīto momentu pret šo punktu (ņemot vērā, ka balstu reakcijas kopnei un ekvivalentajai sijai pie vertikālas slodzes ir vienādas).

Līdz ar to kopnes apakšējās joslas stieņa piepūle N_{4-5} ir vienāda ar sijas lieces momenta atbilstošajā šķēlumā dalījumu ar piepūles plecu pret momentpunktu.

Tā kā lieces moments sijā jebkuras vertikāli uz leju vērstas slodzes gadījumā ir pozitīvs, tad arī piepūle N_{4-5} vienmēr ir pozitīva, t.i. stienis 4-5 ir stiepts. Pie analogas slodzes arī visi pārējie apakšējās joslas stieņi ir stiepti.

Nosakot piepūles vērtību augšējās joslas **stienī 2-3** par momentpunktu jāizvēlas mezgls 5. Šajā gadījumā līdzsvara vienādojums ir

$$\sum M_5 = P_3 \cdot d / 2 - V_B \cdot d - N_{2-3} \cdot r_5 = 0,$$

kur r_5 – piepūles plecs pret mezglu 5 (minimālais attālums no spēka darbības līnijas līdz punktam, pret kuru tiek noteikts moments).

No šī vienādojuma izsakot N_{2-3} , iegūstam:

$$N_{2-3} = -(V_B \cdot d - P_3 \cdot d / 2) / r_5 = -M_5^0 / r_5.$$

Daļas skaitītājs nosaka lieces momentu divbalstu sijas šķēlumā, kas atbilst mezglam 5. Tā kā sijas moments M_5^0 dotās slodzes gadījumā vienmēr ir pozitīvs, bet attiecības M_5^0 / r_5 priekšā ir mīnus zīme, tad piepūle N_{2-3} ir negatīva un stienis 2-3 spiests.

Līdzīgi var pierādīt, ka arī visi pārējie augšējās joslas stieņi ir spiesti.

Nosakot piepūli atgāznī 2-5 jāizmanto momentpunkts, kurš atrodas ārpus kopnes robežām. Tas ir punkts k.

Sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret šo punktu, iegūstam sakarību

$$\sum M_k = P_3 \cdot (a + d / 2) - V_B \cdot a - N_{2-5} \cdot r_k = 0.$$

un

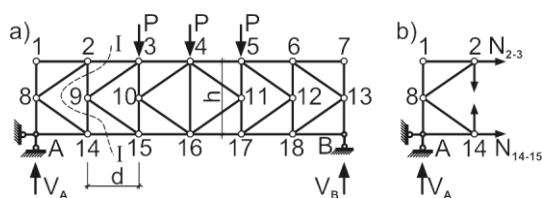
$$N_{2-5} = (P_3 \cdot (a + d / 2) - V_B \cdot a) / r_k.$$

Atgāžņi var būt gan stiepti gan spiesti.

No iegūtajām piepūļu aprēķina sakarībām varam secināt, ka lietojot momentpunktu metodi piepūles vērtība stienī nosakāma ar sekojošas formas izteiksmi

$$N = \text{ārējo spēku moments} / \text{piepūles plecs} = M/r$$

Ārējo spēku moments M ir atšķelto kopnes daļu slogojošo spēku izraisīto momentu summa attiecībā pret momentpunktu, bet r - nosakāmās piepūles plecs pret atbilstošo momentpunktu.



att. 4.7

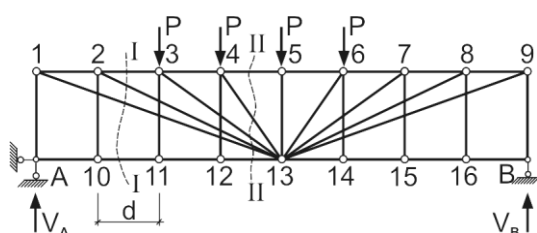
Pielietojot šķēlumu metodi, tika uzstādīts noteikums, ka šķelti tiek tikai trīs kopnes stieņi. Tomēr šī prasība ne vienmēr ir obligāta. Tā, piemēram, nosakot piepūles att. 4.7a parādītās kopnes augšējās vai apakšējās

joslas stieņos, varam izmantot šķēlumu I-I. Sastādot momentu līdzsvara vienādojumu atšķeltajai kreisajai kopnes daļai (att.4.7b) attiecībā pret momentpunktiem 2 un 14, va-

ram noteikt piepūles stieņos 2-3 un 14-15. No līdzsvara vienādojumiem iegūstam izteiksmes:

$$N_{2-3} = -V_A \cdot d/h, \quad N_{14-15} = V_A \cdot d/h.$$

Arī att. 4.8 parādītajai kopnei joslu stieņu piepūles var tikt noteiktas izmantojot momen-

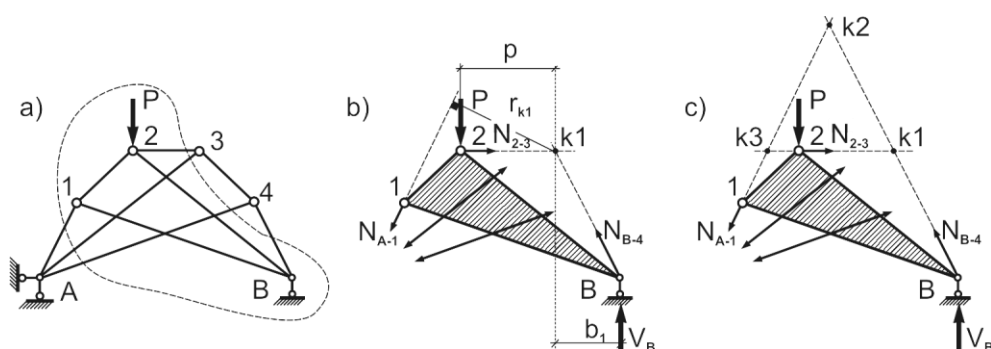


att. 4.8

tpunktu metodi. Izdarot vertikālus šķēlumus, piemēram, I-I vai II-II, iegūstam kreiso atšķelto kopnes daļu ar vairākām vienā punktā (mezglā 13) saejošām piepūlēm. Punkts 13 arī ir momentpunkts abu šķēlumu gadījumā.

Att. 4.9 parādītā tīklveida kopne interesanta ar to, ka tai nav iespējams

izdarīt šķēlumu tā, lai tas šķeltu trīs vai vairāk stieņus, kuri, izņemot vienu, krustotos vienā punktā. Svarīgi atzīmēt, ka kopne ir ģeometriski nemainīga un statiski noteicama. Kopne sastāv no diviem pamattīrsstūriem 1-2-B un A-3-4, kuri savā starpā savienoti ar trim stieņiem, kas nekrustojas vienā punktā. Kopne sastāv no 9 stieņiem, kuri savienoti 6 mezglos. Tātad nosacījums $9 = 2 \cdot 6 - 3$ izpildās.



att. 4.9

Šīs kopnes stieņu piepūļu noteikšanai izmantojam tādu noslēgta tipa šķēlumu, lai tas šķērsotu stieņus A-1, 2-3 un 4-B vienu reizi, bet stieņus A-3 un A-4 divas reizes (att. 4.9a). Šķēlumā ieslēgtajā kopnes daļā divkārti šķelto stieņu daļas līdzsvarojas ar to galos pieliktajām piepūlēm un līdz ar to paliek trīs nezināmas piepūles – N_{A-1} , N_{2-3} un N_{4-B} .

Lai noteiktu **piepūli** N_{A-1} izmantojam momentpunktu, kurš rodas krustojoties taisnēm stieņu 2-3 un 4-B virzienos. Tas ir punkts k1 (att. 4.9b). Sastādot līdzsvara vienādojumu pret šo punktu iegūstam izteiksmi piepūles N_{A-1} noteikšanai

$$N_{A-1} = -(V_B \cdot b_1 + P \cdot p)/r_{k1}.$$

Piepūles N_{2-3} noteikšanai izmantojam momentpunktu, kurš veidojas krustojoties taisnēm stieņu A-1 un 4-B virzienos, Tas ir punkts k2 (att. 4.9c). Piepūles N_{4-B} noteikšanai izmantojam momentpunktu k3.

Tādā veidā tiek noteiktas trīs piepūles no trim neatkarīgiem līdzsvara vienādojumiem, kuri katrs satur pa vienam nezināmajam.

Piepūles pārējos stieņos var tikt noteiktas ar šķēlumiem, kuros nezināmo piepūļu skaits nav lielāks par trim.

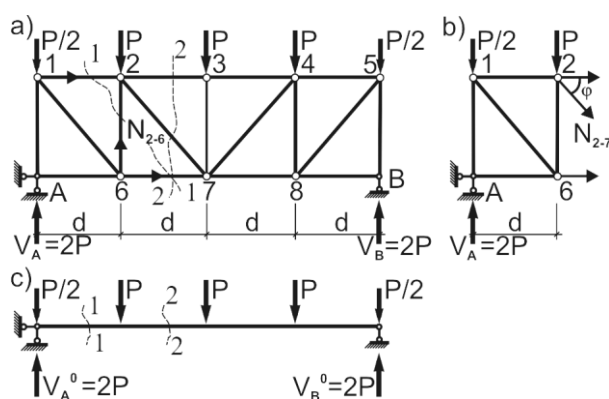
Balstoties uz iepriekšējos piemēros iegūtajiem rezultātiem, varam izdarīt secinājumus:

- Momentpunktu metodi ērti lietot gadījumos, ja var izdarīt šķēlumu, kurš šķērso patvaļīgu stieņu skaitu, kuri visi izņemot vienu, krustojas vienā punktā. Šis punkts nedrīkst atrasties uz tā stieņa ass, kurā nosakām piepūli.
- Momentpunktu metode ērta arī gadījumos, kad tiek šķelti vairāk kā trīs stieņi, bet nezināmas piepūles ir tikai trijos stieņos.
- Momentpunktu metode ērti lietojama arī tādu kopņu gadījumos, kad šķēlumu var veikt tikai šķeļot vairāk kā trīs stieņus, bet tādā gadījumā ir jābūt iespējai katru papildus stieni šķelt divas reizes.

Par momentpunktu metodes priekšrocību jāuzskata iespēja noteikt katru piepūli no neatkarīga līdzsvara vienādojuma, kurš satur tikai vienu nezināmo. Līdz ar to piepūles noteikšana katrā stienī notiek neatkarīgi no piepūļu vērtībām citos stieņos un nenes sev līdzi iespējamās aprēķinu kļūdas.

Projekciju metode. Lietojot projekciju metodi, kopni ar šķēlumu sadala divās daļās un apskatāmajai kopnes daļai pielieto projekciju līdzsvara vienādojumus uz vienu vai divām asīm. Projekciju metodi ir lietderīgi lietot, piemēram, ja kādā kopnes stienī piepūli

nevar noteikt ar momentpunktu metodi, kā tas ir kopnes ar paralēlām joslām gadījumā.



att. 4.10

Piemērs 4.2. Attēlā 4.10 parādītajai kopnei atrast piepūles statā 2-6 un atgāznī 2-7.

Atrisinājums. Kopnei ar paralēlām joslām piepūles režģa stieņos lietderīgi noteikt izmantojot projekciju metodi. Atradīsim piepūli statā N_{2-6} un atgāznī N_{2-7} .

Lai noteiktu **piepūli statā N_{2-6}** šķēlam kopni ar šķēlumu I-I un apskatām kopnes kreisās puses līdzsvaru. Sastādām spēku projekciju līdzsvara vienādojumu uz vertikālu asi (att. 4.10a)

$$\sum Y = V_A - P/2 + N_{2-6} = Q_{I-I}^0 + N_{2-6} = 0,$$

no kurienes

$$N_{2-6} = -3P/2 = -Q_{I-I}^0.$$

Q_{I-I}^0 šeit ir šķērsspēks ekvivalentajai sijai šķēlumā I-I no slodzēm, kas pieliktas kopnei pa kreisi no šī šķēluma. Tā kā šķērsspēks šķēlumā I-I ir pozitīvs, tad stienis 2-6 ir spiests.

Lai noteiktu **piepūli atgāznī N_{2-7}** , šķēlam kopni ar šķēlumu II-II un sastādām spēku projekciju līdzsvara vienādojumu uz vertikālu asi (att. 4.10b)

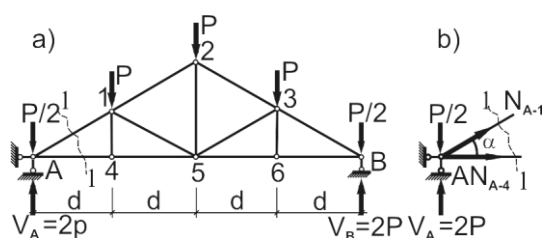
$$\sum Y = V_A - P/2 - P - N_{2-7} \sin \varphi = Q_{II-II}^0 - N_{2-7} \sin \varphi = 0,$$

no kurienes

$$N_{2-7} = P/2 \sin \varphi = Q_{II-II}^0 / \sin \varphi.$$

Q_{II-II}^0 ir šķērsspēks ekvivalentajai sijai šķēlumā II-II no slodzēm, kas pieliktas kopnei pa kreisi no šī šķēluma. Stienis 2-7 ir stiepts. Nosakot N_{2-7} vērtību, līdzsvara vienādojumā tika ņemta N_{2-7} vertikālā komponente $N_{2-7}\sin\varphi$.

Mezglu izgriešanas metode. Mezglu izgriešanas metode ir projekciju metodes apakšgadījums, kad šķēlumu izvēlas tā, lai no kopnes atdalītu atsevišķu mezglu. Mezglu izgriešanas metodi var lietot, ja apskatāmajā mezglā saejošajos stieņos ir ne vairāk kā divas nezināmas piepūles, jo mezglam var sastādīt tikai divus neatkarīgus projekciju līdzsvara vienādojumus.



att. 4.11

Šīs metodes trūkums ir tas, ka kļūda, kas pielaista aprēķinot piepūli kādā stienī, iespaido visu pārējo stieņu piepūļu aprēķinu. Tāpēc labāk iekšējo piepūļu noteikšanai lietot momentpunktu un projekciju metodes, bet mezglu izgriešanas metodi atstāt pār-

baužu veikšanai, izņemot atsevišķus mezglus, kuros šīs metodes pielietošana ir lietderīga.

Piemērs 4.3. Noteikt piepūles stieņos N_{A-1} un N_{A-4} att. 4.11a parādītajai kopnei.

Atrisinājums. Piepūļu noteikšanai stieņos N_{A-1} un N_{A-4} att. 4.11a parādītajai kopnei izmantosim mezglu izgriešanas metodi.

Lai aprēķinātu **piepūli stienī A-1** sastādām projekciju līdzsvara vienādojumu uz vertikālu asi:

$$\sum Y = P/2 - 2P - N_{A-1} \sin \alpha = 0,$$

no kura iegūstam

$$N_{A-1} = -3P/2 \sin \alpha.$$

Tātad, stienis A-1 ir spiests un pareizais piepūles N_{A-1} virziens ir pretējs (tas ir uz mezglu).

Lai aprēķinātu **piepūli stienī A-4** sastādām projekciju līdzsvara vienādojumu uz horizontālu asi:

$$\sum X = N_{A-4} + N_{A-1} \cos \alpha = N_{A-4} - 3P \operatorname{ctg} \alpha / 2 = 0,$$

no kura iegūstam

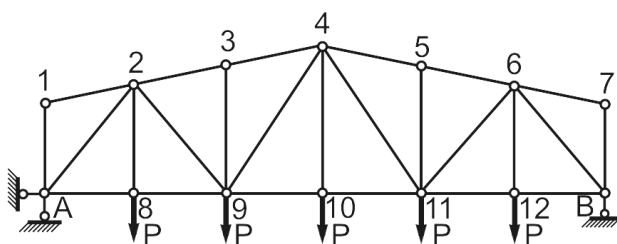
$$N_{A-4} = 3P \operatorname{ctg} \alpha / 2.$$

Stienis A-4 ir stiepts.

Turpinot att. 4.11 parādītās kopnes aprēķinu ar mezglu izgriešanas metodi kā nākošo varētu ņemt mezglu 4, pēc tam mezglu 1, mezglu 2, mezglu 5, un tā tālāk, kamēr piepūles visos stieņos būtu noteiktas. Diemžēl kļūda, kas radusies nosakot piepūles kāda mezgla stieņos, radīs kļūdu arī visos pārējos pēc tam apskatāmajos mezglos.

Piepūļu noteikšanas speciālgadījumi. Kopnes aprēķinu parasti sāk pārliecinoties, vai kādos kopnes mezglos neizpildās turpmāk apskatāmie piepūļu noteikšanas speciālgadījumi. Ja šādi mezgli kopnē ir, tad ievērojami samazinās aprēķinu apjoms nosakot iekšējās piepūles kopnes stieņos.

Daļā kopnes stieņu iekšējās piepūles var noteikt bez speciāliem aprēķiniem atbilstoši sekojošām pazīmēm:



att. 4.12

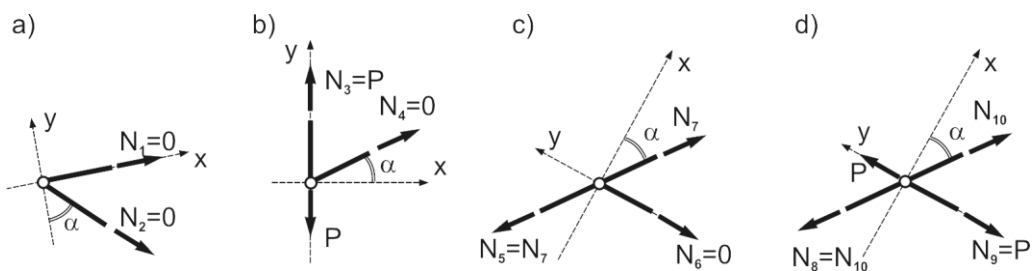
1. Ja neslogotā mezglā saiet divi stieņi, tad piepūles šajos stieņos ir vienādas ar nulli.

Šī izteikuma pareizību var pierādīt pielietojot mezglu izgriešanas metodi att. 4.13a parādītajam mezglam. Ņemot projek-

ciju summu uz y asi $\sum Y = N_2 \cdot \cos \alpha = 0$ iegūstam $N_2 = 0$ un ņemot projekciju summu uz x asi $\sum X = N_2 \cdot \sin \alpha + N_1 = 0$ iegūstam $N_1 = 0$.

Šim nosacījumam atbilst mezgli 1 un 7 att. 4.12:

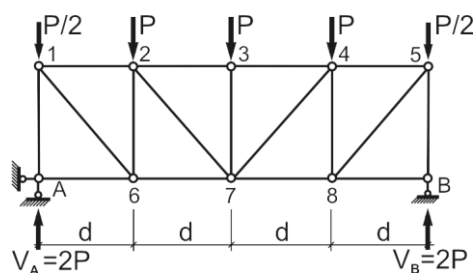
$$N_{A-1} = N_{1-2} = N_{6-7} = N_{B-7} = 0.$$



att. 4.13

2. Ja mezglā saiet divi stieņi un spēks, kas vērsts viena stieņa virzienā, tad piepūle šajā stienī ir vienāda ar spēku pēc moduļa un tam pretēji vērsta (attiecībā pret mezglu), bet piepūle otrā stienī ir vienāda ar nulli.

Izteikuma pareizību pārbaudām pielietojot mezglu izgriešanas metodi att. 4.13b parādītajam mezglam. Ņemot projekciju summu uz x asi $\sum X = N_4 \cdot \cos \alpha = 0$ iegūstam $N_4 = 0$ un ņemot projekciju summu uz y asi $\sum Y = N_4 \cdot \cos \alpha + N_3 - P = 0$ iegūstam $N_3 = P$, ko arī vajadzēja pierādīt.



att. 4.14

Šim nosacījumam atbilst mezgli A un B att. 4.14: $N_{A-1} = N_{B-5} = 2P$ un ir spiesti, jo piepūlei attiecībā pret mezglu ir jābūt pretēji vērsta spēkam, tas ir uz mezglu, $N_{A-6} = N_{B-8} = 0$.

3. Ja neslogotā mezglā saiet trīs stieņi, no kuriem divi atrodas uz vienas taisnes, tad piepūles šajos divos stieņos ir vienādas pēc moduļa un pretēji vērstas (attiecībā pret mezglu), bet piepūle trešajā stienī ir vienāda ar nulli.

Apskatām mezglu att. 4.13c līdzsvaru. Ņemot projekciju summu uz x asi

$$\sum X = N_5 \cdot \cos \alpha - N_7 \cdot \cos \alpha = 0$$

iegūstam $N_5 = N_7$.

Projekciju summa uz y asi

$$\sum Y = N_5 \cdot \sin \alpha - N_7 \cdot \sin \alpha - N_6 = 0$$

dod $N_6 = 0$, kas atbilst apskatāmajam gadījumam.

Nosacījumam 3 atbilst mezgli 3 un 5 att. 4.12:

$$N_{2-3} = N_{3-4}, N_{4-5} = N_{5-6}, N_{3-9} = N_{5-11} = 0.$$

4. Ja mezglā saiet trīs stieņi, no kuriem divi atrodas uz vienas taisnes un spēks, kas vērsts trešā stieņa virzienā, tad piepūle trešajā stienī ir vienāda ar spēku pēc moduļa un tam pretēji vērsta, bet piepūles pirmajos divos stieņos ir vienādas pēc moduļa un pretēji vērstas.

Šī izteikuma pareizību viegli var pierādīt apskatot mezglu att. 4.13d līdzsvaru.

Nosacījumam 4 atbilst mezgli 8, 10 un 12 att. 4.12:

$$N_{A-8} = N_{8-9}, N_{9-10} = N_{10-11}, N_{11-12} = N_{12-B}, N_{2-8} = N_{4-10} = N_{6-12} = P$$

(stiepti stieņi), kā arī mezgls 3 att. 4.14.

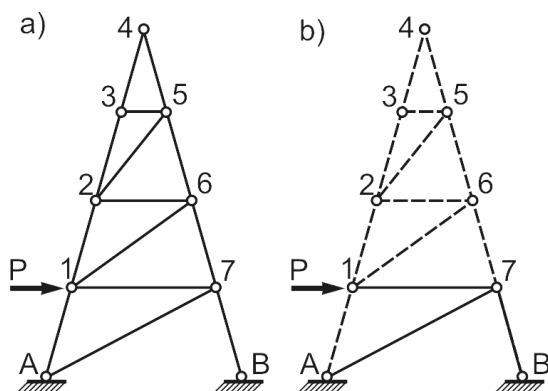
Nullstieņi. Aprēķinot kopnes, sastopami gadījumi, kad dažos stieņos dotās slodzes ietekmē iekšējās piepūles nerodas. Tādus stieņus sauc par nullstieņiem. Kopnes aprēķina dažādām slodzēm (lietderīgai slodzei, pašsvaram, sniega vai vēja spiedienam). Elementos, kas ir nullstieņi attiecībā uz vienu slodzi, citas slodzes gadījumā var rasties piepūles. Sastopami arī tādi stieņi, kuros piepūles nerada nekāda slodze. Šādiem stieņiem ir konstruktīva nozīme un tos lieto citu stieņu, it īpaši garu spiesto stieņu brīvā garuma samazināšanai.

Izmantojot iepriekš minētās nullstieņu noteikšanas pazīmes, bieži vien iespējams būtiski samazināt kopņu aprēķinu apjomu. Šāda iespēja demonstrēta sekojošos piemēros.

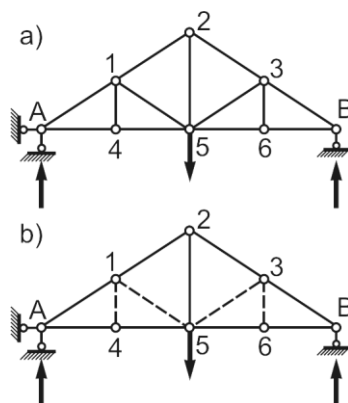
Piemērs 4.4. Dota vertikāla trīsstūrveida kopne, kura slogota ar vienu horizontālu spēku P (att. 4.15a). Noteikt kopnes nullstieņus.

Atrisinājums. Divstieņu mezglis 4 nav noslogots. Tātad stieņi 3-4 un 4-5 ir nulstieņi. Par trim mezglā 3 saejošiem stieņiem jau zināms, ka viens (stienis 3-4) ir nullstienis.

Līdz ar to varam secināt, ka stieņi 2 - 3 un 3 - 5 arī ir nullstieņi. Līdzīgu spriedumu veidā konstatējam, ka mezglā 5 saejošie stieņi 5 - 6 un 2 - 5 arī ir nullstieņi. Analizējot mezglos 2 un 6 saejošos stieņus, konstatējam, ka nullstieņi ir arī stieņi 1-2, 2-6, 1-6 un 6-7. Pievēršoties mezglam 1, konstatējam, ka stienis 1-A ir nullstienis, bet tā kā stieņa 1-7 virziens sakrīt ar pieliktās slodzes virzienu tad tas nav nullstienis. Arī pārējie divi stieņi 7 - A un 7 - B nav nullstieņi.



att. 4.15



att. 4.16

Tātad dotās kopnes stieņu piepūļu aprēķins reducējas uz trīs piepūļu noteikšanu. Attiecīgie stieņi att. 4.15b parādīti ar nepārtrauktām līnijām, bet nullstieņi ar raustītām līnijām.

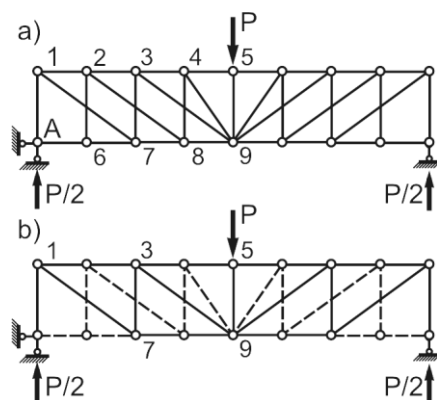
Piemērs 4.5. Dota horizontāla trīsstūrveida kopne, kura slogota ar vienu vertikālu spēku P laiduma vidū (att.4.16a). Noteikt kopnes nullstieņus.

Atrisinājums. Trīsstieņu nenoslogotā mezglā 4 stienis 1-4 ir nullstienis (trešā pazīme). Līdz ar to mezglu 1 var uzskatīt par trīsstieņu krustpunktu, no kuriem divi stieņi atrodas uz vienas taisnes. Tātad pēc trešās pazīmes stienis 1-5 ir nullstienis. Analogā veidā varam konstatēt, ka stieņi 3-6 un 3-5 arī ir nullstieņi. Stieņi, kuros jānosaka piepūles dotajā slogojuma gadījumā ir parādīti att. 4.16b ar nepārtrauktām līnijām.

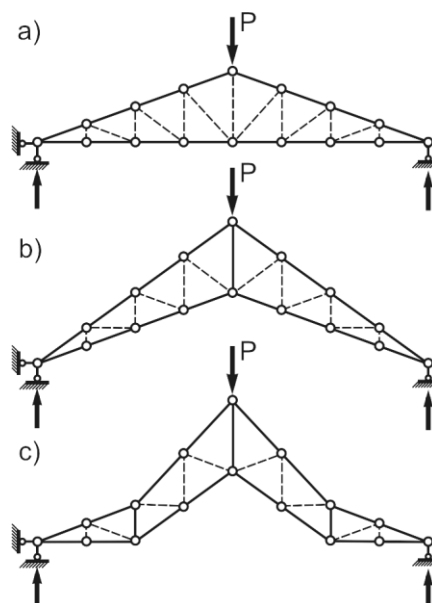
Piemērs 4.6. Dota paralēljoslu kopne, kura slogota ar vienu vertikālu spēku P augšējās

joslās laiduma vidū (att. 4.17a). Noteikt kopnes nullstieņus.

Atrisinājums. Balsta A reakcija vērsta stienā 1–A virzienā. Tādā gadījumā pēc trešās pazīmes stienis A–6 ir nullstienis. Līdz ar to mezglu 6 var uzskatīt par nenoslogotu divu stieņu krustpunktu un pēc pirmās pazīmes stieņi 2–6 un 6–7 ir nullstieņi. Mezglu 2 ir uzskatāms par nenoslogotu trīsstieņu krustpunktu ar diviem stieņiem uz vienas taisnes. Tādā gadījumā pēc trešās pazīmes stienis 2–8 ir nullstienis. Analogu spriedumu rezultātā konstatējam, ka gan stienis 4–8 gan stienis 4–9 ir nullstieņi. Attiecinot iegūtos rezultātus arī uz kopnes labo daļu, nonākam pie secinājuma, ka veicot kopnes aprēķinu piepūles nepieciešams noteikt tikai att. 4.17b ar nepārtrauktām līnijām attēlotajos stieņos.



att. 4.17



att. 4.18

Uzdevums 4.1. Pierādīt, ka att.4.18 ar pārtrauktām līnijām iezīmētie stieņi ir nullstieņi!

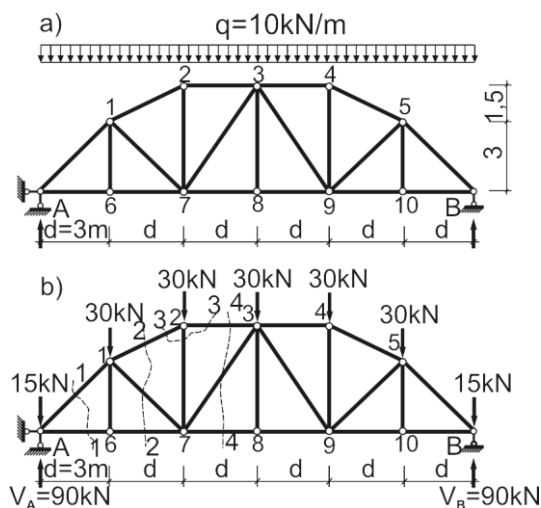
Piemērs 4.7. Aprēķināt piepūles att. 4.19 dotās kopnes stieņos. Kopne slogota pa augšējo joslu ar vienmērīgi izkliedētu slodzi $q=10\text{ kN/m}$. Kopnes laidums $l = 6d = 18\text{ m}$.

Atrisinājums. Pirms sākt kopnes aprēķinu izkliedētā slodze jāpārveido par koncentrē-

tiem spēkiem, kas pielikti kopnes mezglos. Ja izkļiedētā slodze izvietota uz abām pusēm no mezgla, koncentrētā spēka lielums ir $q \cdot d = 30 \text{ kN}$, ja uz vienu pusi – $q \cdot d/2 = 15 \text{ kN}$ (att. 4.19b). Nosakot balstu reakcijas iegūsim, ka abas reakcijas ir vienādas ar 90 kN . Tā kā gan kopne, gan slodze ir simetriskas, pietiek noteikt piepūles pusei kopnes, piemēram, kreisajai. Labajā pusē simetriski novietotos stieņos piepūles būs analogas.

Aprēķinu ir lietderīgi sākt pārbaudot, vai kādā mezglā neizpildās piepūļu noteikšanas speciālgadījumu noteikumi. Atbilstoši piepūļu noteikšanas speciālgadījumu trešajam punktam (neslogotā mezglā saiet trīs stieņi):

$$N_{1-6} = N_{3-8} = 0; \quad N_{A-6} = N_{6-7}; \quad N_{7-8} = N_{8-9}.$$



att. 4.19

Pārējo piepūļu noteikšanai varam izmantot dažādas metodes. Piepūles stieņos A-1 un A-6 varam noteikt ar šķēlumu 1-1 izgriežot mezglu A un sastādot tam spēku projekciju vienādojumus uz vertikālu un horizontālu asi. Sākotnēji pieņemam, ka stieņi ir stiepti, t.i. piepūles vērstas no mezgla A.

Projekciju summas līdzsvara nosacījums uz vertikālu asi dod vienādojumu N_{A-1} noteikšanai (att. 4.20)

$$\sum Y = 15 - 90 - N_{A-1} \sin 45^\circ = 0,$$

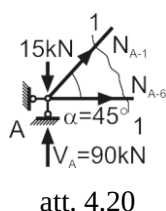
no kura iegūstam

$$N_{A-1} = (15 - 90) / \sin 45^\circ = -106,1 \text{ kN}.$$

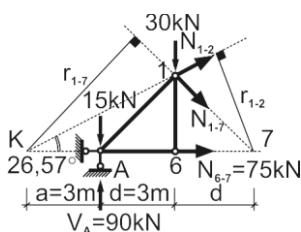
Tātad, stienis N_{A-1} ir spiests un pareizais piepūles N_{A-1} virziens ir pretējs (tas ir uz mezglu).

Lai aprēķinātu piepūli stienī N_{A-6} sastādām projekciju līdzsvara vienādojumu uz horizontālu asi:

$$\sum X = N_{A-6} + N_{A-1} \cos 45^\circ = 0,$$



att. 4.20



att. 4.21

no kura iegūstam

$$N_{A-6} = -N_{A-1} \cdot \cos 45^\circ = 75kN.$$

Stienis N_{A-6} ir stiepts.

Lai noteiktu piepūles N_{1-2} un N_{1-7} izvēlamies šķēlumu 2-2. Piepūli N_{1-2} nosakām par momentpunktu izmantojot punktu 7 (att. 4.21), pret kuru

sastādām momentu līdzsvara vienādojumu:

$$\sum M_7 = N_{1-2} \cdot r_{1-2} + V_A \cdot 6 - 30 \cdot 3 - 15 \cdot 6 = 0.$$

Ņemot vērā, ka $r_{1-2} = 3,79$ m no šī vienādojuma iegūstam piepūles vērtību:

$$N_{1-2} = -89,44kN.$$

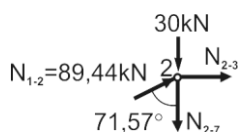
Tā kā rezultāts ir negatīvs, tad stienis 1-2 ir spiests.

Piepūles N_{1-7} noteikšanai momentpunkts k atrodas ārpus kopnes robežām. Sastādot momentu summu pret punktu k iegūstam:

$$\sum M_k = N_{1-7} \cdot r_{1-7} + 15 \cdot 6 + 30 \cdot 9 - V_A \cdot a = 0,$$

no kurienes

$$N_{1-7} = 7kN, \quad \text{ņemot vērā, ka } r_{1-7} = 8,49 \text{ m.}$$



att. 4.22

Piepūli N_{2-3} un N_{2-7} noteikšanai ar šķēlumu 3-3 izgriežam mezglu 2. Zināmo piepūli N_{1-2} pieliekam pareizā virzienā, tas ir uz mezglu, jo stienis 1-2 ir spiests.

Mezglam 2 (att. 4.22) sastādām projekciju vienādojumus uz vertikālu un horizontālu asi:

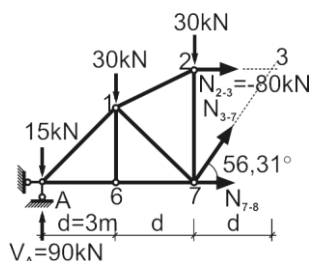
$$\sum Y = N_{2-7} + 30 - N_{1-2} \cdot \cos 71,57^\circ = 0;$$

$$\sum X = N_{2-3} + N_{1-2} \cdot \sin 71,57^\circ = 0.$$

No šiem vienādojumiem iegūstam:

$$N_{2-7} = 10kN \text{ un } N_{2-3} = 80kN.$$

Pieņūlū N_{3-7} un N_{7-8} noteikšanai izmantojam šķēlumu 4-4 (att. 4.23). Tā kā trešajā panelī augšējā un apakšējā kopnes josla ir paralēlas, pieņūles N_{3-7} noteikšanai lietderīgi izmantot projekciju summu uz vertikālu asi:



att. 4.23

$$\sum Y = N_{3-7} \cdot \sin 56,31^\circ + V_A - 15 - 30 - 30 = 0,$$

no kuras iegūstam:

$$N_{3-7} = -18 \text{ kN}.$$

Tātad apskatāmais stienis ir spiests.

Pieņūli N_{7-8} varam iegūt par momentpunktu izmantojot mezglu 3 (att. 4.23):

$$\sum M_3 = N_{7-8} \cdot 4,5 + 30 \cdot 3 + 30 \cdot 6 + 15 \cdot 9 - V_A \cdot 9 = 0.$$

No šī vienādojuma iegūstam:

$$N_{7-8} = 90 \text{ kN}.$$

Esam izrēķinājuši pieņūles kopnes kreisās puses stieņos. Simetriskos stieņos kopnes labajā pusē pieņūles ir tādas pašas.

4.7. Kopnes aprēķins starpmezglu slodzes gadījumā

Praksē sastopami gadījumi, kad slodze pielikta starp mezgliem un darbojas tieši uz kopnes stieņiem. Aprēķinot kopni, uz kuru darbojas starpmezglu slodze, šo slodzi aizstāj ar divām komponentēm, kuras pieliek mezgliem slogotā paneļa galos. Pēc tam nosaka asspēkus visos kopnes stieņos, tai skaitā arī ar starpmezglu slodzi slogotajos. Stieņos, kuriem pielikta starpmezglu slodze, darbojas ne tikai asspēki, bet arī lieces momenti, un stieņi tiek stiepti (spiesti) un liekti. Lai aprēķinātu lieces momentu jebkurā apskatāmā stieņa šķēlumā, stieni uzskata par brīvi balstītu divbalstu siju, uz kuru darbojas starpmezglu slodze.

Pilnu spriegumu stienī, kas slogots ar starpmezglu slodzi, aprēķina kā summu, kuru sastāda kopnes stieņa asspēkam atbilstošais spriegums un liektas sijas normālspriegums:

$$\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W},$$

kur N - ass spēks stienī;

F - stieņa šķērsriezuma laukums;

M - lieces moments;

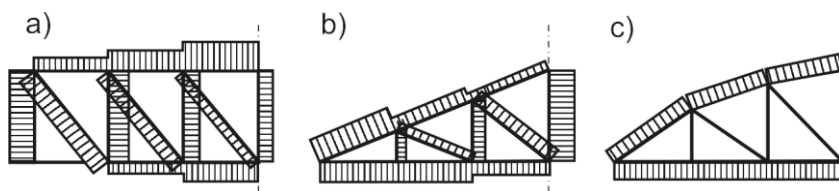
W - stieņa šķērsriezuma pretestības moments.

Lai kopnes stieņi netiktu liekti, starpmezglu slodzi parasti cenšas pārnest uz kopnes mezgliem ar konstruktīviem paņēmieniem.

4.8. Sijveida kopņu tipu piepūļu salīdzinājums

Salīdzinot dažāda tipa kopnes, var konstatēt, ka ekonomiski izdevīgākas ir tādas kopnes, kurām mazāks svars, mazāks mezglu skaits un vienkāršāks mezglu izveidojums.

Kopnes svars atkarīgs ne vien no stieņu šķērsriezuma, bet arī no stieņu garuma. Salīdzināsim trīs simetrisku siju kopņu tipus — paralēlo joslu, trīsstūrveida un parabolveida kopni, kam laidums, augstums un paneļu skaits vienāds, pieņemot, ka uz tām darbojas vienāda lieluma simetriska lejupvērsta mezglu slodze pielikta pa augšējo joslu. Šādās kopnēs augšējā josla ir spiesta, apakšējā josla — stiepta, bet statos un atgāžņos as spēku zīmes ir pretējas. Piepūles joslu stieņos pieaug, ja kopnes augstums samazinās.



att. 4.24

Aksiālspēku epīras katram kopņu veidam (puskopnei) parādītas att. 4.24a,b,c. Epīrās katra iesvītrotā laukuma platums noteiktā mērogā attēlo arī attiecīgā kopnes stieņa teorētisko šķērsriezuma laukumu.

Apskatīsim katru kopnes tipu.

Paralēlo joslu kopnes. Šīm kopnēm (att. 4.24a) spēki joslās vidējos paneļos ir lielāki

nekā malējos, bet spēki režģa stieņos — vidējos paneļos mazāki nekā malējos. Uz vidu kāpjošie atgāžņi ir spiesti, bet uz vidu krītošie atgāžņi — stiepti. Asspēkiem statos un atgāžņos zīmes ir pretējas. Tērauda kopnēm ieteicamāks ir režģis, kurā garākie stieņi (atgāžņi) ir stiepti, bet īsākie stieņi (stati) — spiesti, jo īsākiem stieņiem mazāk jāpaliek šķērsgriezums noturības zuduma dēļ.

Paralēlo joslu kopnēm stieņu kopējais garums ir lielāks, bet piepūles stieņos un stieņu šķērsgriezumi — mazāki nekā tāda paša laiduma trīsstūrveida kopnē. To pašsvars ir mazāks nekā trīsstūrveida kopnēm.

Ja joslu stieņu garums atbilst paneļa garumam, tad katrā mezglā jāizveido salaide, ja joslu stieņus ņem vairāku paneļu garumā, tad šo stieņu materiāls malējos paneļos tiek nepilnīgi izmantots, toties salaižu skaits samazinās. Šo kopņu elementus var standartizēt.

Paralēlo joslu kopnes lieto tilta celtni sijām, ēku karkasos, jumta kopņu balstīšanai, tiltu būvniecībā tiltiem ar laidumu līdz 50 m.

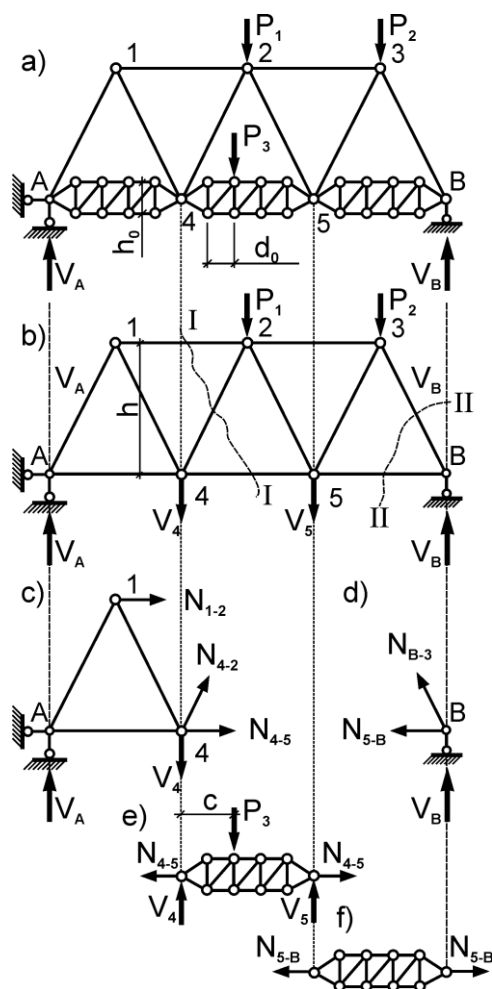
Trīsstūrveida kopnes. Šīm kopnēm (att. 4.24b) spēki joslās vidējos paneļos ir mazāki nekā malējos, bet spēki režģa stieņos — vidējos paneļos lielāki nekā malējos. Uz vidu kāpjošie atgāžņi ir stiepti, bet uz vidu krītošie atgāžņi — spiesti. Tā kā piepūles un līdz ar to arī stieņu šķērsgriezumi katrā panelī ir citādi, tad katrā mezglā jāizveido salaide. Balstu mezglu konstrukcija ir sarežģīta, jo malējos joslu stieņos ir vislielākās piepūles un leņķis starp joslām ir šaurs.

Salīdzinājumā ar citiem kopņu tipiem trīsstūrveida kopnēm stieņu kopējais garums gan ir mazāks, bet joslu stieņu šķērsgriezumi ir vislielākie un tās ir vissmagākās.

Trīsstūrveida kopnes lieto divslīpu jumtiem, ja nepieciešams samērā stāvs jumts.

Parabolveida kopnes. Šīm kopnēm (att. 4.24c) augšējās joslas mezgļi atrodas uz parabolām. Piepūles visos augšējās joslas stieņos ir vienādas, tāpat arī visos apakšējās joslas stieņos, bet režģa stieņos piepūles nerodas. Ja simetriska slodze pielikta arī apakšējos mezgļos, tad visos statos rodas nelielas, vienādas piepūles, bet atgāžņos piepūles nerodas. Šī kopne darbojas līdzīgi lokam ar savilci. Visu augšējās joslas stieņu šķērsgriezumi, tāpat arī visu apakšējās joslas stieņu šķērsgriezumi ir vienādi, režģa stieņu šķērsgriezumi ir nelieli. Paraboliskām kopnēm izliece ir lielāka nekā pārējiem kopņu tipiem.

Katrā augšējās joslas mezglā jāizveido salaide.



att. 4.25

kopne, kuras apakšējās joslas stieņi aizstāti ar saliktiem elementiem. Aizstājot šos saliktos elementus ar vienu stieni, iegūstam sākotnējo kopni (att. 4.25b), kuru sauc par **pamatkopni**. Pamatkopnes mezglus sauc par galvenajiem mezgliem, bet mezglus, kuri izvietoti starp galvenajiem, par **papildus mezgliem**. Iespējami divi slodzes pielikšanas gadījumi kombinētai kopnei:

- kopnes papildmezglos slodze nav pielikta;
- slodze pielikta arī kādā no papildkopnes mezgliem (papildmezglā).

Ja konstruē kopni, kurā tikai katrs otrais augšējās joslas mezgls atrodas uz parabolas, iegūst pusparabolisku kopni. Salīdzinājumā ar parabolisko kopni piepūles stieņos šajā kopnē izmainās nedaudz, bet salaižu skaits augšējā joslā ir divas reizes mazāks.

Parabolisko kopņu svars ir mazāks nekā pārējiem kopņu tipiem. Tās lieto tiltu būvniecībā tiltiem ar laidumu līdz 150 m, kā arī liela laiduma jumtu konstrukcijām.

Rūpniecības ēku jumtiem lieto arī metāla trapecveida kopnes ar trijstūra režģi, jo tām ir vienkāršāks mezglu izveidojums un spēki joslās mazāki nekā trīsstūrveida kopņu joslās.

4.9. Kombinētas kopnes.

Kopnes, kuru atsevišķi stieņi aizstāti ar stieņu sistēmām (kopnītēm), sauc par kombinētām kopnēm. Att. 4.25a redzama

Pirmajā gadījumā (att. 4.25f) ar šķēlumiem galvenajos mezglos izgriežam atsevišķu papildkopnīti. Šīs papildus kopnes galos (balstos) darbojas spēki, kuru virziens sakrīt ar galvenos mezglus savienjošās taisnes virzienu. Šos spēkus nosaka no pamatkopnes aprēķina.

Gadījumā, ja kādam no papildkopnes mezgliem pielikta slodze P (att. 4.25e), šīs kopnes stieņos radīsies piepūles, kuras nosakāmas ar vispārzināmām kpoņu aprēķina metodēm. Izgriežot ar vertikāliem šķēlumiem papildkopni (att. 4.25e), iegūstam atsevišķu kopni, kuras katrā balstā darbojas divi spēki. Tā balstā **4** darbojas spēka P izraisītā vertikālā balsta reakcijas komponente V_4 un horizontāls spēks N_{4-5} . Līdzīgi arī balstā **5** darbojas divi spēki – vertikāla reakcija V_5 un horizontāls spēks N_{4-5} . Balstu 4 un 5 vertikālo reakciju noteikšanai no lokālas slodzes P , izmantojam momentu līdzsvara nosacījumu pret papildkopnes balstiem. Tādā veidā iegūstam sakarības

$$V_4 = Pc/d \quad \text{un} \quad V_5 = P(d - c)/d.$$

Un tās ir vienādas ar papildkopnes laidumam atbilstošas divbalstu sijas balstu reakcijām pie analogas slodzes. Lai noteiktu papildkopnes horizontālās reakcijas, izmantojam pamatkopnes šķēlumu I-I un sastādām kopnes kreisās atšķeltās daļas līdzsvara vienādojumu pret momentpunktu 2.

Sastādot šo līdzsvara vienādojumu, jāņem vērā, ka mezglos 4 un 5 pamatkopne ir slokota ar papildkopnes vertikālajām balstu reakcijām V_4 un V_5 .

Tādā gadījumā attiecīgais līdzsvara vienādojums izvērstā veidā ir

$$V_A \cdot 3d/2 - V_4 \cdot d/2 - N_{4-5} \cdot h = 0.$$

No šī vienādojuma iegūstam, ka

$$N_{4-5} = (3V_A - V_4)d/(2h) = M_2^0/h,$$

Kur M_2^0 – kreisās daļas vertikālo spēku moments pret punktu 2.

Noteiktā piepūle N_{4-5} arī ir horizontālā reakcija, kura darbojas uz papildkopni.

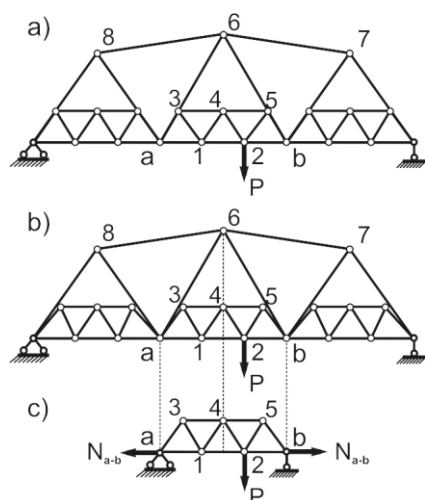
Tā kā horizontālais spēks, kurš darbojas uz papildkopni N_{4-5} ir zināms, tad varam no-

teikt piepūles jebkurā papildkopnes stienī. Tā, piemēram, piepūle papildkopnes apakšējās joslas trešā paneļa stienī nosakāma ar sakarību

$$N = V_4 \cdot 3d_0 / h_0 + N_{4-5} \cdot h_0 / (2h_0) = V_4 \cdot 3d_0 / h_0 + N_{4-5} / 2.$$

Izteiksmes pirmais saskaitāmais izsaka to piepūles daļu stienī, kuru izraisa lokālā slodze P. Apzīmēsim to ar N_{lok} . Otrais saskaitāmais attiecināms uz spēka N_{4-5} izraisīto piepūles daļu tai pašā stienī. Apzīmējam šo daļu ar N_{ass} . Iegūstam sekojošu vispārīgu izteiksmi jebkura papildkopnes stieņa piepūles noteikšanai:

$$N = N_{lok} + N_{ass}.$$



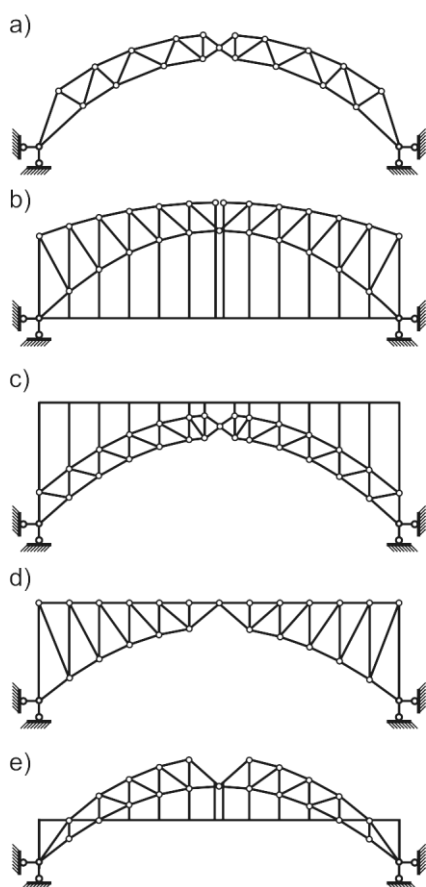
att. 4.26

Piepūle no lokālās slodzes rodas tikai tais gadījumos, kad ir noslogota attiecīgā papildkopne. Piepūle no ass spēka var būt vienāda ar ass spēku gadījumos, kad papildkopnes apakšējā josla sakrīt ar stieni 4-5.

Ja ir nepieciešams pielikt slodzi kādam kopnes stienim, tad lai izslēgtu šī stieņa lieci, to var aizstāt ar papildkopni (att. 4.26a). Veicot šādas kopnes aprēķinu ērti rēķināt atsevišķi pamatkopni un papildkopni un abu kopņu kopējos stieņos piepūles iegūt kā abu aprēķinu rezultātu summu (att. 4.26b).

Pievērsīsimies tādām kombinētām kopnes speciālam gadījumam, kad papildkopnes joslas līnija sakrīt ar pamatkopnes stieņa līniju (att. 4.26b). Šādā gadījumā papildkopni sauc par **šprengeli**. Piepūle šprengelī nosakāma kā divu piepūļu summa, kuras rodas no lokālās slodzes šprengelī un globālās slodzes pamatkopnē. Kā jau tika konstatēts iepriekš, att. 4.26b parādītā šprengļa gadījumā, ass spēku N_{a-b} uzņem šprengļa apakšējā josla un šī piepūle ir vienāda ar asspēku. Piepūles stieņos a-3, 3-4, 4-5, 5-b, 3-1, 1-4, 4-2 un 2-5 no asspēka N_{a-b} nerodas. Piepūles šais stieņos veidojas tikai no lokālās slodzes papildkopnē. Tātad att. 4.26a dotās kopnes stieņi iedalāmi trīs kategorijās:

- pirmās kategorijas stieņi ir tie, kuros piepūles rodas tikai no ass spēka N_{a-b} (6–7, 6–8, 6–5 un 6–3);
- otrās kategorijas stieņi ir šprengļa stieņi, kuros piepūles rodas tikai no lokālās vertikālās slodzes (3–1, 3–4, 4–5, 1–4, 4–2 un 2–5);
- trešās kategorijas stieņi ir tie, kuri ietilpst kā pamatkopnē, tā arī šprengelī (a–1, 1–2, 2–b, a–3 un b–5) un to piepūles veidojas kā piepūļu summa no ass spēka N_{a-b} un lokālās slodzes P .



att. 4.27

Atsevišķos gadījumos (mainās slodzes pārvietošanās raksturs) iespējami arī speciālas kategorijas stieņi.

4.10. Statiski noteicamas plakanas lokveida kopnes

Trīslocīklu lokveida kopne sastāv no divām kopnēm, kuru balsti ir divas nekustīgas cilindriskas locīklas un savā starpā tās arī savienotas ar cilindrisku locīklu.

Trīslocīklu lokveida kopnes tiek lietotas kā ēku pārsegšanai (att. 4.27a), tā arī tiltveida konstrukcijās ar brauktuvi pa apakšu (att. 4.27b), pa augšu (att. 4.27c,d) vai daļēji pa augšu, daļēji pa apakšu (att. 4.27e).

Locīklas parasti tiek izveidotas maksimāli tuvu pēdai un lokveida konstrukcijas augstākajā punktā. Šāda locīklu izvietojuma gadījumā tiek izmantots pilnais loka augstums un tiek iegūta

mazāka balstbīde. Locīkla loka virsotnē var tikt izvietota kā uz kopnes vienas vai otras joslas (att. 4.27b,d,e), tā arī uz loka ass (att. 4.27a,c), t.i. tās vidū. No locīklas novietojuma ir atkarīga kopņu stieņu noslogotība: vairāk noslogoti tās joslas stieņi, kuri izvie-

toti tuvāk locīklām.

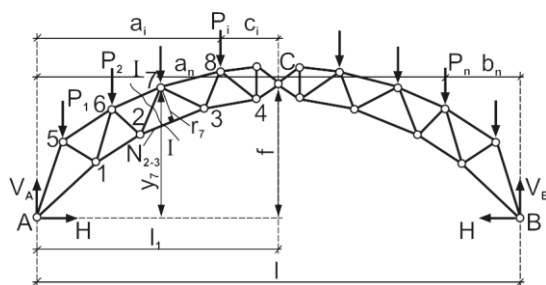
Lokveida kopnes veido gan ar lauza rakstura joslām (att. 4.27a), taisnu augšējo joslu (att. 4.27d), paralēlām joslām (att. 4.27c) vai arī neparalēlām joslām (att. 4.27b).

Trīslēcīklu lokos visbiežāk tiek lietoti divi režģojuma tipi – parasts atgāžņveida (att. 4.27b,c,d,e) un parasts trīsstūrveida (att. 4.27a).

Veicot aprēķinu uz nekustīgu slodzi vispirms nosaka balstu reakcijas. Šis aprēķins ne ar ko neatšķiras no trīslocīklu loka ar nepārtrauktu struktūru balstu reakciju aprēķina.

Piepūļu noteikšanai lokveida kopnes stieņos tiek lietotas tās pašas metodes kā sijveida kopnēs, t.i. momentpunktu, projekciju vai mezglu izgriešanas metodes. Būtiska atšķirība ir tā, ka lokveida kopņu stieņu piepūles balstbīdes dēļ ir izteikti mazākas kā sijveida kopnēs.

Noteiksim piepūli N_{2-3} apakšējās joslas stienī lokveida kopnei, kas parādīta att. 4.28. Izdarot šķēlumu I–I un sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret punktu 7, iegūstam sakarību kopnes kreisajai daļai



att. 4.28

$$N_{2-3} \cdot r_7 + H \cdot y_7 - \sum M_{\bar{a}r.} = 0,$$

kur $M_{\bar{a}r}$ - visu kopnes kreisajai daļai pielikto ārējo spēku, arī kreisā balsta vertikālās reakcijas V momentu summa attiecībā pret punktu 7;

r_7 – piepūles N plecs pret punktu 7;

y_7 – balstbīdes plecs pret punktu 7.

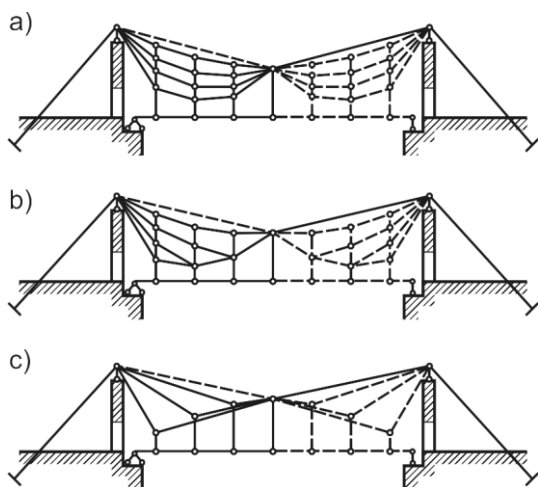
Saskaņā ar šo vienādojumu piepūles $N_{2,3}$ vērtību nosaka sakarība

$$N_{2-3} = \sum M_{\bar{a}r_7} / r_7 - H \cdot y_7 / r_7 .$$

Tā kā pirmais saskaitāmais $\sum M_{\bar{a}r} / r_7$ nosaka stieņa 2-3 piepūli analogai sijveida kopnei, tad secinām, ka piepūle lokveida kopnē ir mazāka par piepūli atbilstošā sijveida kopnē. Apzīmējot šo vērtību ar N_{2-3}^0 , varam iegūt koeficientu k_1 , kas raksturo piepūļu vērtību attiecību lokveida un sijveida kopnēs:

$$k_i = 1 - \frac{Hy_7}{N_{2-3}^0 r_7} = 1 - \frac{M_C^0}{M_7^0} \cdot \frac{y_7}{f},$$

kur M_C^0, M_7^0 lieces momentu vērtības locīklu kopnei atbilstošā divbalstu sijā.



att. 4.29

Veiktie aprēķini un iegūtie rezultāti attiecas uz vienu konkrētu stieni (stieni 2-3), bet šiem rezultātiem ir vispārīgs raksturs un tie var tikt vispārināti arī uz pārējiem lokveida kopnes stieņiem un citas struktūras kopnēm.

4.11. Vanšu kopnes

Par vanšu kopnēm sauc iekārtas kopnes, kuru visi elementi slodzes iedar-

bībā ir stiepti.

Tā kā neviens konstrukcijas elements nav spiests, tātad atkrīt jautājums par šo elementu noturības zudumu. Tas dod iespēju vanšu kopnes veidot no lokanām trosēm vai kabeļiem ar augstu stiepes stiprību. Tādā veidā iespējams būtiski samazināt konstrukcijas pašsvaru.

Vertikāli slogotu vanšu kopņu shēmu pamatā plaši izplatīts ir daudzjoslu *auklveida* daudzstūru princips. Savienojot šo daudzstūru virsotnes savā starpā ar statiem, tiek iegūtas ģeometriski nemainīgas sistēmas. Att. 4.29a parādīta tādas sistēmas shēma. Kopne sastāv no divām puskopnēm. Kreisā puskopne tiek noslogota, ja tiek slogota laiduma kreisā puse un otrādi – slogojot labo laiduma daļu, piepūles rodas labajā puskopnē.

Veicot katras puskopnes ģeometriskā nemainīguma analīzi, konstatēts sekojošs nosacījums: daudzstūra joslu skaitam jāsakrīt ar tā paneļu skaitu.

Sapludinot auklveida daudzjoslu daudzstūru joslas vairākos paneļos, var iegūt daudzveidīgas vanšu kopņu shēmas. Att. 4.29b un c parādītas divas Francijā un tās kolonijās

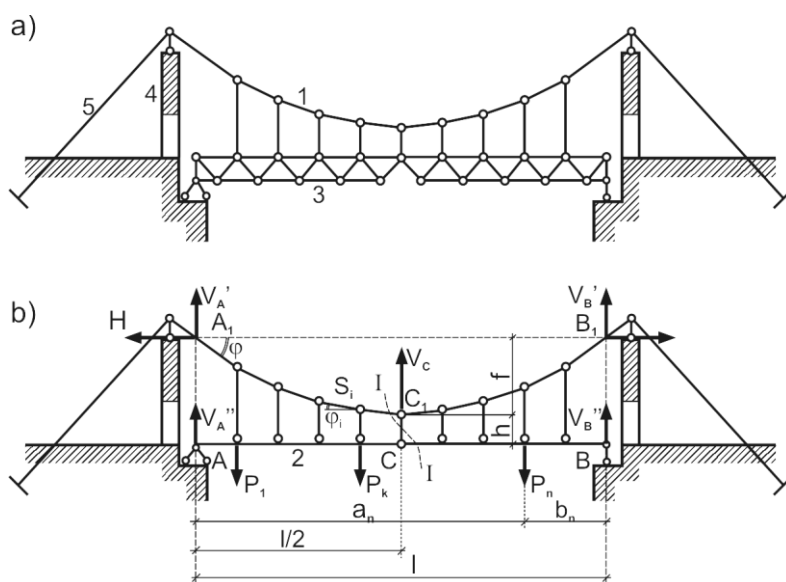
plaši pielietotās Žisklāna sistēmas vanšu kopnes.

Par vanšu kopņu trūkumu uzskatāma to nelielā stingrība, kas stipri ierobežo to pielietojamību. Toties tās uzskatāmas par vieglām un nesošām konstrukcijām.

Konstruējot vanšu kopnes no padevīgām trosēm, kuras nevar uzņemt spiedes spēkus, stingri jāņem vērā pastāvīgās un laikā mainīgās slodzes attiecības. Pastāvīgās slodzes izraisītiem stiepes spēkiem jebkurā gadījumā jāpārsniedz spiedes spēki, ko var izraisīt laikā mainīgas slodzes.

4.12. Iekārtas kopnes

Par iekārtām kopnēm uzskata trīslocīklu sistēmas ar līklīniju vai lauzītām joslām, kuru izliekums vērsts slodzes darbības virzienā.



att. 4.30

Iekārtām sistēmām raksturīgie tipi ir:

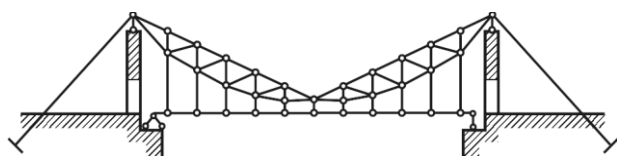
- trose, kas mazu laidumu gadījumā savienota ar siju, bet lielu laidumu gadījumā ar kopni (att.4.30).
- trīslocīklu lokveida kopne ar izliekumu slodzes darbības virzienā (att. 4.31)

Īpatnība, ka atšķirībā no lokveida sistēmām, iekārto sistēmu balstbīde vērsta virzie-

nā **no centra**.

Balstbīdi uzņem piloni. Tādēļ to noslodzes samazināšanai tiek izmantotas atsaītes.

Iekārtās sistēmās nesošās konstrukcijas elementi galvenokārt strādā uz stiepi. Par iekārtoto sistēmu priekšrocību jāuzskata tas apstāklis, ka lielākā daļa to elementu nevar zaudēt noturību. Tas ļauj racionālāk izmantot materiālu (samazināt elementa šķērssgriezumumu) un projektēt sistēmas ar lieliem laidumiem. Tiek ekspluatēta iekārta tilta konstrukcija ar 1277 m laidumu. Iekārtās sistēmas ir relatīvi vieglas, tehnoloģiski ērtas un viegli renovējamas (att. 4.31).



att. 4.31

Aprēķinu veiks att. 4.30a attēlotajai troses tipa iekārtai sistēmai. Pāršķēlam trosi punktos A_1 un B_1 – balstu A un B projekcijās un atmetās daļas

iedarbību aizstājam ar vertikālām komponentēm V'_A un V'_B un horizontālām H . Sastādot momentu līdzsvara vienādojumus attiecībā pret punktiem A_1 un B_1 , iegūstam

$$V'_A l + V''_A l - \sum P_i b_i = 0 \quad V'_B l + V''_B l - \sum P_i a_i = 0 \quad (4.1)$$

un līdz ar to

$$V'_A + V''_A = \frac{(\sum P_i b_i)}{l} \quad V'_B + V''_B = \frac{(\sum P_i a_i)}{l} \quad (4.2)$$

Tātad vertikālo reakciju summa abos balstos ir vienāda ar analogas divbalstu sijas balstu reakcijām.

Izdarot šķēlumu caur locīklu C un troses punktu bezgalīgi tuvu punktam C_1 un sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret punktu C, iegūstam

$$H \cdot h - H(f + h) + \frac{V'_A l}{2} + \frac{V''_A l}{2} - \sum P_i c_i = 0$$

kur c_i – spēku pielikšanas punkta attālums no locīklas C.

Tātad

$$H = \frac{(V'_A + V''_A)l/2 - \sum P_i c_i}{f}.$$

Tā kā daļas skaitītājs izsaka lieces momentu atbilstošās divbalstu sijas punktā C, tad nonākam līdzīgi kā trīslocīklu lokiem pie sakarības

$$H = \frac{M_c^0}{f}.$$

Svarīgi ievērot parametra f ģeometriskā nozīmi. (Tas ir attālums no troses zemākā punkta līdz taisnei, kas savieno troses šķēlumus balstu A un B projekcijas punktos A_1 un B_1).

Zinot H vērtību, nosakām komponentu V'_A un V'_B vērtības, izmantojot sakarības

$$\frac{V'_A}{H} = \operatorname{tg} \varphi, \quad \frac{V'_B}{H} = \operatorname{tg} \varphi,$$

kur φ - troses malējo elementu slīpuma leņķis pret horizontu.

No sakarībām (4.1) un (4.2) iegūstam

$$V''_A = (\sum P_i b_i - H \operatorname{tg} \varphi) / l \quad V''_B = (\sum P_i a_i - H \operatorname{tg} \varphi) / l$$

Pieņūli jebkurā troses elementā nosaka sakarība

$$S_i = \frac{H}{\cos \varphi_i}$$

kur φ_i – elementa slīpuma leņķis pret horizontu.

4.13. Sijveida, lokveida un iekārto kopņu salīdzinājums

Lokveida kopnes ir vieglākas par sijveida kopnēm, jo balstbīde samazina piepūles stieņos. Diemžēl samazinoties piepūlēm stieņos, balstbīde izraisa prasību par balstu pastiprināšanu. Sevišķi būtiski tas attiecas uz tiltu konstrukcijām vājās gruntīs. Tā rezultātā un ņemot vērā, ka sijveida kopņu montāža ir vienkāršāka, vājās gruntīs un augstu balstu gadījumos, priekšroka tiek dota sijveida kopnēm.

Lokveida kopnes ir racionālas telpu pārsegšanai gadījumos, kad nepieciešams liels laidums un telpas augstums (halles, paviljoni, staciju zāles u.c.), kā arī daudzlaidumu tiltos. Trīslocīklu lokveida kopnes tiltu konstrukcijās tiek izmantotas visai reti. Galvenokārt tās izmanto tikai lēzenās lokveida konstrukcijās, kādi parasti ir pilsētu tilti un autopārvadi. Dzelzceļa tiltos tās praktiski netiek lietotas pazeminātās stingrības un izlieču līnijas pārlietuma augšējā locīklā dēļ.

No materiāla patēriņa viedokļa trīslocīklu un divlocīklu lokveida kopnes ir līdzvērtīgas, bet piepūles pirmajā gadījumā joslās un atgāžņos sadalās visai nevienmērīgi. Tas sarežģī kopnes konstrukciju.

Trīslocīklu kopņu priekšrocības (līdzīgi kā visās statiski noteicamajās sistēmās): nerodas papildus spriegumi no temperatūras izmaiņas vai balstu sēšanās, atvieglināti montāžas darbi augšējās locīklas dēļ – maz nozīmīgas lokveida kopnēs ar lielu pacēlumu. Šai gadījumā temperatūras iespaids uz piepūlēm divlocīklu kopnēs nebūtisks, kas attiecas uz divlocīklu kopņu montāžu, tad tā var tikt vienkāršota, izveidojot uz montāžas laiku papildus locīklu, kuru montāžas beigās likvidē.

Iekārtās konstrukcijas ir vieglākas par lokveida konstrukcijām un līdz ar to tās racionālākas lielu laidumu pārsegšanai.

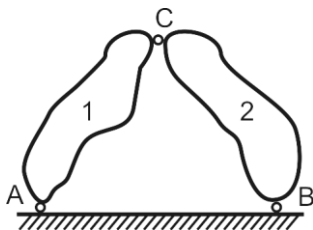
Iekārto konstrukciju nelielā stingrība salīdzinot ar lokveida konstrukcijām un nepieciešamība izveidot augstus, masīvus pilonus kopumā samazina šo konstrukciju kopējo ekonomiskumu un uzskatāma par trūkumu.

Iekārtās sistēmas galvenokārt tiek izmantotas tiltu konstrukcijās. Ēku pārsegumos tās lieto izņēmuma kārtā. Pretenzijas rada šāda veida pārseguma harmoniska iekļaušanās kopējā celtnu arhitektikā un sarežģījumi seguma blīvuma un ūdens necaurlaidības nodrošinājumā.

Ar sevišķu vieglumu izceļas vanšu kopnes, jo visi to elementi ir stiepti. Šādās konstrukcijās iespējama līdz 30 – 50 % metāla ekonomija salīdzinot ar sijveida kopnēm. Tomēr to vieglums, ērta transportējamība un vienkāršā mezglu izveidošanas iespēja nav pietiekoši nosacījumi izgatavojot intensīvi noslogotas konstrukcijas, kādi ir dzelzceļa tilti.

5. TRĪSLOCĪKLU SISTĒMAS

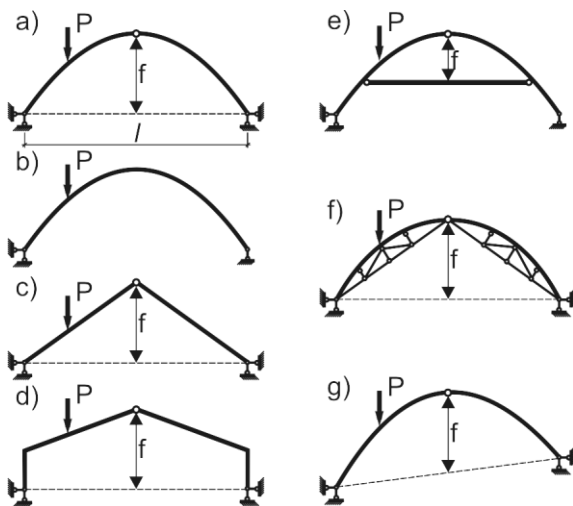
5.1. Trīslocīklu loki un rāmj



att. 5.1

Trīslocīklu loks ir viens no trīslocīklu sistēmu veidiem. No struktūras analīzes viedokļa trīslocīklu sistēma sastāv no trim ar locīklām, kas neatrodas uz vienas taisnes, savienotiem diskiem (att. 5.1) no kuriem viens ir zeme. Ja diski 1 un 2 ir stieņi ar liektu asi, tad šādu sistēmu sauc par trīslocīklu loku (att. 5.2 a,e,g), ja tie ir taisni vai laužti stieņi, tad apskatāmo sistēmu uzskata par trīslo-

cīklu rāmi (att. 5.2 c,d), bet, ja šie diski ir kopnes, tad konstrukcija ir trīslocīklu lokveida kopne (att. 5.2f).



att. 5.2

Svarīga trīslocīklu sistēmu īpašība ir tā, ka šo sistēmu balstos no vertikālas slodzes rodas slīpas balstu reakcijas. Šādu reakciju horizontālo komponenti sauc par balstbīdi. Balstbīde būtiski iespaido iekšējās piepūles loka šķēlumos un izvirza balstu konstrukcijai speciālus nosacījumus. Pozitīvs ir apstāklis, ka balstbīdes dēļ loku veidojošajos stieņos samazinās lieces momentu un šķērsspēku

vērtības, salīdzinot ar analogas formas un izmēru taisnām un liektām sijām. Par negatīvu faktoru jāuzskata apstāklis, ka, lai uzņemtu balstbīdi, balsti jāveido ar atbilstoši paaugstinātu stiprību un stingrību horizontālā virzienā. Masīvu balstu veidošanu var novērst izmantojot savilces balstu vai arī kādā citā līmenī (att. 5.2e).

Att. 5.2a parādīts visvienkāršākais trīslocīklu loka gadījums, bet att. 5.2b parādīta liek-

ta sija. Attālumu l starp loka balstiem sauc par loka laidumu, bet vertikālo attālumu f no loka ass augstākā punkta līdz līnijai, kas savieno balstu centrus, sauc par loka augstumu vai pacēlumu. Attiecība f/l raksturo loka stāvumu un tās vērtība ļauj sadalīt lokus stāvos un lēzenos.

Loka galu plaknes sauc par pēdām, bet loka augstāko punktu – par virsotni. Loka izliekto malu sauc par ārējo ribi, bet ieliekto malu – par iekšējo ribi. Ja abas ribas savienotas ar sienīņu, tad tas ir pilnsiensu loks, bet ja ribas ir savienotas ar stieņiem – režģots loks.

Loka formu nosaka loka ass vienādojums. Loka asi var veidot atbilstoši riņķa līnijai (1), kvadrātiskai (2) vai kubiskai (3) parabolai, elipsei (4), sinusoīdai (5) vai kādai citai līknei. Kubiskas parabolas gadījumā loka ass vienādojums apraksta loka formu līdz viduspunktam. Loka labā puse tiek ņemta simetriski kreisajai.

Loka ass vienādojums:

$$1. \quad y = \sqrt{R^2 - (l/2 - x)^2} - R + f,$$

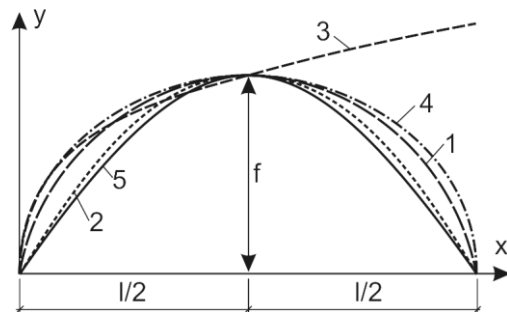
$$\text{kur} \quad R = (l^2 + 4f^2)/8f$$

$$2. \quad y = 4fx(l-x)/l^2$$

$$3. \quad y = f\sqrt[3]{2x/l}$$

$$4. \quad y = 2f\sqrt{x(l-x)}/l$$

$$5. \quad y = f\sin\left(\pi\frac{x}{l}\right)$$



- 1 – riņķa līnija;
- 2 – kvadrātiska parabola;
- 3 – kubiska parabola;
- 4 – elipse;
- 4 – sinusoīda.

No loka ass formas ir atkarīgas darinājuma iekšējās piepūles un loka ekonomiskums. Racionāla loka forma ir atkarīga no slodzēm, kas darbojas uz loku (skat. nodaļu 5.6).

5.2. Trīslocīklu loku balstu reakciju noteikšana

Lokam pieliktās ārējās slodzes rezultātā balstos veidojas reakcijas, kuru virzieni ir slīpi pret pamata plakni. Katru no šīm reakcijām var aizstāt ar divām tās komponentēm vertikālajā un horizontālajā virzienā. Līdz ar to varam uzskatīt, ka trīslocīklu lokam ir

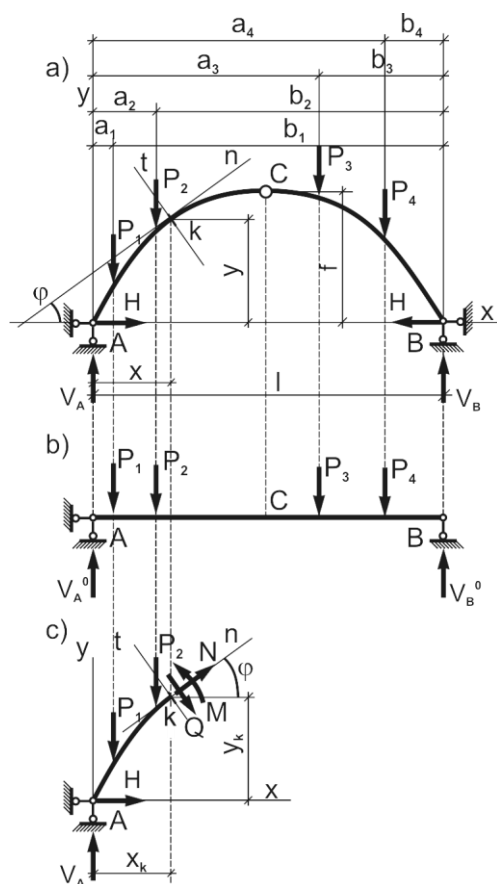
četras neatkarīgas balstu reakcijas V_A, V_B, H_A, H_B . To noteikšanai izmantojam statikas līdzsvara vienādojumus. Uzskatām, ka uz loku darbojas tikai vertikālas slodzes. Lai noteiktu att. 5.3a parādītā loka vertikālās balstu reakcijas, sastādām momentu līdzsvara vienādojumus pret balstu punktiem A un B:

$$\sum M_B = P_1 b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3 + P_4 b_4 - V_A l = 0,$$

$$\sum M_A = P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 + P_4 a_4 - V_B l = 0,$$

No šiem vienādojumiem iegūstam:

$$\begin{aligned} V_A &= (P_1 b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3 + P_4 b_4) / l = \sum_i P_i b_i / l \\ V_B &= (P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 + P_4 a_4) / l = \sum_i P_i a_i / l \end{aligned} \quad (5.1)$$



att. 5.3

Ja uz loku darbojas izkliedēta slodze, tā var tikt aizstāta ar kopspeku. Iegūtais spēkpāris tiek pieskaitīts koncentrēto spēku spēkpāriem ņemot to ar atbilstošu zīmi. Salīdzinot iegūtās balstu reakcijas ar balstu reakcijām lokam ekvivalentajai sijai (sija ar tādu pašu laidumu un slodzēm kā apskatāmajam lokam, sk att. 5.3b.), konstatējam, ka tās ir vienādas:

$$V_A = V_A^0 \quad \text{un} \quad V_B = V_B^0.$$

Vertikālo balstu reakciju pārbaudei izmantojam visu spēku, kas darbojas uz sistēmu, projekciju summu uz vertikālu asi

$$\sum Y = 0.$$

Balstu horizontālo reakciju H_A un H_B noteikšanai ērti izmantot nosacījumu, ka **attiecībā pret loka virsotni** (locīklu C) lieces momentu summas gan no kreisās

gan arī no labās puses ir vienādas ar nulli. Šīs sakarības ir universālas visiem slogojumu gadījumiem. Mūsu gadījumā, kad uz loku darbojas tikai vertikāla slodze, izdevīgi izmantot spēku līdzsvara vienādojumu uz horizontālu asi. Tā rezultātā iegūstam nosacījumu

$$\sum X = H_A - H_B = 0,$$

no kura seko, ka

$$H_A = H_B = H.$$

Tātad vertikālās slodzes gadījumā kreisā un labā balsta horizontālās reakcijas pēc skaitliskās vērtības ir vienādas, bet pretēji vērstas, kā tas ir parādīts att. 5.3a.

Sastādot momentu summu pa kreisi no locīklas C, iegūstam vienādojumu:

$$\sum M_C^{kr} = V_A l - P_1(l/2 - a_1) - P_2(l/2 - a_2) - Hf = 0$$

no kura, ņemot vērā ka $V_A = V_A^0$, nosakām loka balstbīdi:

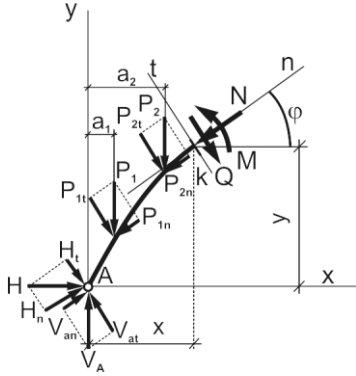
$$H = \frac{V_A^0 l/2 - P_1(l/2 - a_1) - P_2(l/2 - a_2)}{f} = \frac{M_C^0}{f}, \quad (5.2)$$

kur $M_C^0 = V_A^0 l/2 - P_1(l/2 - a_1) - P_2(l/2 - a_2)$ ir lieces moments loka ekvivalentās sijas viduspunktā C. Pārbaudei varam izmantot momentu summu pret kādu izdevīgu punktu (tiks pārbaudītas arī vertikālās reakcijas). No sakarības (5.2) varam secināt, ka jo mazāks ir loka augstums f , jo lielāka ir balstbīde. Loka augstumam f tiecoties uz nulli, sistēma kļūst acumirkļīgi mainīga un piepūles tajā tiecas uz bezgalību.

5.3. Iekšējo piepūļu noteikšana

Trīslēcīklu loka gadījumā piepūļu noteikšanai šķēlumos tiek izmantota šķēluma metode: loks ar šķēlumu tiek sadalīts divās daļās, tiek atmesta viena no daļām, bet otra daļa tiek nolīdzsvarota ar iekšējām piepūlēm - lieces momentu M , šķērsspēku Q un asspēku N (att. 5.4). Iekšējās piepūles pieliktas pozitīvos virzienos: lieces moments M stiepj loka apakšējo daļu, šķērsspēks Q darbojas pulksteņa rādītāja virzienā pret šķēluma ksmaguma centru, aksiāls spēks izsauc apskatāmās loka daļas spiedi (loks šajā ziņā atšķi-

ras no citām konstrukcijām). Patvaļīga šķēluma k smaguma centra koordinātes apzīmējam ar x_k , y_k , bet pieskares slīpuma leņķi pret x asi šķēlumā k ar φ_k . Nosakām iekšējās piepūles:



att. 5.4

Lieces moments loka šķēlumā skaitliski vienāds ar ārējo spēku momentu pret šķēluma smaguma centru algebrisku summu uz vienu pusi (šoreiz kreiso) no šķēluma. Ārējā spēka momentu uzskata par pozitīvu, ja tas stiepj apskatāmās loka daļas apakšējo joslu. Pretējā gadījumā to uzskata par negatīvu.

Sastādām lieces momentu līdzsvara vienādojumu loka kreisajai daļai (att. 5.4) pret šķēluma k attālumā x no kreisā balsta smaguma centru. Tā rezultātā iegūstam izteiksmi

$$M_x = V_A \cdot x - P_1(x - a_1) - P_2(x - a_2) - Hy.$$

Ņemot vērā, ka izteiksme

$$V_A \cdot x - P_1(x - a_1) - P_2(x - a_2) = M_x^0,$$

pie nosacījuma $V_A = V_A^0$, nosaka lieces momenta vērtību attālumā x no kreisā balsta lokam atbilstošā divbalstu sijā, iegūstam izteiksmi lieces momenta aprēķināšanai

$$M_x = M_x^0 - Hy. \quad (5.3)$$

No sakarības (5.3) redzams, ka lieces moments patvaļīgā loka šķēlumā ir mazāks par lieces momentu atbilstošā divbalstu sijā. Šis apstāklis arī nosaka loka priekšrocības salīdzinot ar divbalstu siju. Ņemot vērā, ka loka balstbīdi (5.2) nosaka lieces momenta vērtība atbilstošās divbalstu sijas vidū un loka augstums f , iegūstam sakarību:

$$M_x = M_x^0 - \frac{y}{f} M_c^0.$$

Tātad lieces momentu patvaļīgā loka šķēlumā var noteikt aprēķinot divas lieces momentu vērtības divbalstu sijā. Attiecība y/f ir loka formu un šķēluma koordināti raksturojošs parametrs.

Šķērsspēks patvaļīgā loka šķēlumā ir vienāds ar visu ārējo spēku, kuri atrodas vienā pusē no šķēluma, projekciju summu uz asi perpendikulāru loka asij apskatāmajā šķēlumā. Spēka projekciju uzskatīsim par pozitīvu, ja tā cenšas pagriezt loka atšķelto daļu pulksteņa rādītāja kustības virzienā pret apskatāmā šķēluma smaguma centru. Summējot visu spēku, kuri darbojas pa kreisi no patvaļīga šķēluma k , projekcijas uz asi t (att. 5.4), iegūstam

$$\begin{aligned} Q_x &= V_{At} - P_{1t} - P_{2t} - H_t = V_A \cos \varphi - P_1 \cos \varphi - P_2 \cos \varphi - H \sin \varphi = \\ &= (V_A - P_1 - P_2) \cos \varphi - H \sin \varphi \end{aligned}$$

Izteiksme $(V_A - P_1 - P_2)$ raksturo šķērsspēku lokam atbilstošajā divbalstu sijā šķēlumā, kurš atrodas attālumā x no tās kreisā balsta. Apzīmējot šo šķērsspēku ar Q_x^0 , iegūstam izteiksmi šķērsspēka noteikšanai patvaļīgā loka šķēlumā:

$$Q_x = Q_x^0 \cos \varphi - H \sin \varphi \quad (5.4)$$

Tātad arī šķērsspēks jebkurā loka šķēlumā vienmēr ir mazāks par šķērsspēku lokam atbilstošajā divbalstu sijā. Lai noteiktu trigonometrisku funkciju vērtības dažādas formas lokiem lietderīgi izmantot nosacījumu, ka $\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx}$. Tas dod iespēju noteikt, ka

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + (y')^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{y'}{\sqrt{1 + (y')^2}}, \quad \text{kur } y' \text{ ir loka ass vienādojuma atvasinājuma}$$

vērtība pie izvēlētajam šķēlumam atbilstošās koordinātes x fiksētas vērtības. Jāņem vērā, ka loka labajā pusē $\sin \varphi$ vērtības ir negatīvas.

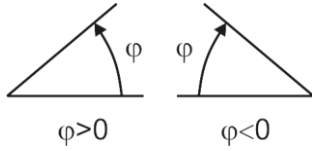
Aksiāls spēks patvaļīgā loka šķēlumā ir vienāds ar visu ārējo spēku, kuri atrodas vienā pusē no šķēluma, projekciju summu uz pieskari loka asij apskatāmajā šķēlumā. Aksiāls spēka zīmi nosaka deformāciju, kuras izraisa aksiāls spēks, raksturs. Loka gadījumā ass spēks tiek uzskatīts par pozitīvu, ja tas rada spiedi, un par negatīvu, ja tas rada stiepi.

Veicot loka kreisajā daļā darbojošos ārējo spēku (att. 5.4) projekciju summēšanu uz asi n attiecīgajā šķēlumā, iegūstam:

$$\begin{aligned} N_x &= V_{An} - P_{1n} - P_{2n} + H_n = V_A \sin \varphi - P_1 \sin \varphi - P_2 \sin \varphi + H \cos \varphi = \\ &= (V_A - P_1 - P_2) \sin \varphi + H \cos \varphi \end{aligned}$$

Nemot vērā, ka iekavās ieslēgtā izteiksme nosaka šķērsspēku lokam atbilstošajā divbalstu sijā, loka asspēku vertikālas slodzes gadījumā nosaka sakarība

$$N_x = Q_x^0 \sin \varphi + H \cos \varphi \quad (5.5)$$



att. 5.5

Sakarības (5.4) un (5.5) iegūtas šķēlumiem loka kreisajā pusē. Lietojot šīs sakarības šķēlumiem pa labi no locīklas C, jāņem vērā leņķim φ att. 5.5 parādītais zīmju līkums. Tātad loka kreisajā pusē leņķis φ ir pozitīvs, bet

labajā negatīvs. Veicot aprēķinus svarīgi atcerēties, ka $\sin \varphi$ ir nepāra funkcija un tātad $\sin(-\varphi) = -\sin(\varphi)$, bet $\cos \varphi$ ir pāra funkcija un $\cos(-\varphi) = \cos(\varphi)$.

Piemērs 5.1. Konstruēt iekšējo piepūļu epīras parabolveida trīslēcīklu lokam (att. 5.6a) ar nepārtrauktu šķērsgriezumu vertikālas slodzes gadījumā.

Atrisinājums.

1. Izveidojam lokam atbilstošas ekvivalentās divbalstu sijas slogojuma shēmu (att. 5.6b)

2. Nosakām divbalstu sijas balstu reakcijas

$$\sum M_A = 0;$$

$$V_B \cdot \ell - P_3 \cdot 8 - P_2 \cdot 6 - P_1 \cdot 3 - q \frac{6^2}{2} = 0;$$

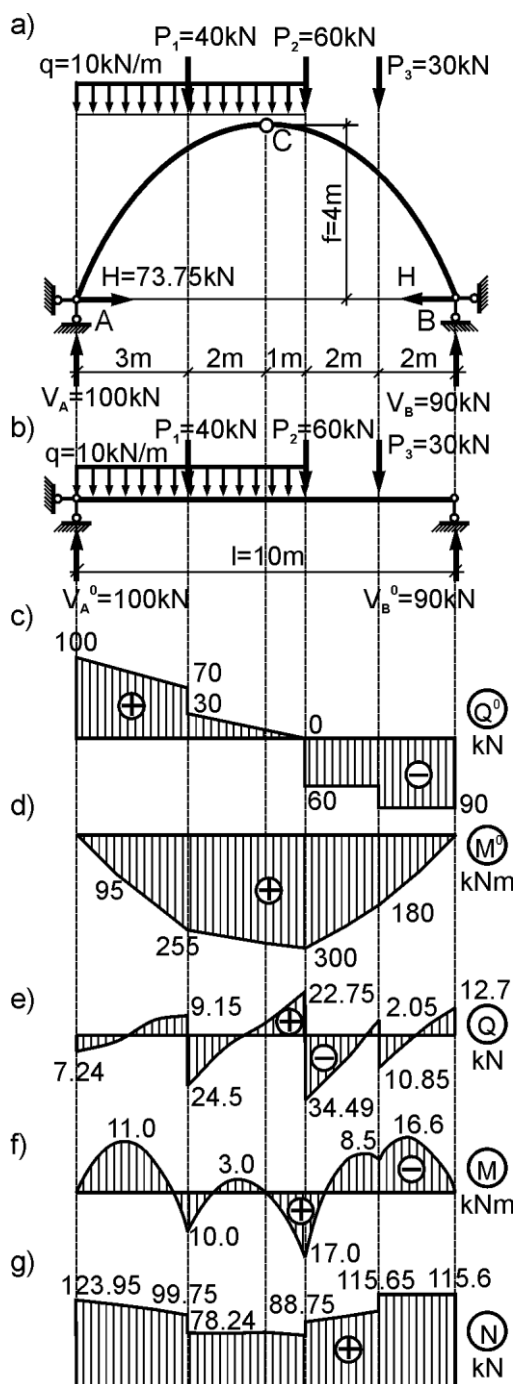
$$V_B = \frac{(8P_3 + 6P_2 + 3P_1 + 18q)}{\ell} = 90 \text{ kN};$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$V_A \cdot \ell - P_1 \cdot 7 - P_2 \cdot 4 - P_3 \cdot 2 - q \frac{10^2}{2} + q \frac{4^2}{2} = 0;$$

$$V_A = \frac{7P_1 + 4P_2 + 2P_3 + \frac{q}{2}(10^2 - 4^2)}{\ell} = 100 \text{ kN}.$$

Tātad loka vertikālās balstu reakcijas ir $V_A = 100 \text{ kN}$ un $V_B = 90 \text{ kN}$.



att. 5.6

3. Konstruējam lokam atbilstošās divbalstu sijas šķērsspēku Q_x^0 un M_x^0 epīras (att. 5.6c,d). Epīru vērtības jānosaka šķēlumos ar vienādu soli un šķēlumos, ku-ros pielikta koncentrēta ārējā slodze (šajos šķēlumos jārēķina divas vērtības – pa labi un pa kreisi no šķēluma). Dotajā piemērā izmantojam aprēķinu soli vienādu ar 1m, t.i., sijas laidumu $l = 10\text{m}$ sadalām desmit vienādās daļās.

4. Nosakām loka balstbīdi:

$$H = \frac{M_c^0}{f} = \frac{295}{4} = 73,75\text{kN}.$$

5. Nosakām loka šķēluma ordinātas izmantojot loka ass vienādojumu

$$y = \frac{4f}{\ell^2} x(\ell - x).$$

Izmantojot konkrētā loka parametrus $f = 4\text{m}$ un $l = 10\text{m}$, iegūstam

$$y = 1,6x - 0,16x^2.$$

Atvasinot šo vienādojumu pēc koordinātes x iegūstam

$$y' = 1,6 - 0,32x.$$

Izmantojot šo sakarību varam noteikt loka šķēluma pieskares slīpuma leņķi, ņemot vērā, ka $\text{tg}\varphi = y'$. Iegūtie rezultāti apkopoti tabulā 4.1.

6. Konstruējam loka piepūļu epīras izmantojot sakarības

$$M_x = M_x^0 - Hy;$$

$$Q_x = Q_x^0 \cos \varphi - H \sin \varphi;$$

$$N_x = Q_x^0 \sin \varphi + H \cos \varphi.$$

Šo epīru vērtības sakopotas tab. 5.1, bet epīras attēlotas att. 5.6e,f,g.

Tabula 5.1

Trīslocīklu loka piepūļu aprēķins

Nr.	x, m	y, m	φ	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	M_x^0 , kNm	M_x , kNm	Q_x^0 , kN	Q_x , kN	N_x , kN
0	0	0	57^0	0,839	0,545	0	0	100	7,24	123,95
1	1	1,44	52^0	0,788	0,616	95	-11	90	2,64	116,25
2	2	2,56	$43^0 48'$	0,692	0,721	180	-8,5	80	6,65	108,8
3	3	3,36	$32^0 40'$	0,540	0,842	255	10	70	9,15	99,75
4	4	3,84	18^0	0,309	0,952	280	-3	20	-3,71	76,41
5	5	4,0	0^0	0	1,0	295	0	10	10	73,75
6	6	3,84	-18^0	-0,309	0,952	300	17	0	22,75	70,25
7	7	3,36	$-32^0 40'$	-0,540	0,842	240	-8,5	-60	-34,45	88,75
8	8	2,56	$-43^0 48'$	-0,692	0,721	180	-8,5	-60	-10,85	94,5
9	9	1,44	-52^0	-0,788	0,616	90	-16,6	-90	7,65	94,75
10	10	0	-57^0	-0,839	0,545	0	0	-90	-13,9	115,6
									2,65	116,25
									12,7	115,6

7. Nosakām ekstremālo lieces momenta vērtību intervālā starp spēka P_3 pielikšanas punktu un balstu B. Šai posmā lieces momentu nosaka sakarība $M_x = V_B x - Hy$, kur koordināte x tiek atskaitīta no punkta B.

Tā kā $y = 1,6x - 0,16x^2$; $V_B = 90$ kN, $H = 73,75$ kN, iegūstam

$$M_x = 90x - 73,75(1,6x - 0,16x^2) = -28x + 11,8x^2.$$

Atvasinot šo izteiksmi un pielīdzinot nullei, iegūstam

$$\frac{dM_x}{dx} = -28 + 23,6x = 0.$$

Tātad $x = 28/23,6 = 1,186\text{m}$ (no balsta B).

Momenta vērtība atbilstošajā šķēlumā ir

$$M_{ex} = -28 \cdot 1,186 + 11,8 \cdot (1,186)^2 = 16,6 \text{ kNm}.$$

Tā kā $y' = 1,6 - 0,32x = 1,6 - 0,32(10 - 1,186) = 1,22$, tad

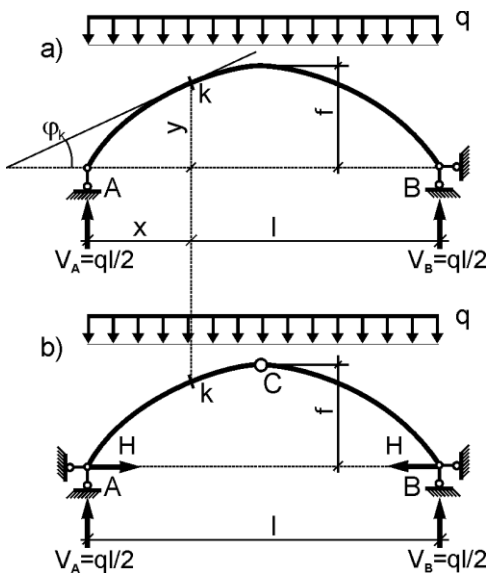
$$\sin \varphi = \frac{-1,22}{\sqrt{1+1,22^2}} = -0,713; \quad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+1,22^2}} = 0,638$$

un

$$N_{ex} = (-90) \cdot 0,713 + 73,75 \cdot 0,638 = 70 + 46 = 116 \text{ kN}.$$

(N_{ex} – ass spēka vērtība šķēlumā, kurā ir ekstremāla loka lieces momenta vērtība).

Piemērs 5.2. Salīdzināt normālspriegumus, kas rodas att. 5.7 parādītajā liektajā sijā un lokā no vienmērīgi izkliedētas slodzes q .



att. 5.7

Atrisinājums. Jau tika minēts, ka lokveida sistēma ir ekonomiski izdevīgāka salīdzinot ar liektu siju. Apskatīsim taisnstūra šķēluma liektu siju ar platumu b un augstumu h , kura balstīta ar vienu nekustīgu locīklas balstu un otru kustīgu balstu un ir slogota ar vienmērīgi izkliedētu slodzi q (att. 5.7a) un loku (att. 5.7b).

a) Lieces momentu M_k jebkurā šķēlumā k liektā sijā (ar koordinātēm x un y) nosaka sakarība

$$M_k = V_A x - \frac{qx^2}{2},$$

kur

$$V_A = \frac{q\ell}{2} \quad \text{un tātad} \quad M_k = \frac{qx}{2}(\ell - x).$$

Lai noteiktu šķēlumā k ass spēku N_k , visus spēkus pa kreisi no šķēluma k projicējam uz pieskares virzienu punktā k . Tā rezultātā iegūstam izteiksmi:

$$N_k = V_A \sin \varphi_k - qx \sin \varphi_k = (V_A - qx) \sin \varphi_k = Q_k^0 \sin \varphi_k,$$

kur Q_k^0 - šķērsspēks šķēlumā k sijai ar taisnu horizontālu asi.

Tātad sijai ar liektu asi šķēlumā k ribās (malējās šķiedrās) rodas normālspriegumi

$$\sigma = \frac{N_k}{F} \pm \frac{M_k}{W},$$

kur F - sijas šķērssgriezuma laukums $b \cdot h$, bet W - pretestības moments $bh^2/6$. (Spiedes ass spēku uzskatām par pozitīvu).

Ievietojot ass spēka N_k , lieces momenta M_k , kā arī F un W vērtības, iegūstam:

$$\sigma = \frac{Q_k^0 \sin \varphi_k}{bh} \pm \frac{3qx(\ell - x)}{bh^2}$$

b) Noskaidrosim kā mainās normālspriegumi šķēlumā k loka gadījumā, kad balstam A pielikta balstbīde H (att. 5.7b). Lieces moments šai gadījumā samazinās par lielumu Hy (y - punkta k ordināta) un ir

$$M_k = \frac{qx}{2}(\ell - x) - Hy,$$

bet ass spēka N_k skaitliskā vērtība palielinās par lielumu $H \cos \varphi_k$. Tātad ass spēka vērtība ir

$$N_k = Q_k^0 \sin \varphi_k + H \cos \varphi_k$$

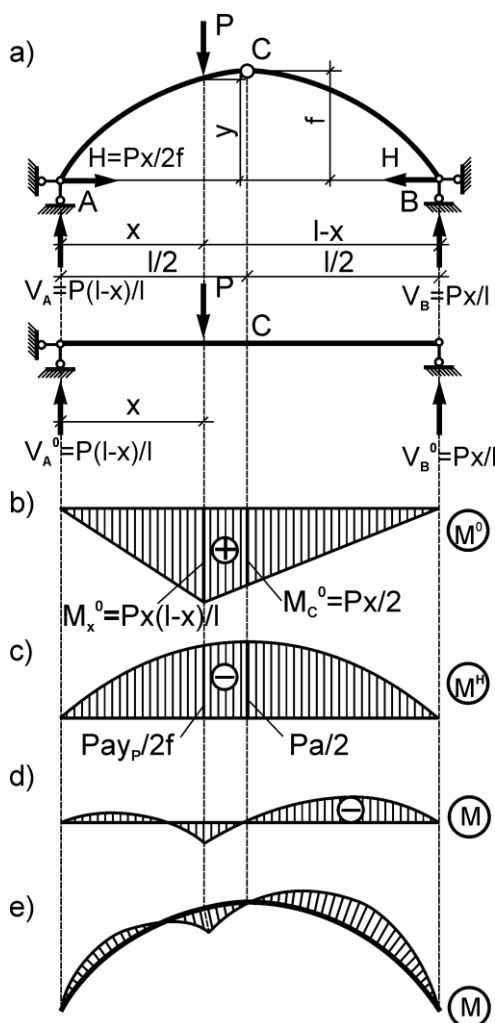
Līdz ar to normālspriegumi šķēlumā izmainās. Tie samazinās lieces momenta samazināšanās dēļ un vienlaicīgi palielinās ass spēka pieauguma dēļ. Lai novērtētu normālspriegumu summāro izmaiņu, salīdzinām attiecību starp lielumiem par cik normālie spriegumi samazinās lieces momenta samazināšanās dēļ $\frac{6Hy}{bh^2}$ un par cik tie pieaug

pieaugot ass spēkam: $\frac{H \cos \varphi_k}{bh}$. Šo lielumu attiecība

$$\frac{6Hy}{bh^2} : \frac{H \cos \varphi_k}{bh} = \frac{6y}{h \cos \varphi_k}$$

ir būtiski lielāka par vienu (sevišķi visvairāk nospiegotajos posmos sijas vidusdaļā).

Tātad varam secināt, ka balstbīde H būtiski uzlabo loka darbu salīdzinot ar siju ar liektu asi.



att. 5.8

Piemērs 5.3. Noteikt kādu daļu no divbalstu sijas lieces momenta sastāda parabolveida loka lieces moments šķēlumā, kurā pielikts koncentrēts spēks (att. 5.8).

Atrisinājums. No sakarības (5.3) to izdalot ar M_x^0 un ņemot vērā ka

$$H = M_c^0 / f \text{ iegūstam izteiksmi}$$

$$\frac{M_x}{M_x^0} = 1 - \frac{y}{f} \cdot \frac{M_c^0}{M_x^0}. \quad (5.6)$$

Sijas lieces momentu vērtības nosaka sakarības

$$M_c^0 = V_B \cdot \frac{\ell}{2} = P \cdot \frac{x}{\ell} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{Px}{2}$$

$$M_x^0 = V_A \cdot x = P \cdot \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \cdot x$$

Loka ass parabolveida formu apraksta izteiksme

$$y = \frac{4f}{\ell} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) x.$$

Ievietojot iegūtās sakarības izteiksmē (5.6), loka lieces momentu attiecība pret sijas lieces momentu attiecīgajā šķēlumā raksturojas ar sakarību

$$\frac{M_x}{M_x^0} = 1 - 2 \frac{x}{\ell}$$

vai

$$M_x = \left(1 - \frac{2x}{\ell}\right) \cdot M_x^0 \quad (5.7)$$

Tā kā izteiksmei $\left(1 - \frac{2x}{\ell}\right)$ ir dilstošs lineārs raksturs, tad varam secināt, ka loka un sijas lieces momentu attiecība virzienā uz loka centru lineāri samazinās. tātad loka centrālajā daļā ir lielākās atšķirības starp loka lieces momentu un atbilstošās divbalstu sijas lieces momentu attiecīgajā šķēlumā.

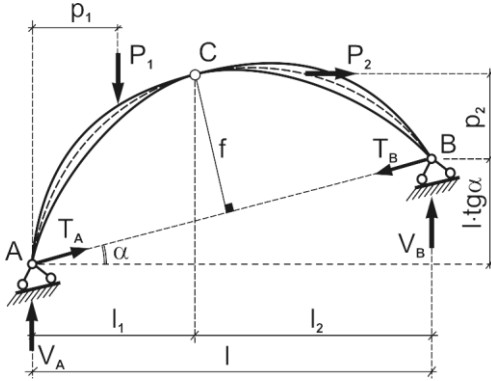
Izmantojot sijas lieces momenta M_x^0 izmaiņas sakarību, iegūstam lieces momenta izmaiņas raksturu šķēlumā, kurā pielikts koncentrēts spēks tam pārvietojoties pa loku

$$M_x = P \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) x \cdot \left(1 - \frac{2x}{\ell}\right) \quad (5.8)$$

Loka lieces momenta epīra konstruējama izmantojot sakarību (5.3), saskaņā ar kuru šī epīra sastāv no divu epīru summas. Pirmā no tām ir lokam atbilstošās divbalstu sijas lieces momentu epīra dotās slodzes gadījumā (att. 5.8b), bet otrā – loka ass līkne, kuras ordinātas pareizinātas ar konstanti „H” (att. 5.8c). Loka lieces momentu epīra parādīta att. 5.8d. No epīras redzams, ka lieces momenti lokā būtiski mazāki par lieces momentiem divbalstu sijā. Loka lieces momentu epīru var konstruēt kā uz liektas ass (att. 5.8e), tā arī uz taisnas ass (att. 5.8d), ko veido liektās ass projekcijas uz horizontālo asi. Lēzeniem lokiem ērtāk ir izmantot taisnu asi, stāviem lokiem uzskatāmākas ir epīras, kuras konstruētas uz līklīnijas ass.

5.4. Aprēķina īpatnības lokiem ar balstiem atšķirīgā līmenī

Reljefa nelīdzenums ir par pamatu tam, lai veidotu lokveida konstrukcijas ar balstiem, kuri neatrodas horizontālā plaknē. Tā kā loka abi balsti ir nekustīgas locīklas, tad kopējais balstu reakciju skaits ir četri. Lai tās noteiktu, nepieciešami četri neatkarīgi vienādojumi. Tādi varētu būt trīs sistēmas līdzsvara vienādojumi (att. 5.9)



att. 5.9

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0,$$

$$\sum X = 0$$

un viens līdzsvara vienādojums loka kreisajai daļai attiecībā pret virsotnes locīklu C

$$\sum M_C^{kr.} = 0.$$

Balstu reakcijas izvēlamies sekojošā veidā: divas vertikālas reakcijas V_A^* un V_B^* un divas reakcijas T_A un T_B , kuras

vērstas pa balstus savienojošu taisni.

Pieņemam, ka uz loku darbojas divi koncentrēti spēki, no kuriem viens P_1 ir vērsts vertikālā virzienā, bet otrs P_2 horizontālā virzienā. Sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret balstu B, iegūstam

$$V_A^* l - P_1(l - p_1) + P_2 p_2 = 0.$$

Loka kreisā balsta vertikālo reakciju nosaka sakarība

$$V_A^* = [P_1(l - p_1) - P_2 p_2] / l = M_B^{(P)} / l,$$

kur $M_B^{(P)}$ – loku slogojošo spēku momentu summa pret loka labo balstu B.

Sastādot momentu līdzsvara vienādojumu pret loka kreiso balstu A, iegūstam sakarību

$$-V_B^* l + P_1 p_1 + P_2(l \cdot \operatorname{tg} \alpha + p_2) = 0,$$

no kuras nosakām loka labā balsta vertikālo reakciju

$$V_B^* = [P_1 p_1 + P_2(l \cdot \operatorname{tg} \alpha + p_2)] / l = M_A^{(P)} / l,$$

kur $M_A^{(P)}$ – loku slogojošo spēku momentu summa pret loka kreiso balstu A.

Izmantojot trešo loka līdzsvara vienādojumu ($\sum X = 0$)

$$T_A \cos \alpha - T_B \cos \alpha + P_2 = 0,$$

iegūstam sakarību starp abām balstu reakciju komponentēm, kuras vērstas balstus savienojošas taisnes virzienā

$$T_B = T_A + P_2 / \cos \alpha.$$

No šīs sakarības varam izdarīt secinājumu, ka tikai vertikāla loka slogojuma gadījumā

balstu reakcijas T_A un T_B ir pretēji vērstas un skaitliski vienādas.

No ceturtā līdzsvara vienādojuma

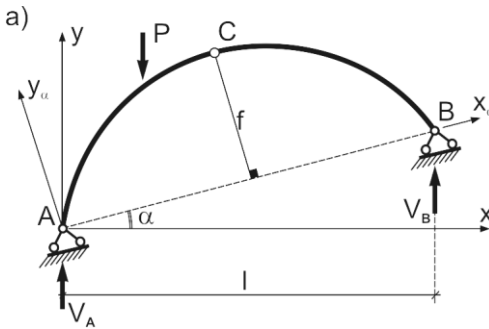
$$V_A^* l_1 - P_1(l_1 - p_1) - T_A f = 0$$

iegūstam izteiksmi

$$T_A = (V_A^* l_1 - P_1(l_1 - p_1)) / f = M_C^0 / f,$$

kur M_C^0 – visu kreisās loka daļas spēku (izņemot T_A) momentu summa pret locīklu C.

Noteiktās balstu reakcijas T_A un T_B varam sadalīt divās komponentēs – vertikālajā un horizontālajā. Tā rezultātā iegūstam, ka horizontālā plaknē balstbīde ir vienāda ar



$$H_A = T_A \cos \alpha,$$

$$H_B = T_B \cos \alpha,$$

bet papildus vertikālās reakciju komponentes ir

$$V_A^T = T_A \sin \alpha,$$

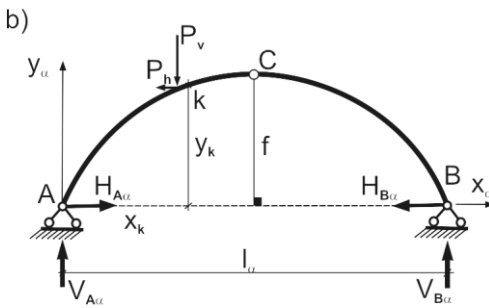
$$V_B^T = -T_B \sin \alpha.$$

Tātad pilnās vertikālās balstu reakcijas nosaka sakarības:

$$V_A = V_A^* + T_A \sin \alpha,$$

$$V_B = V_B^* - T_B \sin \alpha.$$

Uzdevums par piepūļu noteikšanu trīslocīklu lokā ar balstiem atšķirīgā līmenī vertikālas slodzes gadījumā var tikt reducēts uz uzdevumu par piepūļu noteikšanu simetriskā viena līmeņa balstu lokā, aizvietojot vertikālo slodzi ar tās divām komponentēm balstus savienojošās taisnes un tai perpendikulārā virzienā. Att. 5.10a dotā loka ārējo spēku P aizstājam ar diviem spēkiem $P_v = P \cos \alpha$ un $P_h = P \sin \alpha$ tai pašā loka šķēlumā. Uzdevums transformējas uz koordinātu sistēmu, kura pagriežta pret pamatsistēmu xy par leņķi α pretēji pulksteņrādītāja kustības virzienam (leņķis starp loka balstus savienošo taisni un horizon-



att. 5.10

ducēts uz uzdevumu par piepūļu noteikšanu simetriskā viena līmeņa balstu lokā, aizvietojot vertikālo slodzi ar tās divām komponentēm balstus savienojošās taisnes un tai perpendikulārā virzienā. Att. 5.10a dotā loka ārējo spēku P aizstājam ar diviem spēkiem $P_v = P \cos \alpha$ un $P_h = P \sin \alpha$ tai pašā loka šķēlumā. Uzdevums transformējas uz koordinātu sistēmu, kura pagriežta pret pamatsistēmu xy par leņķi α pretēji pulksteņrādītāja kustības virzienam (leņķis starp loka balstus savienošo taisni un horizon-

tu). Šo virzienu pieņemam par pozitīvu. Tātad jāveic piepūļu aprēķins simetriskā trīslocīklu lokā att. 5.10b parādītā slogojuma gadījumā. Šī loka laidumu nosaka sakarība $l_\alpha = l / \cos \alpha$, bet jebkura punkta koordinātes sakarības

$$x_\alpha = x \cos \alpha + y \sin \alpha,$$

$$y_\alpha = -x \sin \alpha + y \cos \alpha.$$

Sastādot atbilstošus līdzsvara vienādojumus, iegūstam:

$$\sum M_B = V_{A\alpha} l_\alpha - P_v (l_\alpha - x_{ak}) - P_h y_{ak} = 0;$$

$$\sum M_A = -V_{B\alpha} l_\alpha + P_v x_{ak} - P_h y_{ak} = 0;$$

$$\sum X = H_{A\alpha} - P_h - H_{B\alpha} = 0;$$

$$\sum M_c^{lab} = V_{B\alpha} \cdot l_\alpha / 2 + H_{B\alpha} \cdot f = 0.$$

No šiem vienādojumiem nosakām balstu reakcijas. Tās ir

$$V_{A\alpha} = P_v \left(1 - \frac{x_{ak}}{l_\alpha} \right) + P_h \frac{y_{ak}}{l_\alpha} = M_{B(P)} / l_\alpha;$$

$$V_{B\alpha} = P_v \frac{x_{ak}}{l_\alpha} - P_h \frac{y_{ak}}{l_\alpha} = M_{A(P)} / l_\alpha;$$

$$H_{A\alpha} = \frac{M_C}{f} + P_h;$$

$$H_{B\alpha} = V_{B\alpha} \frac{l_\alpha}{2f} = \frac{M_C}{f}.$$

Šajās sakarībās izmantoti sekojoši apzīmējumi:

$M_{A(P)}$ un $M_{B(P)}$ - ārējās slodzes loka balstos A un B izraisītie momenti;

M_C lieces moments loka kores locīklā C.

Svarīgi ņemt vērā, ka dotajā slogojuma gadījumā (ir arī horizontālā slodze P_h), moments M_C nesakrīt ar lokam atbilstošās divbalstu sijas lieces momentu šīs sijas vidū.

Momenta vērtību nosaka sakarība

$$M_C = (P_v x_k - P_h y_k) / 2 = \frac{M_{A(P)}}{2}.$$

Esam noteikuši loka balstu A un B reakcijas koordinātu sistēmā x_α, y_α . Lai iegūtu atbilstošās balstu reakcijas sākotnējā koordinātu sistēmā x, y izmantojam sakarības:

$$V_A = V_{A\alpha} \cos \alpha + H_{A\alpha} \sin \alpha;$$

$$V_B = V_{B\alpha} \cos \alpha - H_{B\alpha} \sin \alpha;$$

$$H_A = H_{A\alpha} \cos \alpha - V_{A\alpha} \sin \alpha;$$

$$H_B = H_{B\alpha} \cos \alpha + V_{B\alpha} \sin \alpha.$$

Šīs ir piepūles, kuras jāuzņem atšķirīgā līmenī balstītu loku balstiem. Tās nosaka nepieciešamo balstu stiprību (nestspēju).

Iekšējās piepūles M, Q un N patvaļīgā loka šķēlumā nosakāmas analogi iepriekš izklāstītam. Aprēķini var tikt veikti kā koordinātu sistēmā x, y , tās arī sistēmā x_α, y_α atkarībā no tā, kurā koordinātu sistēmā uzdots loka formas vienādojums $y = f(x)$ vai $y_\alpha = g(x_\alpha)$. Protams, var tikt izmantotas arī koordinātu sistēmas transformācijas sakarības.

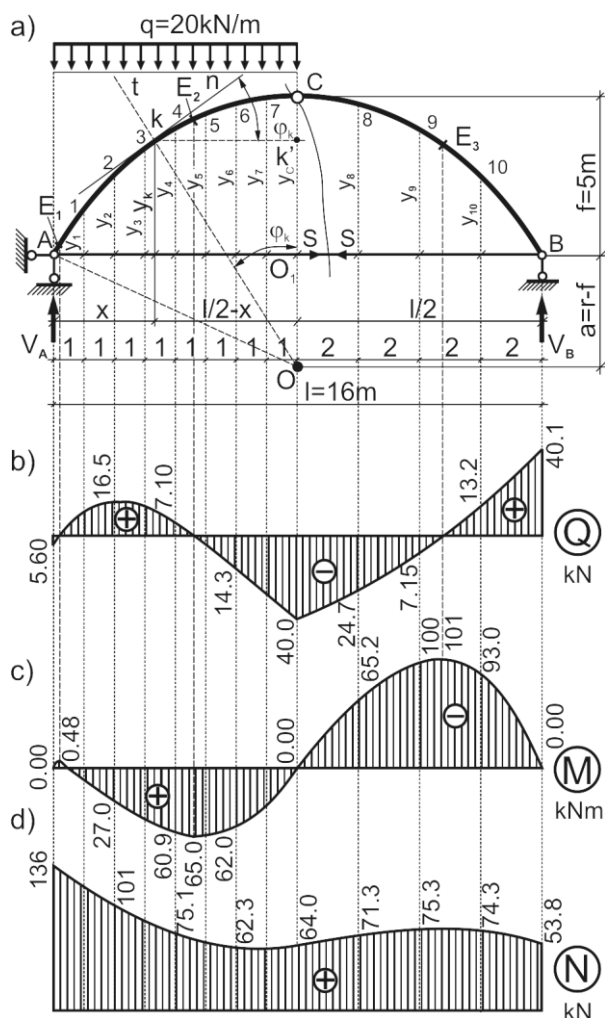
5.5. Trīslocīklu loks ar savilci

Speciāls trīslocīklu loka gadījums ir loks ar savilci, t.i. papildus stieni, kurš sasaista abus konstrukcijas puslokus. Savilci lieto kā balstu līmenī, tā arī augstāk par tiem. Savilces gadījumā loka balsti tiek izgatavoti analogi divbalstu sijas balstiem - viens no tiem ir nekustīgs, bet otrs kustīgs locīklas balsts. Trīslocīklu loks ar savilci ir sijveida sistēma. Vertikālas slodzes gadījumā balstos veidojas tikai vertikālas reakcijas.

Lai noteiktu piepūli savilcē, loks ar šķēlumu pa vidējo locīklu tiek sadalīts divās daļās. No lieces momentu līdzsvara nosacījuma attiecībā pret locīklu C, iegūstam piepūles vērtību savilcē $S = M_C^0 / f$. Šī sakarība ir analoga balstbīdes aprēķinam lokiem bez savilces. Zinot piepūli savilcē, lieces momenti, šķērsspēki un ass spēki loka daļā virs savilces nosakāmi izmantojot tās pašas sakarības (5.3 – 5.5) kā trīslocīklu lokam bez savilces.

Balstbīdes dēļ trīslocīklu sistēmām balsti jāveido kā visai masīvas konstrukcijas, toties

lokiem ar savilci tas nav nepieciešams, jo balstbīde tiek uzņemta ar savilci un balstiem jāuzņem tikai vertikālā piepūle. Tādēļ loki ar savilci var tikt lietoti augstu sienu vai kolonnu pārsegšanai, neradot to izlīdzināšanos.



att. 5.11

Piemērs 5.4. Uzkonstruēt šķērs-spēku, lieces momentu un ass spēku epīras riņķveida trīslocīklu lokam ar savilci balstu līmenī (att. 5.11a)

Atrisinājums. 1. No trīsstūra AO_1O nosakām loka formu aprakstošās riņķa līnijas rādiusu. Tā kā $AO_1 = l/2$, $AO = r$, bet $O_1O = r - f$, tad

$$r^2 = (r - f)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2,$$

vai

$$r = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f}$$

Konkrētā loka gadījumā

$$r = \frac{5}{2} + \frac{16^2}{8 \cdot 5} = 8,9\text{m}$$

2. Lai noteiktu loka ģeometriskos parametrus, izvēlamies koordinātu sistēmu ar sākumpunktu loka kreisajā balstā A un pozitīviem asu vērsumiem pa

labi un uz augšu no šī punkta. Tādā gadījumā pieskares leņķis φ_k jebkurā brīvi izvēlētā punktā k nosakāms no sakarības:

$$\sin \varphi_k = \frac{KK'}{OK} = (l/2 - x)/r,$$

bet loka pacēlums punktā K

$$y_k = O_1K' = OK' - OO_1 = r \cos \varphi_k - (r - f) = 8,9 \cos \varphi_k - 3,9.$$

Tabula 5.2

Loka ar savilci balstu līmenī aprēķins

	x_k m	$l/2 - x_k$ m	$\sin \varphi_k$	$\cos \varphi_k$	y_k m
A	0	8	0,900	0,434	0
1	1	7	0,786	0,618	1,60
2	2	6	0,670	0,742	2,70
3	3	5	0,562	0,827	3,45
4	4	4	0,447	0,894	4,07
5	5	3	0,337	0,942	4,50
6	6	2	0,224	0,974	4,76
7	7	1	0,112	0,994	4,94
C	8	0	0	1,00	5,00
8	10	-2	0,224	0,974	4,76
9	12	-4	-0,447	0,894	4,07
10	14	-6	-0,670	0,742	2,70
B	16	-8	-0,900	0,434	0

Loka ģeometriskos parametru vērtības 13 loka punktos sakopotas tab. 5.2.

3. Nosakām balstu reakcijas:

$$\sum M_B = V_A \cdot 16 - 20 \cdot 8 \cdot 12 = 0,$$

$$V_A = \frac{20 \cdot 8 \cdot 12}{16} = 120 \text{ kN};$$

$$\sum M_A = -V_B \cdot 16 + 20 \cdot 8 \cdot 4 = 0,$$

$$V_B = \frac{20 \cdot 8 \cdot 4}{16} = 40 \text{ kN}.$$

Pārbaude

$$\begin{aligned} \sum Y &= V_A + V_B + \frac{ql}{2} = \\ &= 120 + 40 - 20 \cdot 8 = 0 \end{aligned}$$

4. Nosakām piepūli savilcē:

$$S = \frac{M_c^0}{f} = \frac{\left(V_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} \right)}{f} = \frac{120 \cdot 8 - 20 \cdot 8 \cdot 4}{5} = 64 \text{ kN}$$

5. Nosakām šķērsspēku Q izvēlētajos loka 13 punktos atbilstoši sakarībai

$$Q_k = Q_k^0 \cos \varphi_k - S \sin \varphi_k$$

Tā, piem., balstā A iegūstam

$$Q_A = 120 \cdot 0,434 - 64 \cdot 0,9 = -5,6 \text{ kN},$$

bet locīklā C

$$Q_C = (120 - 20 \cdot 8) \cdot 1 - 64 \cdot 0 = -40 \text{ kN}.$$

Šķērsspēku vērtības pārējos punktos sakopotas tab.5.3.

Tabula 5.3
Iekšējās piepūles lokam ar savilci
balstu līmenī

	Q_k , kN	M_k , kNm	N_k , kN
A	-5,6	0	136
1	11,3	7,6	
2	16,5	27,0	101
3	13,8	49,2	
4	7,1	60,0	75,1
5	-2,76	62,0	
6	-14,3	55,0	62,3
7	27	34	
C	-40,0	0	64
8	-24,7	-65,2	71,3
9	-7,15	-100,0	75,3
10	13,2	-93,0	74,3
B	40,1	0	63,8

Tā ir $z_1 = 0,33$ m.

Tātad šķēluma E_1 koordināte ir $x_1^{ext} = z_1 = 0,33m$.

Šķēluma E_2 koordināti x_2^{ext} nosakām izmantojot sakarību

$$\frac{z_2}{1 - z_2} = \frac{7,1}{2,76}$$

Iegūstam $x_2^{ext} = x_4 + z_2 = 4 + 0,72 = 4,72m$

Šķēluma E_3 koordināti x_3^{ext} ir $x_3^{ext} = x_9 + z_3$, kur z_3 nosaka no sakarība

$$\frac{z_3}{2 - z_3} = \frac{7,15}{13,2}$$

Iegūstam $x_3^{ext} = 12 + 0,34 = 12,34m$

Šķērsspēka nullpunktiem atbilstošo šķēlumu ģeometriskie parametri ir doti tab. 5.4.

Par šķērsspēka izmaiņas raksturu pa loka asi dotās slodzes gadījuma varam spriest no atbilstošās epīras (att. 5.11b). No epīras redzam, ka trijos šķēlumos šķērsspēka vērtības ir nulle. Lai noteiktu šo šķēlumu koordinātes, varam izmantot interpolācijas principu. Lineāras interpolācijas gadījumā iegūstam sakarību

$$\frac{z_i}{(x_k - x_{k-1}) - z_i} \approx \frac{Q_{k-1}}{Q_k}$$

(z_i – attālums no šķēluma pa kreisi x_{k-1} , skat. att. 5.11).

Šķēlumam O_1 atbilstošā z_1 vērtība ir nosakāma no sakarības

$$\frac{z_1}{1 - z_1} = \frac{5,6}{11,3};$$

Tabula 5.4**Nullpunktu ģeometriskie parametri**

x_i^{ext}	$\sin^{ext}(\varphi_i)$	y_i^{ext}	$\cos^{ext}(\varphi_i)$
0,33	0,363	0,6	0,505
4,72	0,368	4,38	0,93
12,34	-0,488	3,85	0,872

6. Nosakām lieces momentus fiksētos loka šķēļumos, izmantojot sakarību

$$M_k = M_k^0 - S \cdot y_k$$

Trijos šķēļumos – balstos A un B, un locīklā C lieces momentu nav (to vērtība ir nulle). Lieces momentu vērtības 13 šķēļumos sakopotas tab. 5.3.

Lieces momentu ekstremālās vērtības

nosakām analogi vērtībām pārejos šķēļumos. Tā šķēļumā E_1

$$M_1^{ext} = \left(120 \cdot 0,33 - \frac{20 \cdot (0,33)^2}{2} \right) - 64 \cdot 0,6 = -0,48 kNm,$$

Šķēļumā E_2

$$M_2^{ext} = \left(120 \cdot 4,72 - \frac{20 \cdot (4,72)^2}{2} \right) - 64 \cdot 4,3 = 65 kNm,$$

Bet šķēļumā E_3

$$M_3^{ext} = 40 \cdot 3,66 - 64 \cdot 3,85 = -101 kNm.$$

Lieces momentu epīra parādīta att. 5.11c.

7. Nosakām ass spēkus fiksētos loka šķēļumos k. Šim nolūkam izmantojam sakarību

$$N_k = Q_k^0 \sin \varphi_k + S \cos \varphi_k -$$

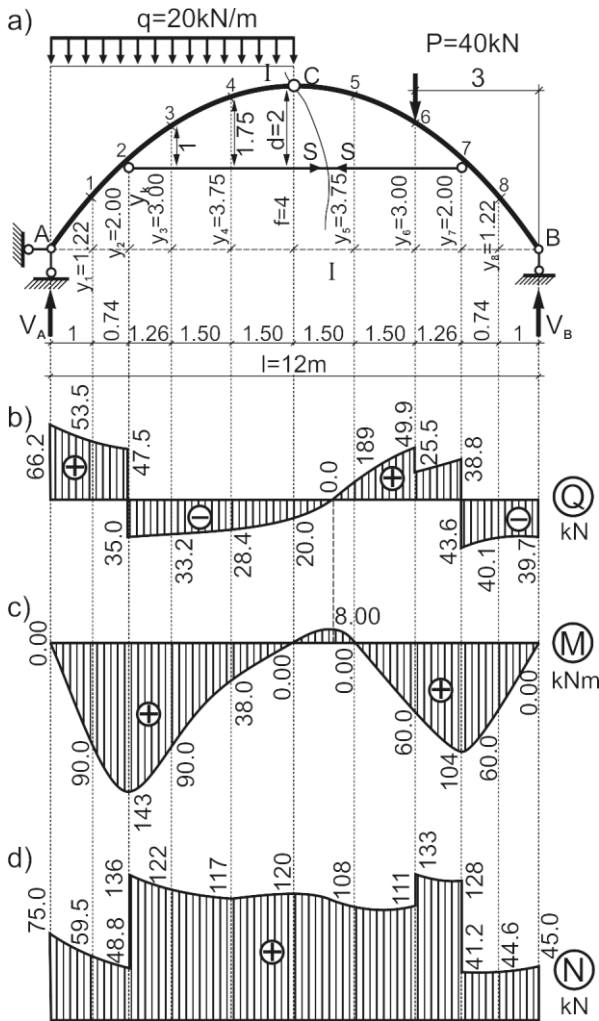
Tā, piemēram, iegūstam, ka ass spēka vērtība balstos ir

$$N_A = 120 \cdot 0,9 + 64 \cdot 0,434 = 136 kN,$$

bet locīklā C

$$N_C = (120 - 20 \cdot 8) \cdot 0 + 64 \cdot 1 = 64 kN$$

Tāda aprēķina rezultātā iegūtās vērtības sakopotas tab. 5.3, bet šīm vērtībām atbilstošā ass spēka N epīra parādīta att. 5.11d. Svarīgi atcerēties, ka iegūtās N vērtības (pozitīvas) loka gadījumā raksturo spiedi.



att. 5.12

lu C un savilci.

No līdzsvara vienādojuma

$$\sum M_C = -V_A \frac{l}{2} + q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} + S \cdot d = 0$$

iegūstam

$$S = \frac{M_C^0}{d} = \frac{(100 \cdot 6 - 20 \cdot 6 \cdot 3)}{2} = 120 \text{ kN}.$$

Piemērs 5.5. Parabolformas trīslocīklu lokam ar paaugstinātu savilci (att. 5.12a) noteikt balstu reakcijas, piepūli savilcē un uzkonstruēt piepūļu Q, M un N epīras. Loka ass vienādojums ir

$$y = \frac{4fx(l-x)}{l^2}.$$

Atrisinājums. 1. Balstu reakciju noteikšana:

$$\sum M_B = -V_A l + q \frac{l}{2} \cdot \frac{3}{4} l +$$

$$+ Pb = 0$$

$$V_A = (20 \cdot 6 \cdot 9 + 40 \cdot 3) / 12 = 100 \text{ kN}$$

$$\sum M_A = V_B l - q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} -$$

$$- P(l - b) = 0$$

$$V_B = (20 \cdot 6 \cdot 3 + 40 \cdot 9) / 12 = 60 \text{ kN}$$

2. Piepūles savilcē noteikšana.

Izdarām šķēlumu I-I caur locīk-

Pēdējā sakarība rāda, ka jo mazāks attālums starp savilci un loka vidējo locīklu C, jo lielāka piepūle rodas savilcē. Tātad trīslēcīklu lokā ar savilci no dotās slodzes mazākā piepūle savilcē būs gadījumā, ja savilce savieno balstus A un B.

3. Loka ģeometriskos parametru noteikšana.

Šos parametrus nosakām 11 izvēlētos šķēlumos. Vispirms nosakām $\operatorname{tg}\varphi_k$ katrā no šķēlumiem. Šim nolūkam sastādām loka ass vienādojuma pirmo atvasinājumu: $y' = \operatorname{tg}\varphi$.

Tātad

$$\operatorname{tg}\varphi_k = y' \Big|_{x=x_k} = \frac{4f}{l} \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \Big|_{x=x_k}$$

Atbilstoši šai sakarībai iegūtās vērtības sakopotas tab. 5.5.

Funkciju $\sin\varphi$ un $\cos\varphi$ noteikšanai izmantojam sakarības

$$\sin\varphi = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}}, \quad \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}}.$$

Tab. 5.5

Loka ar savilci ģeometriskie parametri

	$x_k, \text{ m}$	$y_k, \text{ m}$	$\operatorname{tg}\varphi_k$	$\sin\varphi_k$	$\cos\varphi_k$
A	0	0	1,333	0,750	0,662
1	1	1,22	1,111	0,743	0,669
2	1,74	2	0,947	0,687	0,726
3	3	3	0,666	0,554	0,832
4	4,5	3,75	0,333	0,316	0,949
C	6	4	0	0	1
5	7,5	3,75	-0,333	-0,316	0,949
6	9	3	-0,666	-0,554	0,832
7	10,26	2	-0,947	-0,687	0,726
8	11,0	1,22	-1,111	-0,743	0,669
B	12	0	-1,333	-0,750	0,662

Aprēķinu rezultāti ievietoti tab. 5.5.

4. *Piepūļu Q , M un N aprēķins.* Nosakot piepūles izvēlētajos 11 šķēlumos izmantojam sakarības

$$Q_k = Q_k^0 \cos\varphi_k - S \sin\varphi_k;$$

$$M_k = M_k^0 - S \cdot y_k;$$

$$N_k = Q_k^0 \sin\varphi_k + S \cos\varphi_k.$$

Piezīme. Loka daļām A2 un B7, kuras atrodas zem savilces līmeņa, sakarību otrie saskaitāmie netiek ņemti vērā. Tā, piem., šķēlumā 1 iegūstam

$$Q_1 = (100 - 20 \cdot 1) \cdot 0,669 = 53,5 \text{ kN};$$

$$M_1 = 100 \cdot 1 - 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = 90 \text{ kNm};$$

$$N_1 = (100 - 20) \cdot 0,743 = 59,5 \text{ kN},$$

bet šķēlumā 4:

$$Q_4 = (100 - 20 \cdot 4,5) \cdot 0,949 - 120 \cdot 0,316 = -28,4 \text{ kN};$$

$$M_4 = (100 \cdot 4,5 - 20 \cdot 4,5 \cdot 2,25) - 120 \cdot 1,75 = 38 \text{ kNm};$$

$$N_4 = (100 - 20 \cdot 4,5) \cdot 0,316 + 120 \cdot 0,949 = 117 \text{ kN}.$$

Šķēlumos 2,7 un šķēlumā 6 ir divas šķērsspēka Q un asspēka N vērtības – šo spēku vērtības pa kreisi un pa labi no savilces vai spēka.

Tā, piem., šķēlumā 2 šķērsspēks un asspēks jānosaka divreiz – neievērojot un ievērojot asspēku savilcē.

Tabula 5.6

Iekšējās piepūles lokam ar savilci

	Q_k, kN	M_k, kNm	N_k, kN
A	66,2	0	75
1	53,5	90	59,5
2	47,5(kr), -35 (lab)	142,9	48,8(kr), 136 (lab)
3	-33,2	90	122
4	-28,4	38	117
C	-20	0	120
5	18,92	0	-107,6
6	49,9(kr), 25,6(lab)	60	110,9(kr), 133 (lab)
7	38,8(kr), -43,6(lab)	104	128(kr), 41,2(lab)
8	-40,1	60	44,6
B	-39,7	0	45

$$Q_2^{kr} = (100 - 20 \cdot 1,74) \cdot 0,726 = 47,5 \text{ kN};$$

$$Q_2^{lab} = (100 - 20 \cdot 1,74) \cdot 0,726 - 120 \cdot 0,687 = -35 \text{ kN};$$

$$N_2^{kr} = (100 - 20 \cdot 1,74) \cdot 0,687 = 48,8 \text{ kN};$$

$$Q_2^{lab} = (100 - 20 \cdot 1,74) \cdot 0,687 + 120 \cdot 0,726 = 136 \text{ kN}$$

Aprēķinu rezultāti sakopoti tab. 5.6, bet atbilstošās epīras parādītas att. 5.12b,c,d.

No iegūtajām vērtībām varam secināt, ka trijos loka šķēlumos ir ekstremālas lieces momentu vērtības. Lasītāja uzdevums ir patstāvīgi (izmantojot iepriekšējā piemērā izklāstīto metodiku) noteikt ekstremālo lieces momentu vērtību šķēlumā O₂ un šķēluma koordināti x.

Rezumējot aprēķina metodiku trīslocīklu lokam ar paaugstinātu savilci, varam secināt, ka nosakot piepūles Q, M, N aprēķins zem savilces līmeņa un virs šī līmeņa veicams izmantojot vienas un tās pašas sakarības. Atšķirība ir nosacījumā, ka loka daļās zem savilces līmeņa piepūle savilcē neiespaido

piepūles lokā, t.i. pielietojot sakarībās (5.3 - 5.5) pieņemam $S(H)=0$.

Trīslēcīklu loka gadījumā ar lauztu savilci (att. 5.13) līdzīgi kā iepriekšējos gadījumos, balstu vertikālās reakcijas V_A un V_B nosaka no līdzsvara nosacījumiem

$$\sum M_A = 0 \quad \text{un} \quad \sum M_B = 0.$$

Piepūli taisnajā savilces daļā nosaka analogi kā taisnas savilces gadījumā, t.i. no sakarības

$$H_f = \frac{M_c^0}{f}.$$

Piepūļu noteikšanai stieņos AD un DE (vai FB un FG) izmanto spēku līdzsvara nosacījumus uz x un y asīm, kurus iegūst izgriežot mezglus D (vai F). Mezglā D ir spēkā

$$\sum X = H_f - N_{DA} \cos \alpha = 0$$

un

$$\sum Y = N_{DE} - N_{DA} \sin \alpha = 0.$$

Tā iegūstam, ka $N_{DA} = \frac{H_f}{\cos \alpha}$, bet $N_{DE} = N_{DA} \sin \alpha = H_f \tan \alpha$.

Piepūles savilces elementos AD, DE, FB un FG iespaido piepūles M, Q, N trīslēcīklu lokā. Šī iespaids ievērtēšanai reducējam doto loku ar lauztu savilci uz gludu trīslēcīklu loku, kuram papildus dotajai slodzei mezglos A, B, E un G pielikti vertikāli spēki $H_f \tan \alpha$, bet balstos A un B darbojas balstbīde H_f .

5.6. Racionāla loka ass forma

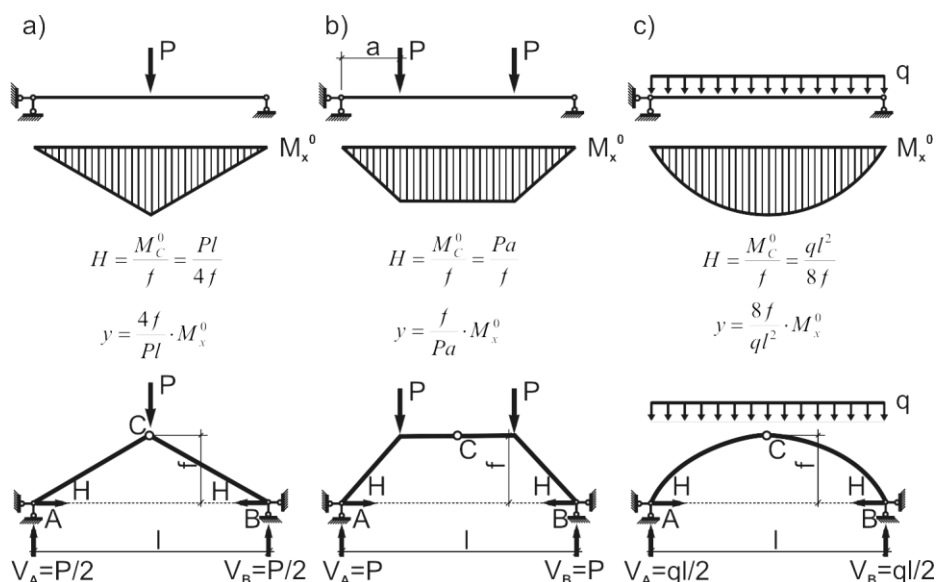
Par racionālu saucam tādu loka ass formu, kuras gadījumā lokam ir vismazākie šķērsgriezuma laukuma izmēri. Šķērsgriezuma laukuma izmēru samazināšana iespējama samazinot lieces momentus lokā. Mazākie izmēri atbilst situācijai, kad lieces momenti visos loka šķēlumos ir vienādi ar nulli.

Tā kā trīslēcīklu lokam jebkurā šķēlumā lieces momentu nosaka sakarība

$M_x = M_x^0 - Hy$, tad no nosacījuma, ka visos loka šķēlumos $M_x = M_x^0 - Hy = 0$, nonākam pie sakarības

$$y = \frac{M_x^0}{H} \quad (5.11)$$

Varam secināt, ka ar vertikālu slodzi slogota trīslēcīklu loka ass būs racionāla, ja loka visu punktu ordinātas būs proporcionālas lokam atbilstošās sijas lieces momentu vērtībām. Locīklas C stāwokli var izvēlēties patvaļīgi. Tas iespaido tikai balstbīdes H lielumu, bet ne epīras M_x^0 raksturu. Balstbīdei racionālās loka ass formas izvēlē ir proporcionalitātes koeficienta loma starp loka ordinātām un sijas lieces momentu epīru. Daži piemēri loka racionālas formas noteikšanai doti att. 5.14. Sīkāk analizēts loks slogots ar vienmērīgi izkliedētu slodzi.



att. 5.14

Vienmērīgi izkliedētas slodzes gadījumā divbalstu sijas lieces momentu epīrai ir parabolveida raksturs. Līdz ar to arī vienmērīgi slogota loka racionālai asij ir parabolveida forma. Att. 5.14c parādītā loka gadījumā vertikālās balstu reakcijas ir $V_A = V_B = ql/2$, bet balstbīde $H = ql^2/8f$. Lieces momenta vērtība patvaļīgā attālumā x no kreisā loka balsta nosakāma ar sakarību

$$M_x = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} - \frac{ql^2}{8f} \cdot y$$

Pie nosacījuma $M_x = 0$, iegūstam

$$y = 4f(l-x)x/l^2$$

tas ir kvadrātiskas parabolas vienādojumu. Tātad vienmērīgi izklienētas vertikālas slodzes gadījumā trīslocīklu loka racionāla ass forma ir kvadrātiska parabola.

Gadījumos, kad lokam jāuzņem divu vai vairāku veidu slodzes, piem., vienmērīgi izklienēta un koncentrēta, pie kam katra no slodzēm var parādīties neatkarīgi no pārējām, uzdevums par loka racionālās ass formas noteikšanu kļūst visai sarežģīts. Tāda veida uzdevumu risināšana ir jaunas būvmehānikas nodaļas – **optimālās projektēšanas** - pamatā.

Uzdevums 5.1. Noteikt trīslocīklu sistēmas racionālo formu gadījumos, ja tā slogota ar diviem vienāda lieluma koncentrētiem spēkiem P simetriski pret vidējo locīklu un vienmērīgi izklienētu slodzi ar intensitāti q starp šiem spēkiem.

5.7. Piepūļu diferenciālās sakarības loka šķēlumos

Apskatīsim gadījumu, kad loks slogots ar izklienētu slodzi (att. 5.15). Šo slodzi var sadalīt divās komponentēs: - radiālā – ar intensitāti q_r un tangenciālā – ar intensitāti q_t .

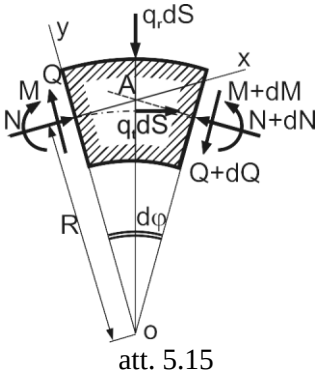
Izdalām no loka ar diviem radiāliem šķēlumiem bezgala mazu elementu dS , kam pieliktas slodzes $q_r ds$ un $q_t ds$. Pielīdzinot nullei lieces momentu summu attiecībā pret pieskaru krustpunktu A , iegūstam

$$\sum M_A = M - (M + dM) + QdS/2 + (Q + dQ)dS/2 = 0$$

No šī vienādojuma atmetot otrās kārtas bezgalīgi mazus lielumus, iegūstam sakarību

$$\frac{dM}{dS} = \frac{1}{R} \frac{dM}{d\varphi} = Q, \quad (5.12)$$

kur R ir loka ass liekuma rādiuss apskatāmajā punktā.



Tātad momenta atvasinājums pēc loka garuma ir vienāds ar šķērsspēku.

Lai noteiktu sakarību starp ass un šķērsspēkiem ievadam Dekarta koordinātu sistēmu xy ar sākumpunktu kreisā šķēluma smagumcentrā, bet ass x vērstu pieskares virzienā loka asij dotajā punktā.

Pielīdzinot nullei visu uz elementu darbošos spēku projekciju summu uz x asi, iegūstam

$$\sum X = -N + (N + dN)\cos(d\varphi) - (Q + dQ)\sin(d\varphi) + q_t dS \cos(d\varphi) = 0.$$

Izmantojot nosacījumus $\cos(d\varphi) = 1$ un $\sin(d\varphi) = d\varphi$ (tas ir praktiski spēkā gadījumos, ja $d\varphi$ ir mazs) un atmetot augstākas kārtas bezgalīgi mazus lielumus, iegūstam

$$\frac{dN}{dS} = -\frac{Q}{R} + q_t. \quad (5.13)$$

Tātad ass spēka atvasinājums pēc loka garuma ir tieši proporcionāls šķērsspēkam, kas dalīts ar ass liekuma rādiusu dotā punktā.

Trešo sakarību iegūstam no līdzsvara nosacījuma $\sum Y = 0$. Šai gadījumā

$$Q - (Q + dQ)\cos(d\varphi) + (N + dN)\sin(d\varphi) - q_r dS \cos d\varphi / 2 = 0$$

un pēc atbilstošiem pārveidojumiem, iegūstam

$$\frac{dQ}{dS} = \frac{N}{R} - q_r \quad (5.14)$$

Tātad šķērsspēka atvasinājums pēc loka garuma ir tieši proporcionāls ass spēkam dalītam ar ass liekuma rādiusu dotā punktā. Sakarības (5.12), (5.13) un (5.14) sauc par Kirhofa vienādojumiem.

5.8. Trīslocīklu rāmji

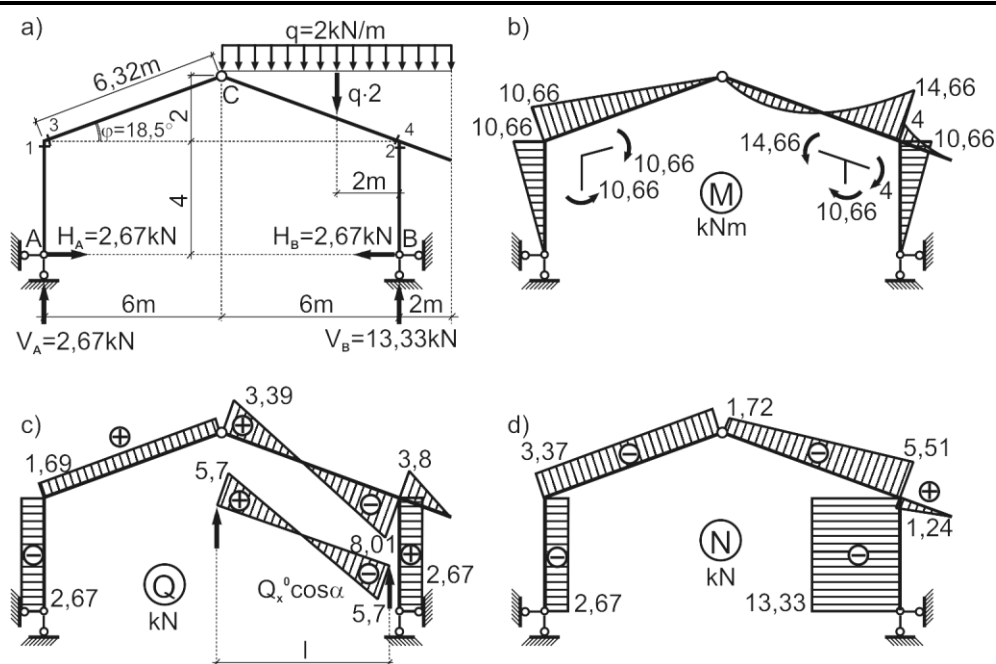
Par trīslocīklu loka speciālu gadījumu var uzskatīt trīslocīklu rāmjus un lokveida kopnes. Trīslocīklu rāmja gadījumā diski, kas veido trīslocīklu sistēmu (att. 5.1) ir laužas formas stieņi ar nepārtrauktu sienīņu, ja diskiem ir režģota struktūra, sistēmu sauc par

trīslēcīklu kopni.

Vertikālās slodzes gadījumā balstu reakciju noteikšanas metodika un piepūļu Q , M un N epīru konstruēšana trīslēcīklu rāmjiem ir analoga trīslēcīklu loku metodikai un tiek veikta izmantojot sakarības 5.1 – 5.5. Tā kā trīslēcīklu rāmja visi posmi ir taisni, trīslēcīklu rāmim ir vienkāršāk nekā lokam noteikt tādas ģeometriskos parametrus kā ordinātas y un leņķa ϕ vērtības apskatāmajos šķēlumos.

Ja pieliktā slodze ir slīpa vai horizontāla, gan lokam, gan trīslēcīklu rāmim sakarības 5.1–5.5 nav pielietojamas un loka un trīslēcīklu rāmja aprēķinā jāizmanto parastās iekšējo piepūļu aprēķina metodes.

Piemērs 5.7. Uzkonstruēt iekšējo piepūļu epīras trīslēcīklu rāmim (att. 5.16).



att. 5.16

Atrisinājums. 1. Nosakām balstu reakcijas. Tā kā balsti A un B ir vienā līmenī, tad vertikālās balstu reakcijas ir tādas pašas kā divbalstu sijai pie dotās slodzes:

$$V_A = 16 \cdot 2 / 12 = 2,67\text{kN}$$

$$V_B = 16 \cdot 10 / 12 = 13,33 \text{ kN}$$

Balstbīde $H_A = H_B$, jo slodze ir vertikāla. Sastādot rāmja kreisās daļas momentu līdzsvaru attiecībā pret centrālo locīklu C, iegūstam

$$H_A = 2,67 \cdot 6 / 6 = 2,67 \text{ kN}.$$

2. Nosakot lieces momentu epīru jāņem vērā, ka trīs neslogotajos rāmja posmos epīra ir lineāra. Šķēlumos 1 un 2

$$M_1 = M_2 = H_A \cdot 4 = 2,67 \cdot 4 = 10,66 \text{ kNm}$$

Šķēlumā 3 no mezgla līdzsvara seko, ka

$$M_3 = M_1 = 10,66 \text{ kNm}$$

Jebkurā konsolveida posma šķēlumā $M_x = -qx^2 / 2$. Pie vērtības $x = 2\text{m}$, lieces moments $M = -4 \text{ kNm}$. Šķēlumā 4, pamatojoties uz lieces momentu līdzsvaru rāmja labajā mezglā, $M_4 = 10,66 + 4 = 14,66 \text{ kNm}$ (att. 5.16b). Rīgelī C-4 lieces momentu epīru varam noteikt kā divu epīru summu, kura veidojas slogojot divos punktos (C un 4) balstītu stieni ar izkliedētu slodzi un mezglā 4 ar konstantu momentu M_4 . Tādā gadījumā momenta vērtība rīgeļa vidū ir

$$M_5 = q(\ell / 2)^2 / 8 - M_4 / 2 = 2 \cdot 6^2 / 8 - 14,66 / 2 = 1,67 \text{ kNm}$$

Iegūtā lieces momentu epīra parādīta att. 5.16b.

3. Šķērsspēka epīras konstruēšanai izmantojam sakarību

$$Q_x = Q_x^0 \cdot \cos \varphi + \frac{M_l - M_{kr}}{\ell},$$

kur Q_x^0 - šķērsspēks divbalstu sijā, kura slogota ar slodzi analogu rāmja slodzei. Sijas laidums vienāds ar apskatāmā posma garumu gadījumā, ja slodze perpendikulāra stieņa asij. Pretējā gadījumā sijas laidums ir vienāds ar rāmja posma garuma projekciju uz slodzei perpendikulāro virzienu; φ - stieņa slīpuma leņķis pret sijas virzienu.

Šādā veidā konstruējam šķērsspēka epīru posmā C-4, nosakot Q vērtības locīklā C un

mezglā 4:

$$Q_C = \frac{q\ell}{2} \cos \varphi + \frac{M_l - M_{kr}}{\ell_{C4}} = \frac{2 \cdot 6}{2} \cdot 0,95 - \frac{14,66}{6/0,95} = 3,39 \text{ kN}$$

$$Q_4 = -\frac{q\ell}{2} \cos \varphi + \frac{M_l - M_{kr}}{\ell_{C4}} = -5,7 - 2,31 = -8,01 \text{ kN}$$

Konsolveida posmā 2 – 5 labajā galā šķērsspēka nav, bet kreisajā galā

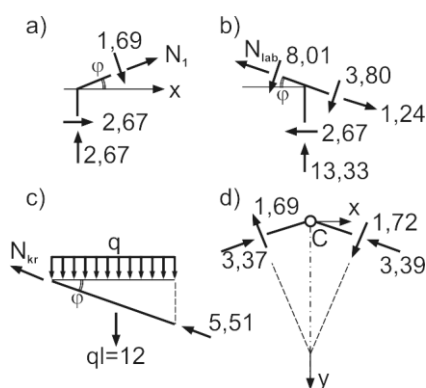
$$Q_2 = q\ell_{4-5} \cos \varphi = 2 \cdot 2 \cdot \cos \varphi = 3,8 \text{ kN}$$

Šķērsspēka epīra parādīta att. 5.16c.

4. Asspēka noteikšana. Asspēka epīras ordinātas nosakāmas no šķērsspēku epīras, izgriežot mezglus un sastādot to līdzsvara vienādojumus uz divām asīm $\sum X = 0$, $\sum Y = 0$.

Mūsu piemērā statiem asspēks jau faktiski ir noteikts. Tas ir vienāds ar balstu vertikālajām reakcijām V_A un V_B .

Asspēks kreisajā slīpajā rīģelī ir konstants. Tā vērtību nosakām no mezgla 1 līdzsvara nosacījuma (att. 5.17a) $\sum X = 0$. Ievietojot atbilstošās piepūļu vērtības, iegūstam



att. 5.17

$$2,67 + 1,69 \sin \varphi + N_1 \cos \varphi = 0$$

un līdz ar to

$$N_1 = -(2,67 + 1,69 \cdot 0,316) / 0,95 = -3,37 \text{ kN}$$

Šķērsspēks tiek pielikts tā, ka pozitīvās tā vērtības griež mezglu pulksteņa rādītāja virzienā.

Asspēks labā rīģeļa garumā mainās pēc lineāra likuma. Konsoles brīvajā galā asspēks ir nulle, bet kreisajā konsoles galā tas ir

$$N = 2 \cdot 2 \cdot \sin \varphi = 1,24 \text{ kN}.$$

Tādā veidā asspēka vērtības labajā rīģeļa galā N_2 nosakām no sakarības

$$N_2 + 2,67 \cos \varphi + 13,33 \sin \varphi - 1,24 = 0; \quad N_2 = -5,51 \text{ kN},$$

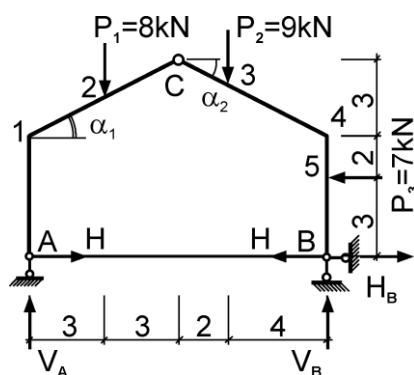
bet kreisajā galā N_C no sakarības

$$N_C - 12 \sin \varphi + 5,51 = 0; \quad N_C = -1,72 \text{ kN}.$$

Mezгла C līdzsvars (att. 5.17d) ($\sum X = 0$, $\sum Y = 0$) liecina par aprēķina pareizību. Asspēku epīra parādīta att. 5.16d.

Uzdevums 5.2. Atrisināt iepriekšējo uzdevumu izmantojot sakarības 5.3-5.5 (tas ir, izmantojot ekvivalento siju, kurai trīslocīklu rāmja konsoles iespaidu aizstāj ar momentu un vertikālu spēku).

Uzdevums 5.3. Uzkonstruēt iekšējo piepūļu epīras att. 5.18 parādītajam trīslocīklu rāmim ar savilci balstu līmenī. Novērtēt, kā mainās iekšējās piepūles, ja nekustīgs ir kreisais balsts.



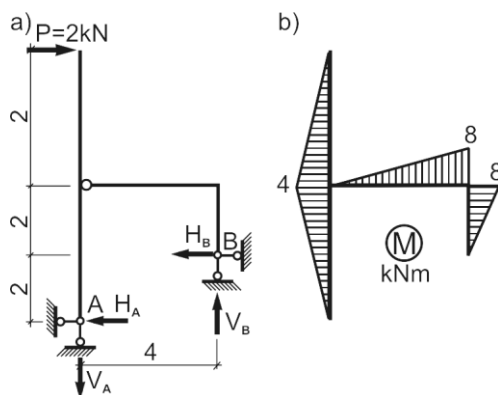
att. 5. 18

Gadījumos, kad trīslocīklu rāmja balsti atrodas dažādos līmeņos, reakciju horizontālo un vertikālo komponentu noteikšanai nepieciešami četri līdzsvara vienādojumi. Aprēķina īpatnība ir tai apstākļi, ka balstu vertikālās reakciju komponentes nav nosakāmas no neatkarīgiem vienādojumiem kā sijas gadījumā. Divus no vienādojumiem jārisina sistēmā.

Piemērs 5.8. Noteikt balstu reakcijas un uzkonstruēt lieces momentu epīru att. 5.19 dotajam trīslocīklu rāmim.

Atrisinājums. 1. Gan rāmja kreisajā, gan arī labajā daļā ir pa divām nezināmām balstu reakcijām. Balsti ir dažādos līmeņos. Vienādojumi $\sum M_A = 0$ un $\sum M_B = 0$ nedod ie-

spēju noteikt balstu reakcijas V_A un V_B neizmantojot papildus vienādojumus. Šai nolūkā izmantojam divus lieces momentu līdzsvara vienādojumus pret locīklu C – kreisajai rāmja daļai un labajai daļai. Tādā veidā iegūstam vienādojumus:



att. 5.19

$$\sum M_c^{kr} = P \cdot 4 + H_A \cdot 4 = 0$$

un

$$\sum M_c^{lab} = H_B \cdot 2 - V_B \cdot 4 = 0$$

Pievienojot tiem vienādojumus

$$\sum M_A = P \cdot 8 - V_B \cdot 4 - H_B \cdot 2 = 0$$

$$\sum M_B = P \cdot 6 + H_A \cdot 2 - V_A \cdot 4 = 0$$

nosakām nepieciešamās balstu reakciju

vērtības

$$V_A = 2 \text{ kN}; \quad H_A = -2 \text{ kN}; \quad V_B = 2 \text{ kN}; \quad H_B = 4 \text{ kN}$$

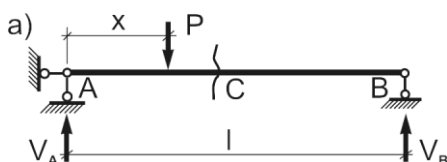
Mīnus zīme norāda uz to, ka reakcijas H_A virziens izvēlēts nepareizi un to jāmaina uz pretējo.

Momentu epūra parādīta att. 5.19b.

6. IETEKMES LĪNIJU TEORIJA

6.1. Ietekmes līnijas jēdziens

Veicot dažādu konstrukciju aprēķinu, bieži jāņem vērā mainīga vai arī kustīga, parasti vertikāla slodze. Kustīgas slodzes gadījumā gan balstu reakcijas gan iekšējās piepūles ir atkarīgas no kustīgās slodzes atrašanās vietas.



att. 6.1

Piemēram, attēlā 6.1 parādītajai sijai slodzei P pārvietojoties no kreisās uz labo pusi, balsta reakcija V_A samazinās, balsta reakcija V_B palielinās, bet iekšējās piepūles šķēlumā C mainās. Lai novērtētu sijas stiprību šķēlumā

C, jāatrod kustīgās slodzes stāvoklis, pie kura šķēlumā C rodas maksimālas iekšējās piepūles. Šāds uzdevums un daži citi tiek risināts izmantojot tā saucamās ietekmes līnijas.

Par kāda faktora (balsta reakcijas, lieces momenta, šķērsspēka, piepūles kopnes stienī, šķēluma pārvietojuma) **ietekmes līniju** sauc grafiku, kas parāda šī faktora maiņas likumu atkarībā no kustīgas vienības slodzes $\bar{P} = 1$ atrašanās vietas uz darinājuma.

Tabula 6.1

Ietekmes līniju un epīru salīdzinājums

Grafika veids	Salīdzināmais lielums		
	Šķēluma novietojums	Slodzes novietojums	Slodzes raksturojums
Ietekmes līnija	Nemainīgs	Mainīgs	Slodze $\bar{P} = 1$
Epīra	Mainīgs	Nemainīgs	Jebkura slodžu kombinācija

Svarīgi ievērot būtiskas atšķirības starp ietekmes līnijām un epīrām. Ietekmes līnija tiek konstruēta vienam fiksētam stienī šķēlumam vai balstam (vai kopnes stienim) kustīgas vienības slodzes gadījumā, bet epīra tiek konstruēta visam stienim vienas konkrētas statiskas slodžu kombinācijas gadījumā. Konstruējot ietekmes līniju, šķēlums paliek

nemainīgs, bet vienības slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa darinājumu. Konstruējot epūru mainās šķēluma novietojums, bet slodze paliek nekustīga. Ietekmes līniju un epūru sa-
līdzinājums dots tabulā 6.1.

6.2. Ietekmes līniju konstruēšanas statiskā metode

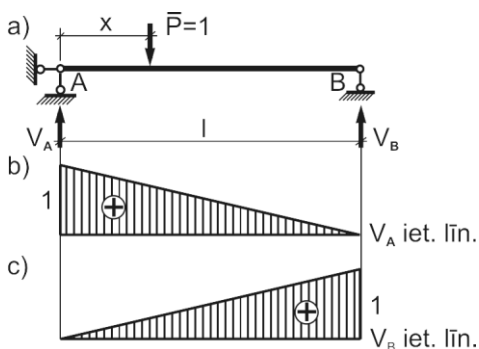
Izmantojot ietekmes līniju konstruēšanai statisko metodi, slogojam apskatāmo konstrukciju ar vienības slodzi un meklējam analītiskas sakarības, kas raksturo apskatāmā faktora maiņu atkarībā no vienības slodzes atrašanās vietas (koordinātes x att. 6.2).

Vispirms konstruēsim ietekmes līnijas **vienlaiduma sijām**:

a) brīvi balstīta sija;

Balstu reakciju ietekmes līnijas

Konstruējam balsta reakcijas V_A ietekmes līniju brīvi balstītai sijai.



att. 6.2

Attēlā 6.2a parādīto siju slogojam ar vienības slodzi $\bar{P} = 1$ attālumā x no kreisā balsta. Lai uzkonstruētu V_A ietekmes līniju, nepieciešama sakarība, kas parāda V_A maiņas likumu atkarībā no vienības slodzes atrašanās vietas, t.i. koordinātes x . Sastādām momentu līdzsvara vienādojumu pret balstu B:

$$\sum M_B = 1 \cdot (l - x) - V_A \cdot l = 0,$$

no kura iegūstam sakarību balsta reakcijas aprēķinam atkarībā no koordinātes x , tas ir, vienības slodzes atrašanās vietas uz sijas

$$V_A = (l - x) / l = 1 - x / l. \quad (6.1)$$

Šī ir izteiksme V_A ietekmes līnijas konstruēšanai (att. 6.2b). Ievietojot $x=0$, kreisajā balstā iegūstam ietekmes līnijas ordināti 1, ievietojot $x=l$, labajā balstā ordinātas vērtība ir 0. Tā kā ietekmes līnijas izteiksme ir lineāra funkcija, savienojam iegūtos divus

punktus ar taisni.

V_B ietekmes līnijas konstruēšanai sastādām momentu līdzsvara vienādojumu pret balstu A:

$$\sum M_A = V_B \cdot l - 1 \cdot x = 0,$$

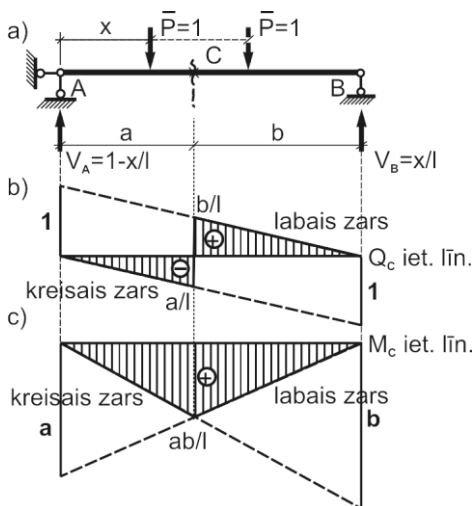
no kura iegūstam

$$V_B = x/l. \quad (6.2)$$

Ievietojot izteiksmē (6.2) x vērtības 0 un l un savienojot iegūtos punktus ar taisni, iegūstam attēlā 6.2.c parādīto V_B ietekmes līniju.

Balstu reakciju ietekmes līniju ordinātas ir bezdimensionāli lielumi.

Katra balsta reakcijas ietekmes līnijas V_A (vai V_B) ordināte izsaka balsta reakcijas V_A (vai V_B) lielumu gadījumā, kad vienības slodze $\bar{P} = 1$ atrodas virs šīs ordinātas.



att. 6.3

Lai uzkonstruētu balstu reakciju ietekmes līnijas **grafiski**, balstā, kuram konstruējam ietekmes līniju, atliekam ordinātu vienādu ar 1 uz augšu, otrā balstā atliekam ordinātu 0 un savienojam šos punktus ar taisni.

Šķērsspēka ietekmes līnija šķēlumā C

Konstruējot šķērsspēka ietekmes līniju brīvi balstītas sijas šķēlumam C (att. 6.3a), jāapskata divi gadījumi:

a) vienības **slodze** $\bar{P} = 1$ atrodas **pa kreisi**

no šķēluma C ($0 \leq x \leq a$). Tas nozīmē, ka tiek konstruēts ietekmes līnijas **kreisais zars** (iegūtā izteiksme ir derīga pa kreisi no šķēluma C). Šķērsspēka atrašanai ērtāk summēt spēku projekcijas uz vertikālu asi pa labi no šķēluma C. Iegūstam sakarību

$$Q_C = -V_B = -x/l.$$

Tātad pie koordinātes vērtības $x = 0$ šķērsspēka vērtība šķēlumā C ir 0, pie $x = l$

šķērsspēka vērtība ir 1, bet pie vērtības $x = a$ šķērsspēka vērtība ir $Q_C = -a/l$.

b) vienības **slodze** $\bar{P} = 1$ atrodas **pa labi** no šķēluma C ($a \leq x \leq l$), tātad tiek konstruēts ietekmes līnijas **labais zars** (iegūtā izteiksme ir derīga pa labi no šķēluma C). Šķērsspēka atrašanai summējam spēku projekcijas uz vertikālu asi pa kreisi no šķēluma. Šķērsspēka noteikšanai iegūstam sakarību:

$$Q_C = V_A = 1 - x/l,$$

no kuras pie $x = 0$ iegūstam $Q_C = 1$, pie $x = a$ iegūstam $Q_C = (l - a)/l = b/l$, bet pie $x = l$ $Q_C = 0$. Atliekot noteiktās šķērsspēka Q_C ietekmes līnijas vērtības un savienojot attiecīgos punktus ar taisnēm iegūstam Q_C ietekmes līniju (att. 6.3b). Šķēluma C atrašanās vietā abus ietekmes līnijas zarus savieno vertikāla pārejas taisne.

Šķērsspēku ietekmes līniju ordinātas ir bezdimensionāli lielumi.

Katra šķērsspēka Q_C ietekmes līnijas ordināte izsaka šķērsspēka Q lielumu šķēlumā C gadījumā, kad vienības slodze $\bar{P} = 1$ atrodas virs šīs ordinātas.

Lai uzkonstruētu šķērsspēka ietekmes līniju šķēlumam C **grafiski**, kreisajā balstā atliekam ordinātu vienādu ar 1 uz augšu, labajā balstā atliekam ordinātu 1 uz leju, savienojam iegūtos punktus ar balstu punktiem ar divām paralēlām taisnēm un šķēlumam C atbilstošajā vietā velkam vertikālu pārejas taisni, kas savieno ietekmes līnijas kreiso un labo zaru.

Lieces momenta ietekmes līnija šķēlumā C

Konstruējot lieces momenta ietekmes līniju brīvi balstītas sijas šķēlumam C (att. 6.3a), analizējam divus neatkarīgus gadījumus:

a) vienības **slodze** $\bar{P} = 1$ atrodas **pa kreisi** no šķēluma C ($0 \leq x \leq a$);

Tiek konstruēts ietekmes līnijas **kreisais zars** (iegūtā izteiksme ir derīga pa kreisi no šķēluma C). Lieces momenta atrašanai šķēlumā C summējam spēku momentus pa labi no šķēluma. No iegūtās sakarības

$$M_C = V_B \cdot b = xb/l,$$

redzam, ka pie $x = 0$ $M_C = 0$, pie $x = a$ $M_C = ab/l$, bet pie $x = l$ $M_C = b$.

Atbilstoši iegūtajām vērtībām tiek konstruēts M_C ietekmes līnijas kreisais zars, kurš ir pielietojams posmā pa kreisi no šķēluma C.

b) vienības **slodze** $\bar{P} = 1$ atrodas **pa labi** no šķēluma C ($a \leq x \leq l$), tātad tiek konstruēts ietekmes līnijas **labais zars** (iegūtā izteiksme ir derīga pa labi no šķēluma C). Lieces momenta atrašanai ērtāk apskatīt šijas kreisās puses līdzsvaru. Iegūsim sakarību:

$$M_C = V_A \cdot a = a(l - x)/l,$$

no kuras seko, ka pie $x = 0$ $M_C = a$, pie $x = a$ $M_C = a(l - a)/l = ab/l$, bet pie $x = l$ $M_C = 0$.

Iegūtā M_C ietekmes līnija parādīta att. 6.3c. Ietekmes līnijas kreisā un labā zara krustpunktam jāatrodas zem šķēluma C.

Lieces momentu ietekmes līniju ordinātu dimensija ir garuma dimensija, parasti m.

Katra lieces momenta M_C ietekmes līnijas ordināte izsaka lieces momenta M lielumu šķēlumā C gadījumā, kad vienības slodze $\bar{P} = 1$ atrodas virs šīs ordinātas.

Lai uzkonstruētu lieces momenta ietekmes līniju šķēlumam C **grafiski**, kreisajā balstā atliekam ordinātu vienādu ar **a** uz leju, labajā balstā atliekam ordinātu **b** uz leju, savienojam iegūtos punktus ar balstu punktiem ar divām krustiskām taisnēm, kuru ierobežotais laukums arī atbilst lieces momenta ietekmes līnijai šķēlumam C.

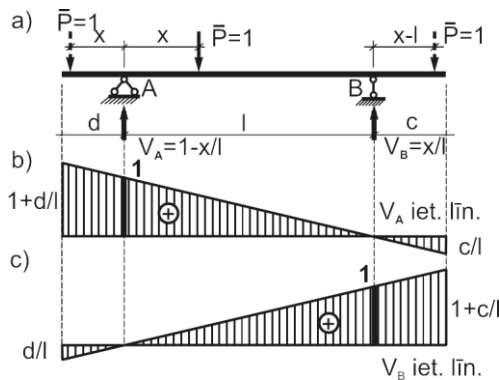
b) sija ar konsolēm;

Balstu reakciju ietekmes līnijas

Konstruējam balstu reakcijas V_A **ietekmes līniju** att. 6.4a parādītajai sijai ar konsolēm.

Jāapskata trīs gadījumi šijas slogošanai ar vienības slodzi $\bar{P} = 1$: slodze starp balstiem, slodze uz kreisās konsoles un slodze uz labās konsoles. Ja vienības slodze atrodas **starp balstiem**, ietekmes līnijas konstruēšana ne ar ko neatšķiras no iepriekš apskatītā gadījuma brīvi balstītai sijai. Apskatām gadījumu, kad vienības slodze atrodas **uz krei-**

sās konsoles. Sastādām momentu līdzsvara vienādojumu pret balstu B:



att. 6.4

$$\sum M_B = \bar{P} \cdot (l + x) - V_A \cdot l = 0$$

no kura seko, ka $V_A = 1 + x/l$. Ievērojot, ka uz kreisās konsoles x vērtības ir negatīvas, ietekmes līnijas ordinātu vērtības uz kreisās konsoles atrodas uz tās pašas taisnes, ko nosaka izteiksme gadījumam, kad spēks $\bar{P} = 1$ atrodas starp balstiem, $V_A = 1 - x/l$. To pašu viegli

pierādīt attiecībā uz **labo konsoli**. Tātad visā sijas garumā ietekmes līnijas V_A konstruēšanai var izmantot taisni, kuru nosaka izteiksme $V_A = 1 - x/l$. Atbilstoši šai izteiksmei konstruētā ietekmes līnija parādīta att. 6.4b.

Nav grūti pierādīt, ka **V_B ietekmes līnijas** konstruēšanai visā sijas garumā izmantojama izteiksme $V_B = x/l$. V_B ietekmes līnija parādīta att. 6.4c. Tomēr daudz ērtāk balstu reakciju ietekmes līnijas sijai ar konsolēm konstruēt grafiskā veidā atbilstoši jau iepriekš dotajam likumam.

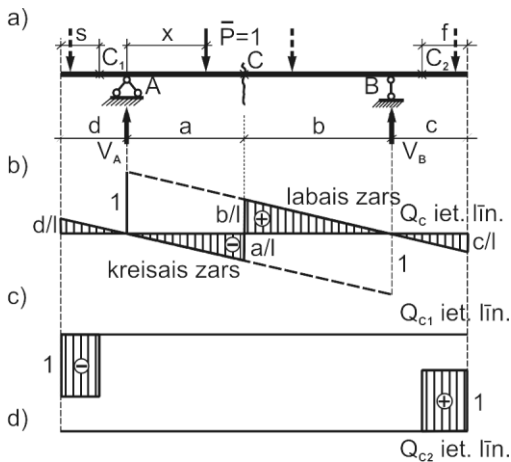
Lai uzkonstruētu balstu reakciju ietekmes līnijas **grafiski**, balstā, kuram konstruējam ietekmes līniju, atliekam ordinātu vienādu ar 1 uz augšu, otrā balstā atliekam ordinātu 0 un velkam caur šiem punktiem taisni **visā sijas garumā**.

Šķērsspēku ietekmes līnijas

Sijai ar konsolēm jāapskata trīs šķērsspēku ietekmes līniju konstruēšanas gadījumi: šķēlums atrodas starp balstiem, uz kreisās konsoles, uz labās konsoles:

1. Lai uzkonstruētu šķērsspēka **Q_C ietekmes līniju** sijai ar konsolēm **šķēlumam C** atrodies **starp balstiem** (att. 6.5a), jāapskata trīs gadījumi:

a) slodzei $\bar{P} = 1$ atrodies **starp balstiem** šķērsspēka ietekmes līnija tiek konstruēta tāpat kā brīvi balstītai sijai;



att. 6.5

b) slodzei $\bar{P} = 1$ atrodies **uz kreisās konsoles** šķērsspēka lielumu izdevīgi noteikt summējot spēku projekcijas pa labi no šķēluma C. No iegūtās sakarības

$$Q_C = -V_B = -x/l,$$

seko, ka uz kreisās konsoles

$$\text{pie } x = 0 \quad Q_C = 0;$$

$$\text{pie } x = -d \quad Q_C = d/l.$$

Tātad uz kreisās konsoles šķērsspēka ietekmes līnija ir šķērsspēka ietekmes

līnijas starp balstiem kreisā zara turpinājums;

c) slodzei $\bar{P} = 1$ atrodies **uz labās konsoles** šķērsspēka lielumu izdevīgi noteikt summējot spēku projekcijas pa kreisi no šķēluma C

$$Q_C = V_A = 1 - x/l = (l - x)/l,$$

no kurienes uz labās konsoles iegūstam, ka pie $x = l$ $Q_C = 0$, pie $x = l + c$

$$Q_C = (l - l - c)/l = -c/l.$$

Tātad uz labās konsoles šķērsspēka ietekmes līnija ir šķērsspēka ietekmes līnijas starp balstiem labā zara turpinājums.

Iegūtā šķērsspēka Q_C ietekmes līnija sijai ar konsolēm šķēlumam starp balstiem parādīta att. 6.5b.

Lai uzkonstruētu šķērsspēka ietekmes līniju šķēlumam C **grafiski**, kreisajā balstā atliekam ordinātu vienādu ar 1 uz augšu, labajā balstā atliekam ordinātu 1 uz leju, caur iegūtajiem punktiem un balstu punktiem velkam divas paralēlas taisnes **visā sijas garumā** un šķēlumam C atbilstošajā vietā velkam vertikālu pārejas taisni, kas savieno ietekmes līnijas kreiso un labo zaru.

2. Lai uzkonstruētu šķērsspēka Q_{C1} ietekmes līniju sijai ar konsolēm šķēlumam C_1 uz

kreisās konsoles (att. 6.5a), jāapskata divi gadījumi:

a) vienības slodze $\bar{P} = 1$ atrodas **pa kreisi** no šķēluma C_1 ;

Summējot spēku projekcijas pa kreisi no šķēluma C_1 ietekmes līnijas kreisajam zaram iegūstam $Q_{C1} = -1$, tātad visā šajā posmā šķērsspēks ir konstants un vienāds ar -1.

b) vienības slodze $\bar{P} = 1$ atrodas vienalga kur **pa labi** no šķēluma C_1 .

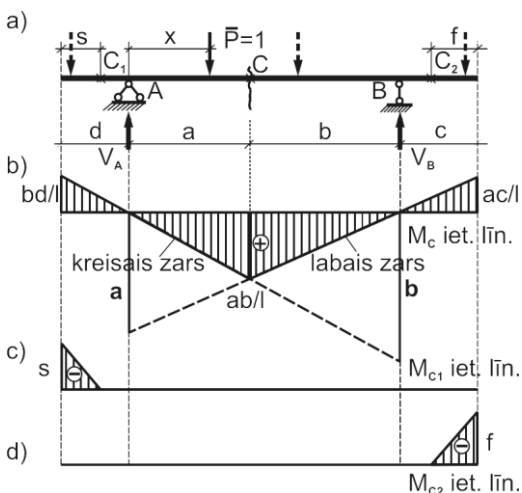
Summējot spēku projekcijas pa kreisi no šķēluma C_1 ietekmes līnijas labajam zaram (jo vienības slodze ir pa labi no šķēluma) iegūstam $Q_{C1} = 0$, tātad visā šajā posmā šķērsspēks ir konstants un vienāds ar nulli.

Šķērsspēka Q_{C1} ietekmes līnija sijai ar konsolēm šķēlumam uz kreisās konsoles parādīta att. 6.5c.

3. Q_{C2} ietekmes līnija šķērsspēkam **šķēlumam uz labās konsoles** tiek konstruēta līdzīgi kā uz kreisās konsoles. Iegūtais rezultāts parādīts att. 6.5d.

Lieces momentu ietekmes līnijas

Sijai ar konsolēm jāapskata trīs lieces momentu ietekmes līniju konstruēšanas gadījumi: šķēlums atrodas starp balstiem, uz kreisās konsoles, uz labās konsoles:



att. 6.6

1. Lai uzkonstruētu lieces momenta M_C ietekmes līniju sijai ar konsolēm **šķēlumam C starp balstiem** (att. 6.6a), jāapskata trīs gadījumi:

a) **slodzei $\bar{P} = 1$ atrodies starp balstiem** lieces momenta ietekmes līnija tiek konstruēta tāpat kā brīvi balstītai sijai;

b) **slodzei $\bar{P} = 1$ atrodies uz kreisās konsoles** lieces momenta lielumu izdevīgi noteikt summējot spēku mo-

mentus pa labi no šķēluma C. Atbilstoši iegūtajai sakarībai

$$M_C = V_B \cdot b = x \cdot b / l$$

uz kreisās konsoles pie $x = 0$ $M_C = 0$, pie $x = -d$ $M_C = -bd / l$.

Tātad uz kreisās konsoles lieces momenta ietekmes līnija ir lieces momenta ietekmes līnijas starp balstiem kreisā zara turpinājums;

c) **slodzei** $\bar{P} = 1$ atrodies uz **labās konsoles** lieces momenta lielumu izdevīgi noteikt summējot spēku momentus pa kreisi no šķēluma C

$$M_C = V_A \cdot a = (l - x)a / l,$$

no kurienes pie $x = l$ $M_C = 0$, pie $x = l + c$ $M_C = (l - l - c)a / l = -ca / l$.

Tātad uz labās konsoles lieces momenta ietekmes līnija ir lieces momenta ietekmes līnijas starp balstiem labā zara turpinājums.

Iegūtā lieces momenta M_C ietekmes līnija sijai ar konsolēm šķēlumam, kurš atrodas starp balstiem parādīta att. 6.6b.

*Lai uzkonstruētu lieces momenta M_C ietekmes līniju šķēlumam C **grafiski**, kreisajā balstā atliekam ordinātu vienādu ar a uz leju, labajā balstā atliekam ordinātu b uz leju, caur iegūtajiem punktiem un balstu punktiem novelkam divas krusteniskas taisnes visās sijas garumā, kuru ierobežotais laukums arī atbilst lieces momenta ietekmes līnijai šķēlumam C.*

2. Lai uzkonstruētu lieces momenta M_{C1} ietekmes līniju sijai ar konsolēm šķēlumam C_1 **uz kreisās konsoles** (att. 6.6a), jāapskata divi gadījumi:

a) vienības **slodze** $\bar{P} = 1$ atrodas **pa kreisi** no šķēluma C_1 ;

Summējot spēku momentus pa kreisi no šķēluma C_1 ietekmes līnijas kreisajam zaram iegūstam (pieņemot x pozitīvo virzienu pa kreisi)

$$M_{C1} = -1 \cdot (x - (d - s)),$$

no kurienes pie $x = d - s$ $M_{C1} = 0$, pie $x = d$ $M_{C1} = -s$.

b) vienības **slodze** $\bar{P} = 1$ atrodas vienalga kur **pa labi** no šķēluma C_1 .

Summējot spēku momentus pa kreisi no šķēluma C_1 ietekmes līnijas labajam zaram (jo

vienības slodze ir pa labi no šķēluma) iegūstam $M_{C1} = 0$, tātad visā šajā posmā lieces moments ir konstants un vienāds ar nulli.

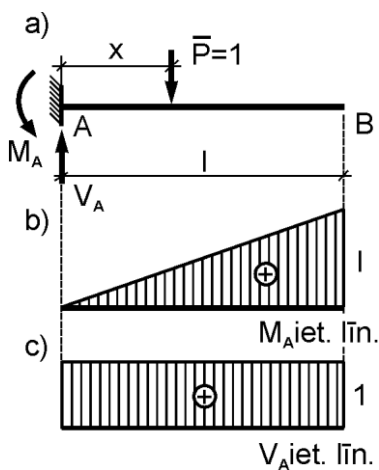
Šķērsspēka Q_{C1} ietekmes līnija sijai ar konsolēm šķēlumam uz kreisās konsoles parādīta att. 6.6c.

3. M_{C2} ietekmes līnija lieces momentam **šķēlumam uz labās konsoles** tiek konstruēta līdzīgi kā uz kreisās konsoles. Iegūtais rezultāts parādīts att. 6.6d.

c) iespīlēta sija

Balstu reakciju ietekmes līnijas

1. Konstruējam iespīlētai sijai ietekmes līniju **momentam iespīlējumā M_A** .



att. 6.7

Attēlā 6.7a parādīto siju slogojam ar vienības slodzi $\bar{P} = 1$ attālumā x no kreisā balsta. Lai uzkonstruētu M_A ietekmes līniju, nepieciešama izteiksme, kas parāda M_A maiņas likumu atkarībā no vienības slodzes atrašanās vietas, t.i. koordinātes x . Sastādām momentu līdzsvara vienādojumu pret iespīlējuma vietu A:

$$\sum M_A = 1 \cdot x - M_A = 0,$$

no kura iegūstam sakarību, kas raksturo momenta iespīlējumā maiņas likumu atkarībā no vienības slodzes atrašanās vietas uz sijas

$$M_A = 1 \cdot x.$$

Atbilstošā ietekmes līnija parādīta att. 6.7b.

2. Konstruējam **balsta reakcijas V_A ietekmes līniju** iespīlētai sijai. Sastādām projekciju summu uz vertikālu asi:

$$\sum Y = V_A - 1 = 0,$$

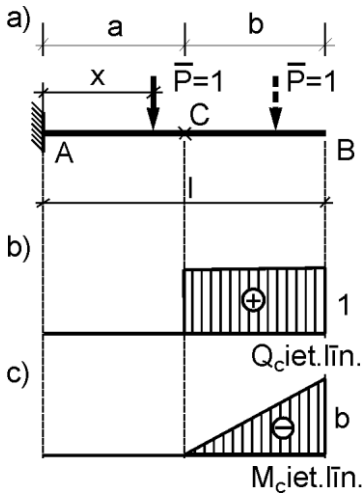
no kurienes

$$V_A = 1.$$

Atbilstošā ietekmes līnija parādīta att. 6.7c.

Iekšējo piepūļu ietekmes līnijas

Konstruējam iekšējo piepūļu ietekmes līnijas att. 6.8a parādītajai sijai:



att. 6.8

1. Lai uzkonstruētu Q_C ietekmes līniju jāapskata divi gadījumi: vienības slodze pa labi un pa kreisi no šķēluma C:

a) ja vienības **slodze** atrodas **pa labi** no šķēluma C (labais zars) summējot spēku projekcijas uz vertikālu asi pa labi no šķēluma iegūstam:

$$Q_C = 1.$$

b) ja vienības **slodze** atrodas **pa kreisi** no šķēluma C (kreisais zars) summējot spēku projekcijas uz vertikālu asi pa labi no šķēluma iegūstam:

$$Q_C = 0.$$

Atbilstošā ietekmes līnija parādīta att. 6.8b.

2. Lai uzkonstruētu M_C ietekmes līniju jāapskata divi gadījumi: vienības slodze pa labi un pa kreisi no šķēluma C:

a) ja vienības **slodze** atrodas **pa labi** no šķēluma C (labais zars) summējot spēku momentus pa labi no šķēluma iegūstam:

$$M_C = -1 \cdot (x - a),$$

no kurienes pie $x = a$ $M_C = 0$, pie $x = a + b$ $M_C = -b$.

b) ja vienības **slodze** atrodas **pa kreisi** no šķēluma C (kreisais zars) summējot spēku momentus pa labi no šķēluma iegūstam:

$$M_C = 0.$$

Atbilstošā ietekmes līnija parādīta att. 6.8c.

6.3. Daudzlaidumu locīklu siju ietekmes līnijas

Lai uzkonstruētu ietekmes līnijas daudzlaidumu locīklu sijai varam izmantot statisko metodi – slogot siju ar vienības slodzi un noteikt kā mainās balstu reakcijas vai iekšējās piepūles atkarībā no vienības slodzes atrašanās vietas uz sijas. Tomēr šī metode locīklu sijai ir samērā sarežģīta un darbietilpīga.

Lai konstruētu ietekmes līniju locīklu sijai:

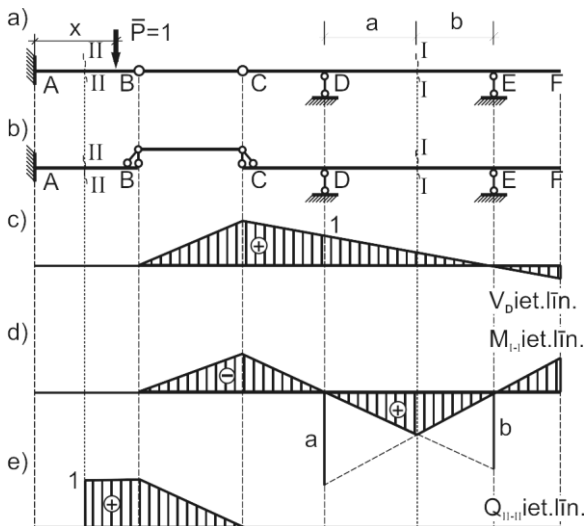
1. izveidojam sijas aprēķina secības shēmu;
2. konstruējam ietekmes līniju locīklu sijas posmam, kurā atrodas apskatāmais balsts vai šķēlums;
3. turpinām ietekmes līniju pārējos locīklu sijas posmos izmantojot sekojošas ietekmes līniju īpašības:
 - ietekmes līnija turpinās, ja aprēķina secības shēmā, ejot no apskatāmā šķēluma vai balsta, slodzes vieninieks pārvietojas uz augšu un beidzas (tālāk visas ietekmes līnijas ordinātas ir vienādas ar nulli), ja tas pārvietojas uz leju;
 - balstu vietās ietekmes līnijas ordinātas ir vienādas ar nulli, izņemot balsta reakcijas ietekmes līniju, kurai apskatāmā balsta vietā ordināte ir vienāda ar 1.
 - locīklu vietās ietekmes līnijām ir lūzumi (ietekmes līnijas maina virzienu);
 - statistiski noteicamām sistēmām ietekmes līnijas visos posmos ir ierobežotas ar taisnēm.

Piemērs 6.1. Uzkonstruēt ietekmes līnijas att. 6.9a parādītajai sijai balstu reakcijai V_D , lieces momentam šķēlumā I-I un šķērsspēkam šķēlumā II-II.

Atrisinājums. Izveidojam aprēķina secības shēmu (att. 6.9b).

Konstruējot balsta reakcijas V_D ietekmes līniju vispirms to konstruējam sijai CF, kur atrodas balsts V_D kā sijai ar konsolēm. Balstā D atliekam vieninieku uz augšu, balstā E nulli un caur šiem punktiem novelkam taisni visā sijas CF garumā. Pa labi ietekmes līnija ir uzkonstruēta līdz sijas galam un atliek noskaidrot, cik tālu tā ies pa kreisi. Slodzes vieniniekam pārvietojoties aprēķina secības shēmā pa kreisi no balsta D, punktā C

tas pārvietojas uz augšu, tātad ietekmes līnija turpinās, punktā B slodzes vieninieks pārvietojas uz leju un ietekmes līnija beidzas (tas nozīmē, ka pa kreisi no punkta B ietekmes līnijas ordinātas ir nulle, kas savukārt nozīmē to, ka slodzes, kas pieliktas pa kreisi no punkta B neiespāido balsta reakciju V_D). Ņemot vērā, ka locīklās B un C ietekmes līnijai jābūt lūzumiem, iegūstam att. 6.9c parādīto balsta reakcijas V_D ietekmes līniju.



att. 6.9

M_{I-I} ietekmes līnijas konstrukcija arī jāsāk ar siju CF, kur atrodas šķēlums I-I. Šķēlums I-I atrodas sijai ar konsolēm CF starp balstiem un ietekmes līnijas konstrukciju sākam atliekot balstā D uz leju attālumu no balsta D līdz šķēlumam I-I a un balstā E attālumu no šī balsta līdz šķēlumam I-I b. Novelkam divas krustiskas taisnes izveidojot ietekmes līniju

lieces momentam M_{I-I} posmā CF. Tālāk turpinām ietekmes līniju tāpat kā balsta reakcijas V_D gadījumā. Lieces momenta M_{I-I} ietekmes līnija parādīta att. 6.9d.

Šķēlums II-II atrodas posmā AB, tātad šķērsspēka Q_{II-II} ietekmes līnija jāsāk konstruēt kā iespīlētai sijai AB. Slodzes vieninieks pārvietojoties no šķēluma II-II pa labi, redzam, ka punktā B ietekmes līnija turpinās, bet punktā C beidzas. Ietekmes līnija šķērsspēkam šķēlumā II-II parādīta att. 6.9e.

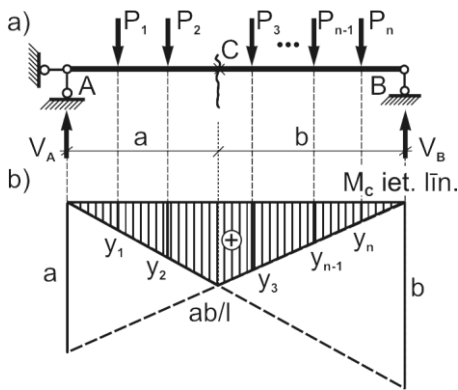
6.4. Balstu reakciju un piepūļu aprēķins izmantojot ietekmes līnijas

Ietekmes līnijas dod iespēju aprēķināt balstu reakcijas un iekšējās piepūles šķēlumā, kuram tās ir uzkonstruētas, no jebkurām slodzēm (šo pasākumu sauc par ietekmes līniju slogošanu). Balstu reakciju un iekšējo piepūļu aprēķinā tiek izmantotas sekojošas ietekmes līniju īpašības:

1. Ja zināma kāda faktora ietekmes līnija un slodzes P novietojums uz darinājuma, tad šis faktors skaitliski vienāds ar slodzes P reizinājumu ar ietekmes līnijas ordinātu zem šīs slodzes.

Tā kā jebkura ietekmes līnijas ordināte raksturo apskatāmā faktora lielumu, kad virs šīs ordinātas darinājumam pielikta vienības slodze, tad gadījumā, kad slodze nav vienības, apskatāmā faktora S lielumu varam atrast kā

$$S = P \cdot y, \quad (6.3)$$



att. 6.10

kur y - ietekmes līnijas ordināte zem spēka P . Ietekmes līnijas ordinātas zīme nosaka aprēķināmā faktora zīmi.

2. Ja zināma kāda faktora ietekmes līnija un koncentrētu spēku sistēmas $P_1, P_2, \dots, P_n$ novietojums uz darinājuma, tad šis faktors skaitliski vienāds ar spēku un tiem atbilstošo ietekmes līnijas ordinātu reizinājumu algebrisku summu.

Tātad

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n = \sum_{i=1}^n P_i y_i. \quad (6.4)$$

Ietekmes līnijas ordinātas jāņem ievērojot to zīmes.

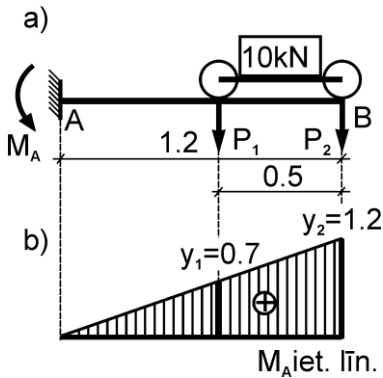
Pielietojot šo sakarību att. 6.10b dotajai lieces momenta M_C ietekmes līnijai tiktu atrasta lieces momenta vērtība šķēlumā C no dotās koncentrēto spēku sistēmas.

Piemērs 6.2. Aprēķināt momentu iespīlējumā, kas rodas att. 6.11a parādītajai iespīlētajai sijai no ratiņiem ar 10kN lielu kravu, kas atrodas sijas galā (maksimālais moments) izmantojot M_A ietekmes līniju.

Atrisinājums. M_A ietekmes līnija parādīta att. 6.11b. Slodzi 10kN varam aizstāt ar diviem pēc lieluma vienādiem spēkiem $P_1 = P_2 = 5\text{kN}$. Slogojot ietekmes līniju iegūstam

$$M_A = \sum_{i=1}^n P_i y_i = P_1 y_1 + P_2 y_2 = 5 \cdot 0,7 + 5 \cdot 1,2 = 9,5 \text{ kNm}.$$

Analogu rezultātu varam iegūt arī no līdzsvara vienādojuma



att. 6.11

$$\sum M_A = M_A - P_1 \cdot 0,7 - P_2 \cdot 1,2 = 0$$

no kura seko, ka

$$M_A = P_1 \cdot 0,7 - P_2 \cdot 1,2 = 9,5 \text{ kNm}.$$

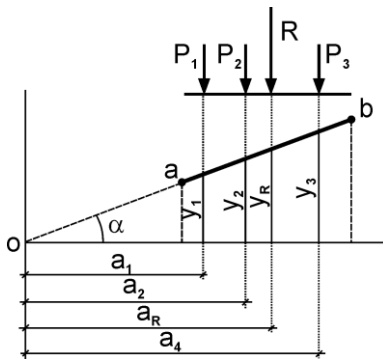
3. *Koncentrētu spēku sistēmu vai izkliedētu slodzi virs ietekmes līnijas taisna posma var aizstāt ar kopspēku un apskatāmā faktora skaitlisko vērtību atrast kā kopspēka reizinājumu ar tam atbilstošo ietekmes līnijas ordinātu.*

Tātad ir spēkā sakarība

$$S = R y_R, \quad (6.5)$$

kur R ir kopspēks un y_R ir tam atbilstošā ietekmes līnijas ordināte.

Pārbaudām trešās īpašības izpildīšanos att. 6.12 parādītajai trīs koncentrētu spēku P_1 , P_2 un P_3 , kuri atrodas virs ietekmes līnijas taisna posma ab, sistēmai.



att. 6.12

Pieņemam, ka spēks R ir šo spēku sistēmas kopspēks. Tātad kopspēka R iedarbībai ir jābūt ekvivalentai ar spēku sistēmas iedarbību un sastādot momentu summu pret punktu o ir jābūt spēkā vienādībai

$$P_1 a_1 + P_2 a_2 + P_3 a_3 = R a_R.$$

Ņemot vērā, ka

$$a_1 = y_1 \cdot \text{ctg} \alpha, \quad a_2 = y_2 \cdot \text{ctg} \alpha, \quad a_3 = y_3 \cdot \text{ctg} \alpha,$$

$$a_R = y_R \cdot \text{ctg} \alpha$$

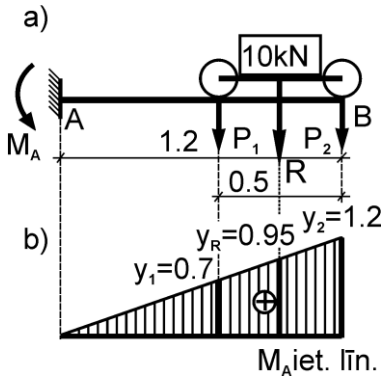
no iepriekšējās izteiksmes iegūstam

$$P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 = R y_R.$$

Tā kā šīs izteiksmes kreisā puse izsaka faktora S lielumu, kas iegūts slogojot ietekmes līniju, tad labā puse izsaka to pašu un ir spēkā izteiksme

$$S = R \cdot y_R,$$

ko arī vajadzēja pierādīt.



att. 6. 13

Tagad varam vēlreiz atrisināt piemēru 6.2, spēkus P_1 un P_2 aizstājot ar kopspēku $R = 10kN$ (att. 6.13). Nav grūti noteikt, ka kopspēkam atbilstošā ietekmes līnijas ordināte $y_R = 0,95$ un momentu iespīlējumā M_A tātad varam atrast no sakarības

$$S = R \cdot y_R = 10 \cdot 0,95 = 9,5kNm.$$

Iegūtais rezultāts sakrīt ar iepriekš noteikto.

Ja ietekmes līnijai ir n taisni posmi un katrā no tiem mēs varam atrast kopspēku R_i , kuram atbilst ietekmes līnijas ordināte y_{Ri} , tad, izmantojot spēku darbības neatkarības principu, faktora S lielumu mēs varam atrast izmantojot izteiksmi

$$S = \sum_{i=1}^n R_i \cdot y_{Ri}. \quad (6.6)$$

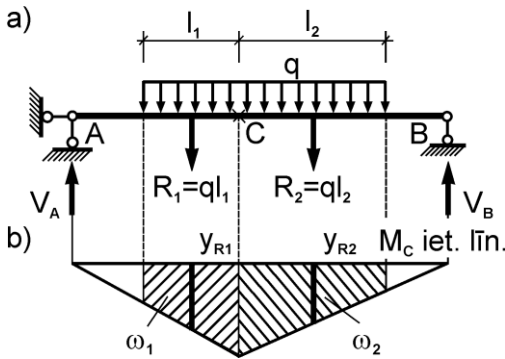
4. Ja zināma kāda faktora ietekmes līnija un vienmērīgi izkliedētas slodzes novietojums uz darinājuma, tad šis faktors skaitliski vienāds ar izkliedētās slodzes intensitātes q reizinājumu ar summāro ietekmes līnijas laukumu zem izkliedētās slodzes.

Tātad, atbilstoši šai īpašībai, faktora S skaitliskā lieluma noteikšanai varam izmantot izteiksmi

$$S = q \cdot \omega, \quad (6.7)$$

kur q - vienmērīgi izkliedētās slodzes intensitāte, ω - summārais ietekmes līnijas laukums zem izkliedētās slodzes. Ar summāro ietekmes līnijas laukumu šeit jāsaprot atse-

višķo laukumu algebriska summa, tas ir summēšana jāveic ņemot vērā atsevišķo laukumu ietekmes līnijas ordinātu zīmes.



att. 6.14

Lai pārbaudītu ceturtais īpašības pareizību varam izmantot trešo īpašību. Apskatām att. 6. 14 parādīto ietekmes līnijas sloojuma gadījumu. Izmantojot trešo ietekmes līniju īpašību, virs katra ietekmes līnijas taisna posma izklieģtō slodzi varam aizstāt ar kopspēku. Šajā gadījumā tie ir divi - $R_1 = q \cdot l_1$ un $R_2 = q \cdot l_2$.

Kopspēki ir pielikti katra izklieģtās slo-

dzes posma vidū un tiem atbilst ietekmes līnijas ordinātas y_{R1} un y_{R2} . Atrodam faktora S lielumu izmantojot sakarību

$$S = \sum_{i=1}^n R_i \cdot y_{Ri} = R_1 \cdot y_{R1} + R_2 \cdot y_{R2} = q \cdot l_1 \cdot y_{R1} + q \cdot l_2 \cdot y_{R2} =$$

$$= q \cdot \omega_1 + q \cdot \omega_2 = q(\omega_1 + \omega_2) = q\omega$$

Šeit $\omega_1 = l_1 \cdot y_{R1}$ un $\omega_2 = l_2 \cdot y_{R2}$ ir trapeču laukumi zem izklieģtās slodzes ietekmes līnijas pirmajā un otrajā posmā, kuri summā dod kopējo ietekmes līnijas laukumu zem izklieģtās slodzes ω .

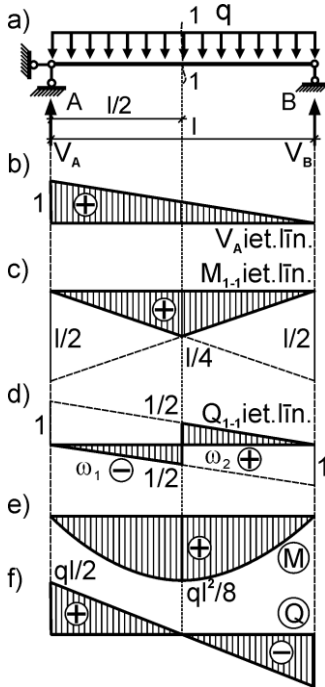
Piemērs 6.3. Att. 6.15 parādītajai sijai aprēķināt balstu reakciju V_A un piepūles sijas laiduma vidējā šķēlumā izmantojot ietekmes līnijas. Iegūtos rezultātus salīdzināt ar epīrām.

Atrisinājums. Lai noteiktu balstu reakcijas V_A lielumu sloģojam V_A ietekmes līniju (att. 6.15b)

$$V_A = q \cdot \omega = q \cdot \frac{1 \cdot l}{2} = \frac{ql}{2}.$$

Iegūtā balstu reakcijas vērtība sakrīt ar vērtību, ko varam iegūt no statikas līdzsvara

vienādojumiem (piemēram, $\sum M_B = ql \cdot \frac{l}{2} - V_A \cdot l = 0$), kā arī ar lēcieni šķērsspēku epīrā balstā A.



att. 6.15

Lai aprēķinātu lieces momenta lielumu sijas viduspunktā M_{1-1} slogojam M_{1-1} ietekmes līniju (att. 6.15c)

$$M_{1-1} = q \cdot \omega = q \cdot l \cdot \frac{l}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{ql^2}{8}.$$

Iegūta vispārzināma sakarība maksimālā lieces momenta noteikšanai brīvi balstītai sijai, kas slogota ar vienmērīgi izkliedētu slodzi ar intensitāti q (att. 6.15e).

Slogojot šķērsspēka Q_{1-1} ietekmes līniju (att. 6.15d) redzam, ka ietekmes līnijas laukums zem izkliedētās slodzes sastāv no divām daļām ω_1 un ω_2 , pie kam šie abi laukumi ir vienādi pēc lieluma un ar pretējām zīmēm.

Līdz ar to

$$Q_{1-1} = q(\omega_2 - \omega_1) = 0,$$

kas sakrīt ar šķērsspēka vērtību sijas viduspunktā (att.

6.15f).

Ietekmes līnijas piepūļu aprēķinā sevišķi izdevīgi izmantot, ja viena un tā pati konstrukcija jāārēķina uz dažādiem slogojuma variantiem.

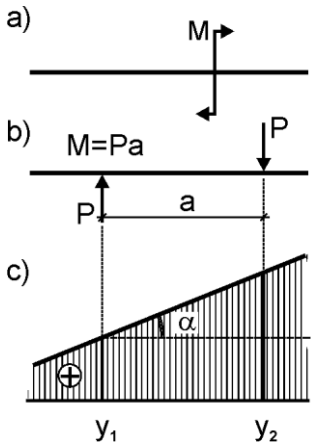
5. Ja zināma kāda faktora ietekmes līnija un spēkpāra (momenta) M novietojums uz darinājuma virs ietekmes līnijas taisna posma, tad šis faktors skaitliski vienāds ar spēkpāra M reizinājumu ar tangensu no leņķa, ko ietekmes līnijas posms veido ar horizontāli.

Atbilstoši šai īpašībai

$$S = M \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (6.8)$$

Lai pārlicinātos par šīs izteiksmes pareizību, apskatām att. 6.16a parādīto sijas posmu uz kuru darbojas spēkpāris M . Spēkpāris pēc definīcijas ir divi pretēji vērsti pēc modu-

Ja vienādi spēki, kas pielikti attālumā a viens no otra (att. 6.16b). Spēkpāra moments ir vienāds ar spēka P reizinājumu ar plecu a .



att. 6.16

Aizstājot spēkpāri M ar diviem pretēji vērstiem spēkiem meklējamais faktors S skaitliski vienāds ar

$$S = -P \cdot y_1 + P \cdot y_2 = P(y_2 - y_1). \quad (6.9)$$

Saskaitāmais $P \cdot y_1$ ņemts ar mīnus zīmi, jo spēks P , kurš atbilst ordinātai y_1 ir vērsts uz augšu, tas ir pretēji vienības spēka virzienam no kura ir konstruēta ietekmes līnija.

No sakarības (att. 6.16c)

$$\frac{y_2 - y_1}{a} = \operatorname{tg} \alpha \text{ seko } y_2 - y_1 = a \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Izmantojot iegūto sakarību un sakarību $M = Pa$ no (6.9) seko

$$S = Pa \cdot \operatorname{tg} \alpha = M \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Atrastā lieluma S zīme atkarīga no momenta M virziena, no tā vai ietekmes līnijai pozitīvās vērtības ir virs vai zem ass un no tā vai ietekmes līnijai ir augošs vai dilstošs raksturs, tāpēc vienkāršāk ir virs ietekmes līnijas taisna posma spēkpāri aizstāt ar pretēji vērstiem vienādiem spēkiem un aprēķinu veikt tiem. Pārliecināsimies, ka tā tiešām varam rīkoties.

Piemērs 6.4. Ar spēkpāri M slogotai brīvi balstītai sijai aprēķināt lieces momenta vērtības šķēlumā C , ja spēkpāris pielikts pa kreisi (att. 6.17a) un pa labi (att. 6.17b) no šķēluma C un salīdzināt ar atbilstošajām lieces momenta vērtībām lieces momenta epīrā.

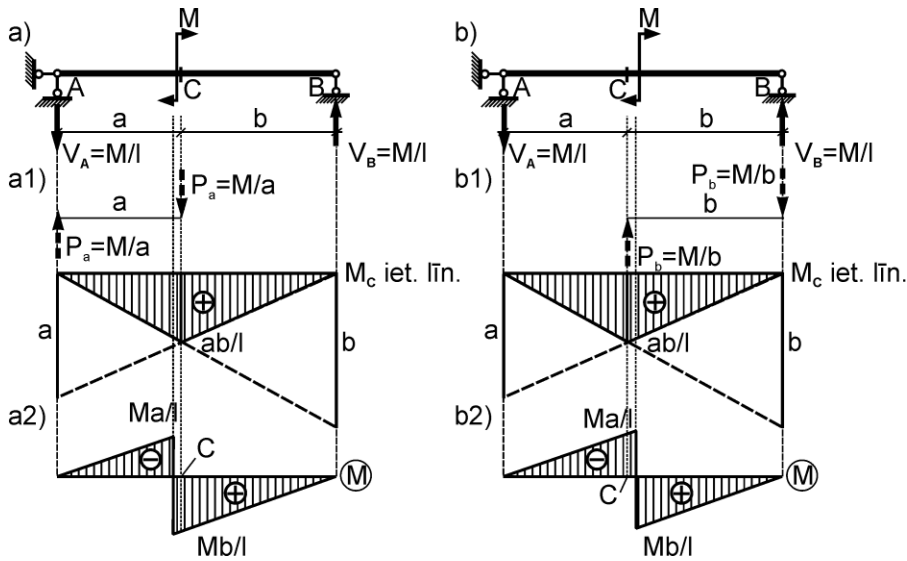
Atrisinājums. Uzdevuma risinājumā izmantojam lieces momenta ietekmes līniju šķēlumam C (att. 6.17a1,b1).

Vispirms analizējam gadījumu, kad spēkpāris pielikts pa kreisi no šķēluma C . Spēkpāri aizstājam ar diviem pēc moduļa vienādiem pretēji vērstiem spēkiem P_a . Spēkpāra ple-

cu izvēlamies vienādu ar ietekmes līnijas taisnā posma AC garumu a , lai pretī vienam no spēkpāra spēkiem ietekmes līnijas ordināte būtu vienāda ar nulli. Slogojam M_C ietekmes līniju ar spēkpāri aizstājošajiem spēkiem un iegūstam lieces momenta vērtību šķēlumā C

$$M_C = -P_a \cdot 0 + P_a \cdot \frac{ab}{l} = \frac{M}{a} \cdot \frac{ab}{l} = \frac{Mb}{l},$$

kas sakrīt ar lieces momenta vērtību šķēlumā C gadījumā, ja spēkpāris pielikts pa kreisi no šķēluma C.

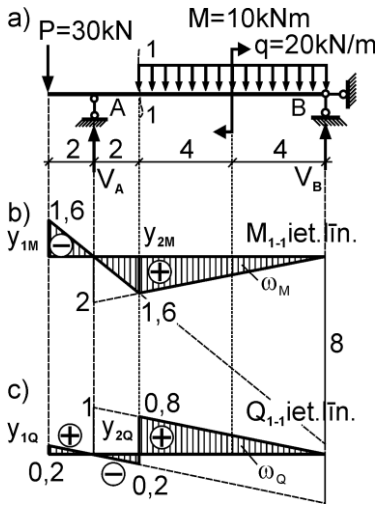


att. 6.17

Analizējam gadījumu, kad spēkpāris pielikts pa labi no šķēluma C. Spēkpāri aizstājam ar diviem pēc moduļa vienādiem pretēji vērstiem spēkiem P_b . Spēkpāra plecu izvēlamies vienādu ar ietekmes līnijas taisnā posma CB garumu b , lai pretī vienam no spēkpāra spēkiem ietekmes līnijas ordināte būtu vienāda ar nulli. Slogojam M_C ietekmes līniju ar spēkpāri aizstājošajiem spēkiem un iegūstam lieces momenta vērtību šķēlumā C

$$M_C = -P_b \cdot \frac{ab}{l} + P_a \cdot 0 = -\frac{M}{b} \cdot \frac{ab}{l} = -\frac{Ma}{l},$$

kas sakrīt ar lieces momenta vērtību šķēlumā C gadījumā, ja spēkpāris pielikts pa labi no šķēluma C.



att. 6.18

Piemērs 6.5. Izmantojot ietekmes līnijas atrast lieces momenta un šķērsspēka vērtības šķēlumā 1-1 att. 6.18 dotajai sijai.

Atrisinājums. Lieces momentu M_{1-1} atrodam slogojot M_{1-1} ietekmes līniju (att. 6.18b) ar koncentrētu spēku P , vienmērīgi izkliedētu slodzi q un spēkpāri M , to aizstājot ar spēkiem (M /plecs)

$$M_{1-1} = P \cdot y_{1M} + q \cdot \omega_M - \frac{M}{8} y_{2M} =$$

$$= 30 \cdot (-1,6) + 20 \cdot \frac{8 \cdot 1,6}{2} - \frac{10}{8} \cdot 1,6 = 78 \text{ kNm}.$$

Šķērsspēku Q_{1-1} atrodam slogojot šķērsspēka ietekmes līniju (att. 6.18c)

$$Q_{1-1} = P \cdot y_{1Q} + q \cdot \omega_Q - \frac{M}{8} y_{2Q} = 30 \cdot (0,2) + 20 \cdot \frac{8 \cdot 0,8}{2} - \frac{10}{8} \cdot 0,8 = 69 \text{ kN}.$$

Piemērs 6.6. Novērtēt, kā izmainās lieces moments sijas viduspunktā, ja visu vienmērīgi izkliedēto slodzi ar intensitāti q (att. 6.19a) pārvieto sijas vidējā trešdaļā (att. 6.19b) un sijas malējā trešdaļā (att. 6.19c).

Atrisinājums. Uzdevumu risinām slogojot M_{1-1} ietekmes līniju (att. 6.19d). Apskatam trīs gadījumus:

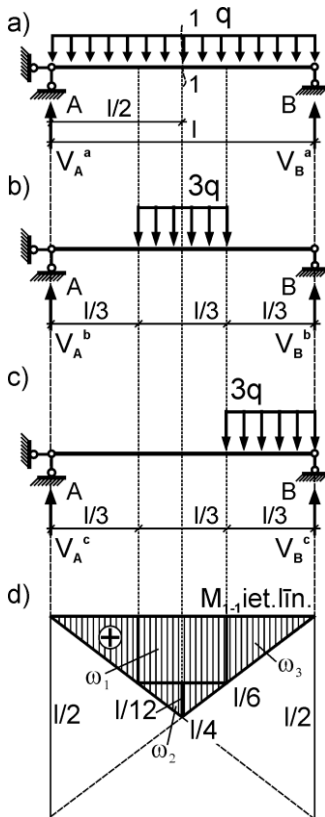
a) slogota visa sija

$$M_{1-1}^a = \frac{ql^2}{8} \text{ (skatīt iepriekšējo piemēru);}$$

b) visa slodze sijas vidējā trešdaļā

$$M_{1-1}^b = 3q \cdot (\omega_1 + \omega_2) = 3q \cdot \left(\frac{l}{3} \cdot \frac{l}{6} + \frac{l}{3} \cdot \frac{l}{12} \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{5ql^2}{24};$$

c) visa slodze sijas malējā trešdaļā



att. 6.19

$$M_{1-1}^c = 3q \cdot \omega_3 = 3q \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{l}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{ql^2}{12}.$$

Šī gan nav maksimālā lieces momenta vērtība sijas laidumā pie dotās slodzes.

Salīdzinām iegūtās lieces momentu vērtības sijas viduspunktā:

$$\frac{M_{1-1}^b}{M_{1-1}^a} = \frac{5ql^2}{24} \cdot \frac{8}{ql^2} = 1,67;$$

$$\frac{M_{1-1}^c}{M_{1-1}^a} = \frac{ql^2}{12} \cdot \frac{8}{ql^2} = 0,67;$$

$$\frac{M_{1-1}^b}{M_{1-1}^c} = \frac{5ql^2}{24} \cdot \frac{12}{ql^2} = 2,5.$$

Kā redzam, lieces moments gadījumā, kad visa slodze izvietota sijas vidējā trešdaļā, ir 2,5 reizes lielāks nekā tad, ja slodze izvietota malējā trešdaļā. Tātad, slogojot brīvi balstītas sijas, lielākās slodzes ieteicams izvietot tuvāk sijas galiem.

6.5. Ietekmes līniju konstruēšana mezglu slodzes gadījumā

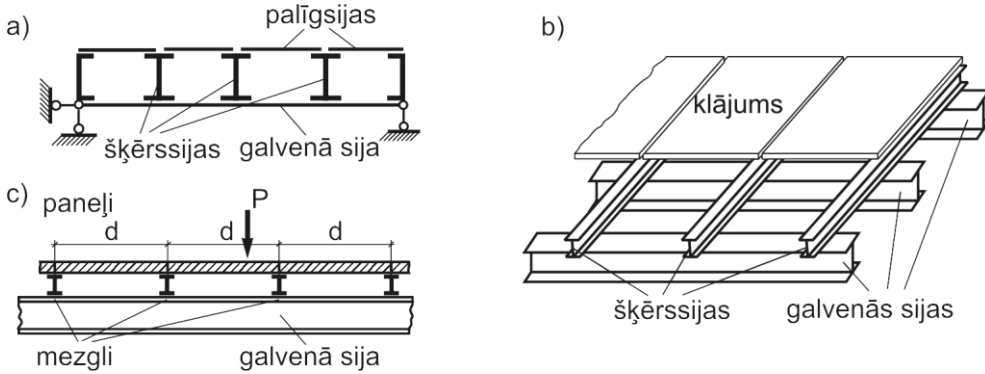
Līdz šim ietekmes līnijas konstruējām pieņemot, ka vienības slodze $\bar{P} = 1$ ir pielikta tieši apskatāmajai sijai. Tomēr bieži slodze galvenajai sijai tiek pielikta noteiktos punktos, kurus sauc par mezgliem, izmantojot šķērssijas un palīgsijas vai klājumu, piemēram, tiltiem (att. 6.20a,b).

Šāds slodzes pielikšanas veids maina sijas slogojuma apstākļus un arī ietekmes līniju izskatu. Attālumu starp mezglu slodzes pielikšanas punktiem d sauksim par paneļa garumu (att. 6.20c).

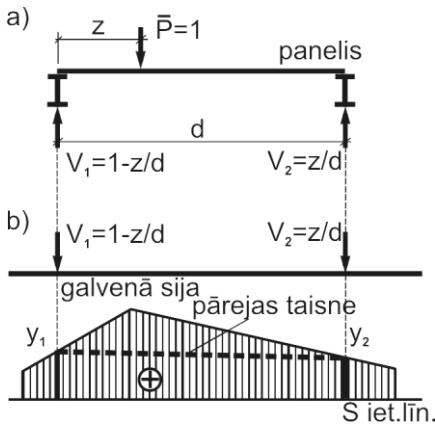
Vienības slodzei $\bar{P} = 1$ atrodies kāda paneļa robežās šīs slodzes iespaids uz pārdalās uz diviem blakus esošajiem mezgliem. Apskatot doto paneli kā brīvi balstītu siju (att.

6.21a) varam noteikt, kā mainās spēki, kuri darbojas uz galveno siju mezglu punktos V_1 un V_2 :

$$V_1 = 1 - \frac{z}{d} \text{ un } V_2 = \frac{z}{d}.$$



att. 6.20



att. 6.21

Ar šiem spēkiem mezglu punktos slogojam galveno siju, nomainot spēku virzienus uz pretējiem (att. 6.21b). Apskatot faktora S ietekmes līniju spēkam V_1 atbilst ordināte y_1 un spēkam V_2 ordināte y_2 . Varam aprēķināt faktora S lielumu (patiesībā tiek konstruēta faktora S ietekmes līnija apskatāmā paneļa robežās mezglu (netiešā) slogojuma gadījumā ar statisko paņēmieni):

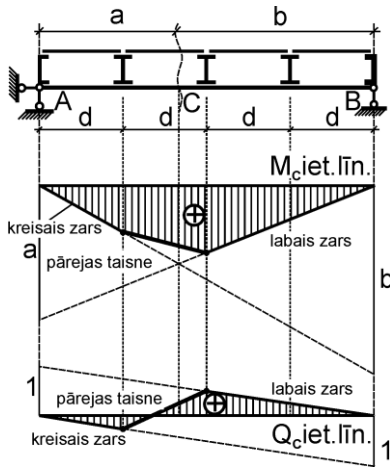
$$S = \left(1 - \frac{z}{d}\right) y_1 + \frac{z}{d} y_2 = y_1 + \frac{z}{d} (y_2 - y_1).$$

No iegūtās sakarības seko, ka:

$$S = y_1, \text{ ja } z = 0 \text{ un } S = y_2, \text{ ja } z = d.$$

Tātad paneļa galos ietekmes līnijas ordinātas tiešā un netiešā slogojuma gadījumā sakrīt. Kā redzam no iegūtās izteiksmes, paneļa robežās ietekmes līnijas ordinātas mainās pēc lineāra likuma (z pirmajā pakāpē) no vērtības y_1 līdz vērtībai y_2 . Tātad ietekmes

līnijas taisna posma robežās netiešais slogojums neatstās nekādu iespaidu uz ietekmes līnijas ordinātu vērtībām. Ja kāda paneļa robežās ietekmes līnijai ir lūzums (virsošne), tad šī virsošne tiek „nogriežta” savienojot ar pārejas taisni ordinātas y_1 un y_2 (att. 6.21b).



att. 6.22

Piemērs 6.7. Uzkonstruēt ietekmes līniju mezglu slodzes gadījumā att. 6.22 dotajai sijai.

Atrisinājums. Sākumā ietekmes līnijas tiek uzkonstruētas tiešā slogojuma gadījumam, pēc tam tiem paneļiem, kuri neatrodas virs ietekmes līnijas taisniem posmiem (otrais panelis), tiek veidotas pārejas taisnes. Att. 6.22 parādītas iegūtās ietekmes līnijas mezglu slodzes gadījumā lieces momentam un šķērsspēkam brīvi balstītai sijai.

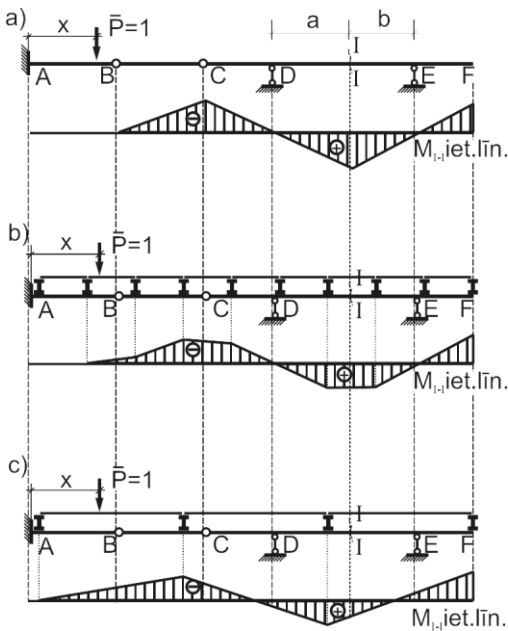
Piemērs 6.8. Uzkonstruēt M_{1-1} ietekmes līniju mezglu slodzes gadījumā att. 6.23 dotajai locītklu sijai.

Atrisinājums. Tiešā slogojuma gadījumā M_{1-1} ietekmes līnija parādīta att. 6.23a. Apskatīti divi mezglu slodzes gadījumi: ar lielāku un mazāku paneļa garumu. Paneļos, kuri pilnībā neatrodas virs ietekmes līnijas taisniem posmiem, izveidotas pārejas taisnes. Att. 6.23c parādītajā netiešā slogojuma gadījumā (ar gariem paneļiem) ietekmes līnija sastāv tikai no pārejas taisnēm.

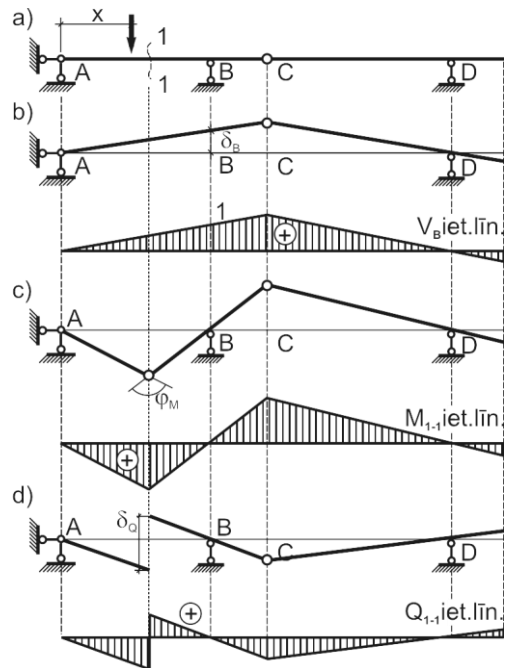
6.6. Ietekmes līniju konstruēšanas kinemātiskā metode

Kinemātisko metodi ietekmes līniju konstruēšanā lieto galvenokārt, lai iegūtu priekšstatu par tās vai citas piepūles ietekmes līnijas raksturu, vai arī lai pārbaudītu ar kādu citu metodi uzkonstruētu ietekmes līniju, jo, izmantojot šo metodi, ir zināmas grūtības nosakot ietekmes līniju ordinātu skaitliskās vērtības.

Kinemātiskās metodes pamatā ir iespējamo pārvietojumu principa pielietošana, saskaņā ar kuru, nosakot, piemēram, piepūli S , dotajā sistēmā atmet iekšējo vai ārējo saiti, kurā rodas šī piepūle S . Sistēma kļūst vienu reizi ģeometriski mainīga, pārvērtoties par mehānismu.



att. 6.23



att. 6.24

Konstruējot balsta reakcijas ietekmes līniju tiek atmests balsts, konstruējot momenta ietekmes līniju atbilstošajā šķēlumā tiek ievietota locīkla, konstruējot šķērsspēka ietekmes līniju stienis apskatāmajā šķēlumā tiek pārgriezts.

Iegūtajai vienu reizi mainīgajai sistēmai atmetās saites vietā un virzienā piedod šai sistēmai iespējamo pārvietojumu.

Izmantojot virtuālā (iespējamā) darba principu var pierādīt, ka piepūles S ietekmes līnijas forma sakrīt ar grafiku, kas attēlo sistēmā radušos pārvietojumus.

Daži ietekmes līniju konstruēšanas gadījumi ar kinemātisko metodi locīklu sijai parādīti att. 6.24.

Konstruējot V_B ietekmes līniju atmetam balstu B un šim balstam atbilstošajam šķēlumam piešķiram pārvietojumu δ_B (att. 6.24b).

Konstruējot lieces momenta M_{1-1} ietekmes līniju šķēlumā 1-1 ievadam locīklu un pagriežam šķēlumus abās pusēs locīklai par kādu leņķi φ_M (att. 6.24c).

Konstruējot šķērsspēka Q_{1-1} ietekmes līniju šķēlumā 1-1 pārgriežam stieni šķēlumā 1-1 un radušos brīvos stieņa galus pārvietojam attālumā δ_Q (att. 6.24d).

6.7. Iekšējo piepūļu aptvērējepīru konstruēšana

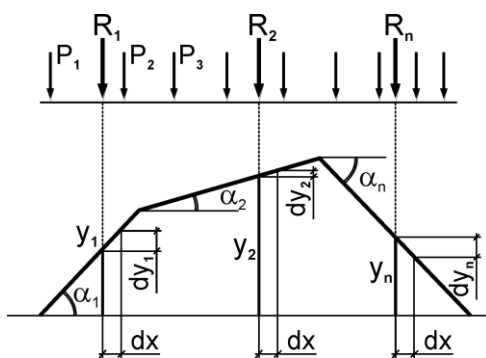
Par kustīgas slodzes neizdevīgāko novietojumu sauc tādu, pie kura mūs interesējošajai balsta reakcijai vai piepūlei konkrētā šķēlumā (vai kādam citam lielumam) būs vislielākā absolūtā vērtība (absolūtais maksimums vai minimums).

Kustīgo slodžu daudzveidība un ietekmes līniju formu lielā dažādība nedod iespēju formulēt vienotu kustīgo slodžu neizdevīgākā novietojuma noteikšanas metodiku. Tādēļ neizdevīgākā kustīgās slodzes novietojuma noteikšanu aplūkosim atsevišķiem praksē visbiežāk sastopamajiem slodžu gadījumiem.

Koncentrēts spēks

Visvienkāršākajā gadījumā konstrukcijai pielikts viens koncentrēts spēks. Tā kā apskatāmā faktora skaitlisko vērtību viena spēka gadījumā nosaka izteiksme $S = Py$, tad slodzes neizdevīgākais novietojums atbilst ordinātas y ekstremālām vērtībām.

Koncentrētu spēku ar nemainīgu savstarpējo atstatumu sistēma



att. 6.25

Pieņemsim, ka pārvietojoties pa darinājumu (tā ietekmes līniju) spēku savstarpējie attālumi nemainās (att. 6.25), pie kam ietekmes līnijas ordinātas ir ar vienu (pieņemam, pozitīvu) zīmi).

Katra no n ietekmes līnijas taisniem posmiem robežās atsevišķos koncentrētos spēkus aizvietojam ar šo spēku kopspēkiem ($R_1, R_2, \dots, R_n$).

Saskaņā ar izteiksmi (6.6)

$$S = R_1 y_{R1} + R_2 y_{R2} + \dots + R_n y_{Rn} = \sum_{i=1}^{i=n} R_i y_{Ri} .$$

Pārvietojot spēku sistēmu, piemēram, pa labi, par bezgalīgi mazu lielumu dx , lielums S izmainīsies par

$$dS = \sum_{i=1}^{i=n} R_i dy_{Ri} = \sum_{i=1}^{i=n} R_i tg \alpha_i dx ,$$

kur: n – ietekmes līnijas taisno posmu skaits,

$$dy_i = tg \alpha_i dx ,$$

un

$$\frac{dS}{dx} = \sum_{i=1}^{i=n} R_i tg \alpha_i . \quad (6.10)$$

Lai apskatāmajam faktoram S kādā šķēlumā būtu ekstremāla vērtība, atvasinājumam (6.10) šajā šķēlumā jāmaina zīme.

No izteiksmes (6.10) secinām, ka, slodzei pārvietojoties pa konstrukciju, dS/dx var mainīties tikai tad, ja mainās kāds no kospēkiem R_i ($tg \alpha_i$ ietekmes līnijas taisna posma robežās ir konstants), bet kospēks savukārt var mainīties tikai tad, ja atbilstošā ietekmes līnijas taisnā posma robežās parādās vai pazūd kāds spēks, tas ir, kāds no spēkiem pāriet pār ietekmes līnijas virsotni uz citu posmu, ietekmes līnijas robežās parādās jauns spēks vai kāds no esošajiem vairs neatrodas virs ietekmes līnijas.

No teiktā secinām, ka *faktoram S ekstremālā vērtība būs tikai tad, ja kāds no spēkiem atradīsies virs kādas no ietekmes līnijas virsotnēm*. Taču šis noteikums nav pilnīgs, jo nenorāda, kuram spēkam un uz kuras ietekmes līnijas virsotnes jāatrodas (ja atbilstošajā slodzes stāvoklī ir ekstrēms, nav skaidrs ar kādu ekstrēmu – lokālo vai absolūto ir darīšana).

Faktoram S var būt vairāki maksimumi vai minimumi, tādēļ uzdevuma atrisinājumam nepieciešami vairāki mēģinājumi. Maksimālais mēģinājumu skaits ir vienāds ar spēku

„n” un ietekmes līnijas virsotņu „m” reizinājumu „nm”.

No sacītā izriet šāda uzdevuma risinājuma gaita:

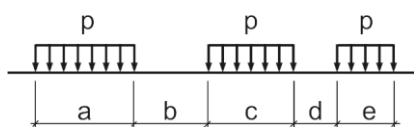
1. Vienu no koncentrētiem spēkiem, piemēram, P_k novieto virs kādas ietekmes līnijas

virsošnes un pārbauda, kas notiek ar $\frac{dS}{dx} = \sum_{i=1}^{i=n} R_i \operatorname{tg} \alpha_i$, ja spēks P_k ir pa kreisi un pa

labi no virsošnes. Ja S atvasinājums maina zīmi, ir atrasts kustīgās slodzes stāvoklis pie kura lielumam S ir ekstremāla vērtība;

2. Pēc tam, kad atrasti visi slodzes stāvokļi pie kuriem iespējams lieluma S maksimums (atvasinājums dS/dx maina zīmi no plus uz mīnus (pie nosacījuma, ka pozitīvās S vērtības tiek atliktas uz augšu, ka S ietekmes līnijai pozitīvās vērtības ir virs ass un slodze pārvietojas no kreisās uz labo pusi un ne otrādi)) vai minimums (atvasinājums dS/dx maina zīmi no mīnus uz plus), aprēķina lieluma S skaitliskās vērtības un atrod absolūto maksimumu un minimumu.

Mēģinājumu skaitu var samazināt, ja ievēro (pierādīts matemātiski), ka vienzīmīgas (piemēram ar „+” zīmi) ietekmes līnijas gadījumā lielākā S absolūtā vērtība iespējama tikai tad, ja spēks P_k atrodas virs izvirzītas ietekmes līnijas virsošnes (neizvirzīta ietekmes līnijas virsošne iespējama dažiem retiem kopnes stieņiem).



att. 6.26

Kustīgā slodze vienmērīgi izkliedētas slodzes veidā (piemēram pūļa slodze)

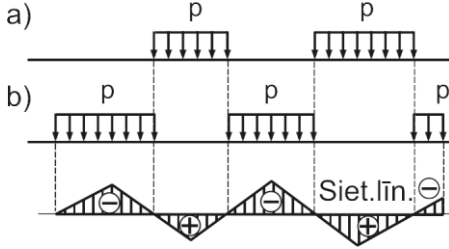
Šāda slodze uz darinājuma var izvietoties pilnīgi patvaļīgi, t.i., tai var būt patvaļīgs skaits pārtraukumu ar patvaļīgiem garumiem (att. 6.26).

Ja ietekmes līnija sastāv no posmiem ar dažādām zīmēm, tad $\max S$ nosaka kustīgo slodzi p novietojot virs visiem ietekmes līnijas pozitīviem posmiem (att. 6.27a) bet nosakot $\min S$ – virs visiem ietekmes līnijas negatīviem posmiem (att. 6.27b).

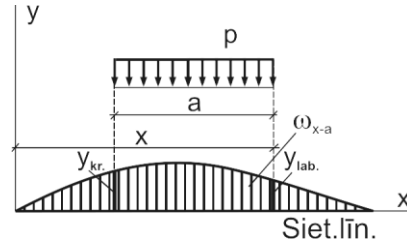
Ja vienmērīgi izkliedētā kustīgā slodze nepārtraukta, bet tās garums a mazāks par ietekmes līnijas vienas zīmes posma garumu l (att. 6.28), tad lielums S patvaļīga slodzes novietojuma gadījumā (vispārīgā gadījumā statistiski nenoteicamām sistēmām ietekmes

līnijai var būt arī līknes raksturs):

$$S = p\omega_{x-a}.$$



att. 6.27



att. 6.28

Tā kā lielums S ir nepārtraukta funkcija, tās maksimumam atbilst noteikums

$$\frac{dS}{dx} = q \frac{d\omega}{dx} = 0 \quad \text{un tā kā} \quad q \neq 0, \quad \frac{d\omega}{dx} = 0.$$

Pārvietojot slodzi par dx , piemēram, pa labi

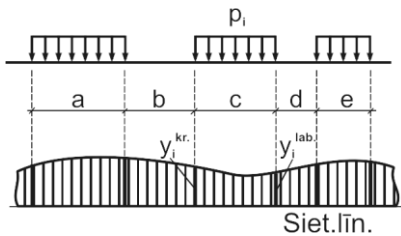
$$d\omega = (y_{lab} - y_{kr})dx = 0,$$

no kurienes

$$y_{lab} = y_{kr}. \quad (6.11)$$

Tātad šajā gadījumā vienmērīgi izkliedētās kustīgās slodzes posma neizdevīgākais novietojums būs tāds, pie kura *ietekmes līnijas ordinātas zem kustīgās slodzes posma kreisā un labā gala būs attiecīgi vienādas*.

Ja kustīgā slodze sastāv no vairākiem dažādas intensitātes vienmērīgi izkliedētās slodzes zināma garuma posmiem (att. 6.29)



att. 6.29

$$dS = p \cdot d\omega = \sum p_i (y_i^{lab} - y_i^{kr}) dx = 0,$$

no kurienes

$$\sum p_i y_i^{lab} = \sum p_i y_i^{kr}. \quad (6.12)$$

Ja visiem izkliedētās slodzes posmiem intensitā-

te vienāda, (6.12) izteiksme pieņem šādu veidu:

$$\sum y_i^{lab} = \sum y_i^{kr} \quad (6.13)$$

Tātad ekstremāla S vērtība būs tad, ja kreiso ordinātu summa ir vienāda ar labo ordinātu summu.

Pēc tam, kad noteikts kustīgās slodzes neizdevīgākais novietojums, $\max S$ un $\min S$ lielumus no kustīgās slodzes atbilstoši tās neizdevīgākajam novietojumam nosaka:

1. koncentrētu spēku sistēmas gadījumā

$$\max_{\min} S_p = \sum_{i=1}^{i=n} P_i y_i, \quad (6.14)$$

kur $\max S_p$ - lielākā lieluma S pozitīvā vērtība no kustīgās slodzes;

$\min S_p$ - pēc absolūtās vērtības lielākā lieluma S negatīvā vērtība no kustīgās slodzes;

P_i, y_i - kustīgās slodzes koncentrēto spēku un tiem atbilstošo ietekmes līniju ordinātu vērtības atbilstoši kustīgās slodzes neizdevīgākajam novietojumam.

2. vienmērīgi izkliedētas kustīgās slodzes gadījumā

$$\begin{aligned} \max S_p &= p \sum \omega^+ \\ \min S_p &= p \sum \omega^- \end{aligned} \quad (6.15)$$

kur p - vienmērīgi izkliedētas kustīgās slodzes intensitāte;

$\sum \omega^+$ un $\sum \omega^-$ - S ietekmes līnijas attiecīgi pozitīvo un negatīvo laukumu summa.

Ja dažādos dotās sistēmas (darinājuma) šķēlumos noteiktas piepūļu vērtības no pastāvīgās slodzes (S_q), kustīgās slodzes neizdevīgākie novietojumi un tiem atbilstošās piepūļu ekstremālās vērtības ($\max S_p, \min S_p$), šajos šķēlumos var noteikt pēc absolūtā lieluma iespējamo lielākās piepūļu vērtības no vienlaicīgas pastāvīgās un kustīgās (mainīgās) slodzes iedarbes:

$$\begin{aligned}\max S_{q+p} &= S_q + \max S_p \\ \min S_{q+p} &= S_q + \min S_p\end{aligned}\tag{6.16}$$

kur S_q – piepūles S lielums dotajā šķēlumā no pastāvīgās slodzes;

$\max S_p$ un $\min S_p$ – iespējami lielākās piepūles S vērtības šajā šķēlumā no kustīgās slodzes.

Piepūļu epīras, kas uzkonstruētas pēc $\max S_{q+p}$ un $\min S_{q+p}$ vērtībām, sauc par šo piepūļu aptvērējepīrām, kur $\max S_{q+p}$ un $\min S_{q+p}$ ir šo aptvērējepīru ordinātas.

Tātad, lai uzkonstruētu kādas piepūles (M , Q vai N) aptvērējepīru, nepieciešams:

- 1) izvēlēties šķēlumus, kuros jānosaka aptvērējepīras ordinātas;
- 2) izvēlētajos šķēlumos no pastāvīgās slodzes noteikt attiecīgo piepūļu lielumus vai uzzīmēt to epīras S_q ;
- 3) izvēlētajiem šķēlumiem uzkonstruēt attiecīgo piepūļu (M, Q vai N) ietekmes līnijas;
- 4) slogojot uzkonstruētās ietekmes līnijas ar kustīgo slodzi, katram izvēlētajam šķēlumam (tā ietekmes līnijai) noteikt kustīgās slodzes neizdevīgāko novietojumu;
- 5) atbilstoši kustīgās slodzes neizdevīgākajam novietojumam noteikt absolūti lielākās pozitīvās un negatīvās piepūļu $\max S_p$ un $\min S_p$ vērtības no kustīgās slodzes;
- 6) saskaņā ar (6.16) izteiksmēm noteikt aptvērējepīru ordinātas $\max S_{q+p}$ un $\min S_{q+p}$, un uzkonstruēt attiecīgo piepūļu aptvērējepīras.

Piemērs 6.9. Uzkonstruēt att. 3.10 parādītajai sijai piepūļu epīru aptvērējepīras no vienmērīgi izkliedētas patvaļīgi izvietotas slodzes ar intensitāti $p=5\text{kN/m}$.

Atrisinājums. Epīras no patstāvīgās slodzes apskatāmajai sijai uzkonstruētas piem. 3.2. un parādītas att. 3.10d,e.

Konstruējot aptvērējepīras šķēlumi obligāti jāizvēlas tādos raksturīgos punktos kā bal-

sti un koncentrētu spēku pielikšanas vietas. Pēc tam, lai paaugstinātu aptvērējepīru konstruēšanas precizitāti, varam izvēlēties arī vēl citus šķēlumus. Katrs izvēlēts šķēlums un uzkonstruēta ietekmes līnija dod vienu punktu aptvērējepīras konstruēšanai.

Dotajai sijai papildus izvēlamies šķēlumus posma AB viduspunktā un lieces momenta ekstrēma vietā.

Izvēlētajos šķēlumos konstruējam šķērsspēku (att. 6.30a) un lieces momentu (att. 6.30b) ietekmes līnijas. Ietekmes līniju konstrukciju sākam ar posmu, kurā atrodas šķēlums un pēc tam turpinām pārējā sijas daļā izmantojot ietekmes līniju īpašības.

Slogojam ietekmes līnijas ar patvaļīgi izvietotu vienmērīgi izkliedētu slodzi ar intensitāti p . Aptvērējepīru ordinātas šķērsspēkam Q un lieces momentam M iegūsim izmantojot izteiksmes

$$\max Q = Q_{patst} + p\omega^+,$$

$$\min Q = Q_{patst} + p\omega^-,$$

$$\max M = M_{patst} + p\omega^+,$$

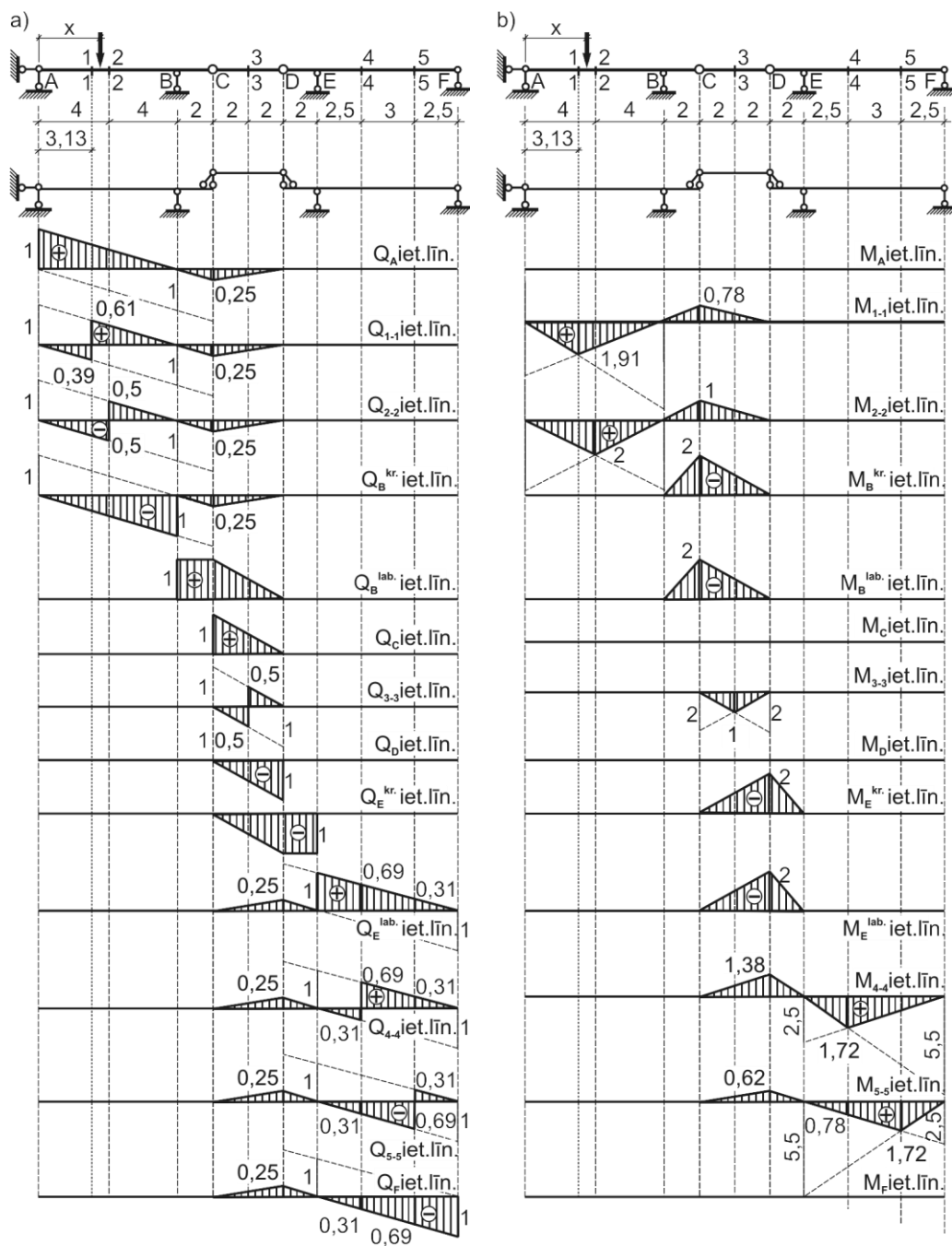
$$\min M = M_{patst} + p\omega^-,$$

kur Q_{patst} un M_{patst} ir piepūļu lielumi atbilstošos šķēlumos no patstāvīgās slodzes, ω^+ un ω^- - atbilstošo ietekmes līniju summārie pozitīvie un negatīvie laukumi.

Šķērsspēka aptvērējepīru konstruēšanā izmantoto lielumu skaitliskās vērtības apkopotas tabulā 6.2, bet iegūtās aptvērējepīras redzamas att. 6. 31b.

Lieces momenta M aptvērējepīru konstruēšana izrādās vieglāka, jo šķēlumos abās pusēs no balstiem ietekmes līnijas sakrīt (atšķirībā no šķērsspēka ietekmes līnijām, kuras pa kreisi no balsta un pa labi no balsta būtiski atšķiras), kā arī šķēlumiem sijas galos un locīklās C un D visas ietekmes līniju ordinātas ir vienādas ar nulli (lieces momentam locīklā jābūt vienādam ar nulli arī no mainīgas slodzes).

Lieces momenta aptvērējepīru konstruēšanā izmantoto lielumu skaitliskās vērtības apkopotas tabulā 6.3, bet iegūtās aptvērējepīras redzamas att. 6. 31c.



att. 6.30

Jāatzīmē, ka no mainīgās (kustīgās) slodzes aptvērējepīras var parādīties arī posmos, kur no patstāvīgās slodzes iekšējās piepūles ir vienādas ar nulli.

Tabula 6.2

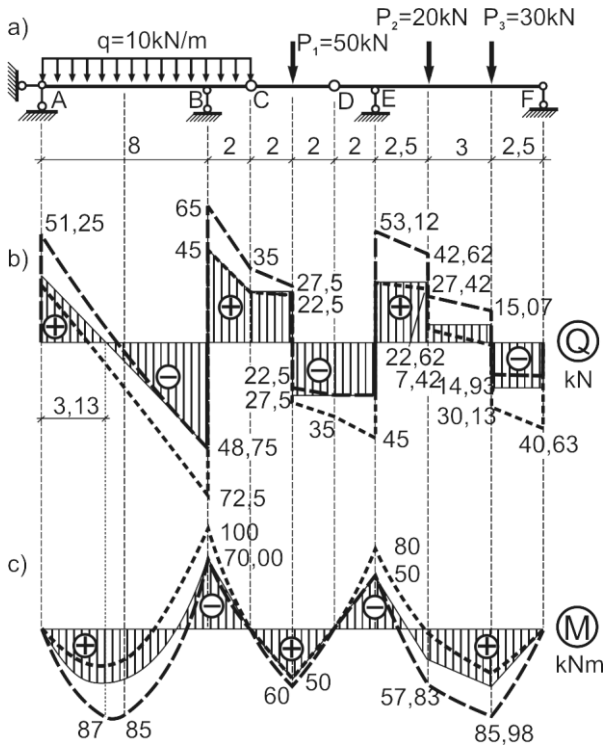
Šķērsspēka aptvērējepīru ordinātu aprēķins

	A	1-1	2-2	B kr.	B lab.	C	3-3 kr.	3-3 lab.	D	E kr.	E lab.	4-4 kr.	4-4 lab.	5-5 kr.	5-5 lab.	F
Q kN	31,25	0	-8,75	-48,75	45	25	25	-25	-25	-25	29,37	29,37	9,37	9,37	-20,63	-20,63
ω^+	4	1,49	1	0	4	2	0,5	0,5	0	0	4,75	2,65	2,65	1,14	1,14	0,75
ω^-	0,75	1,36	1,75	4,75	0	0	0,5	0,5	2	4	0	0,39	0,39	1,90	1,90	4
$p\omega^+$	20	7,45	5	0	20	10	2,5	2,5	0	0	23,75	13,25	13,25	5,7	5,7	3,75
$p\omega^-$	-3,75	-6,8	-8,75	-23,75	0	0	-2,5	-2,5	-10	-20	0	-1,95	-1,95	-9,5	-9,5	-20
Q_{max}	51,25	7,45	-3,75	-48,75	65	35	27,5	-22,5	-25	-25	53,12	42,62	22,62	15,07	-14,93	-16,88
Q_{min}	27,5	-6,8	-17,5	-72,5	45	25	22,5	-27,5	-35	-45	29,37	27,42	7,42	-0,13	-30,13	-40,63

Tabula 6.3

Lieces momenta aptvērējepīru ordinātu aprēķins

	A	1-1	2-2	B kr.	B lab.	C	3-3 kr.	3-3 lab.	D	E kr.	E lab.	4-4 kr.	4-4 lab.	5-5 kr.	5-5 lab.	F
M kN	0	48,80	45	-70	-70	0	50	50	0	-50	-50	23,43	23,43	51,58	51,58	0
ω^+	0	7,64	8	0	0	0	2	1	0	0	0	6,88	6,88	6,88	6,88	0
ω^-	0	2,34	3	6	6	0	0	0	0	6	6	4,14	4,14	1,86	1,86	0
$p\omega^+$	0	38,20	40	0	0	0	10	5	0	0	0	34,4	34,4	34,4	34,4	0
$p\omega^-$	0	-11,7	-15	-30	-30	0	0	0	0	-30	-30	-20,7	-20,7	-9,3	-9,3	0
M_{max}	0	87,00	85	-70	-70	0	60	55	0	-50	-50	57,83	57,83	85,98	85,98	0
M_{min}	0	37,1	30	-100	-100	0	50	50	0	-80	-80	2,73	2,73	42,28	42,28	0



att. 6.31

Attēlā 6.31b,c iesvītrotas parādītas epīras no patstāvīgās slodzes. Ja bez patstāvīgās slodzes darbojas arī patvaļīgi izvietota vienmērīgi izkliedēta slodze ar intensitāti p , iekšējo piepūļu skaitliskās vērtības var mainīties robežās, ko nosaka ar raustītām līnijām parādītās aptvērējpīras.

Ja, izvēloties šijas stieņu izmērus, ņemam vērā mainīgo slodzi, lieces momenta vērtība ir pieaugusi no 70 kNm (ja darbojas tikai patstāvīgā slodze) līdz 100 kNm (bez patstāvīgās slodzes pielikta arī mainīgā slodze

šķēlumam B visneizdevīgākajā stāvoklī). Konkrētajā gadījumā lieces moments ir palielinājies par $\frac{100 - 70}{70} \cdot 100 = 42,8\%$. Lieces momenta izmaiņa no 70 kNm līdz

100 kNm nozīmē to, ka izmantojot, piemēram, dubult T tērauda profilu, būs jāņem profils ar lielāku vertikālo izmēru (orientējoši profils N33 un N45).

Šķērsspēka Q vērtības ievērojot mainīgo slodzi arī ir ievērojami palielinājušās.

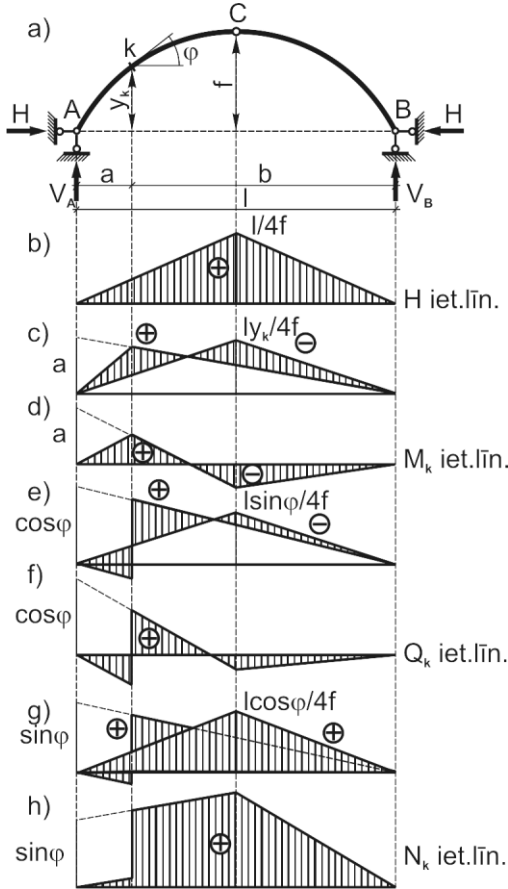
Šai šijai ekstremālās lieces momenta un šķērsspēka vērtības ņemot vērā mainīgo slodzi ir tajos pašos šķēlumos, kur bez tās. Vispārīgā gadījumā bīstamo šķēlumu novietojums varētu arī mainīties.

6.8. Trīslocīklu loka ietekmes līnijas

Trīslocīklu loka vertikālās balstu reakcijas ir analogas atbilstošās divbalstu šijas balstu reakcijām. Tātad arī šo balstu reakciju ietekmes līnijas ir analogas un tās var attēlot ar slīpu

taisni, kurai virs viena balsta ordinātas vērtība ir 1, bet virs otra balsta 0 (sk.

att.6.2).



att. 6.32

Balstbīdes $H = M_C^0/f$ ietekmes līnijas raksturs ir analogs ekvivalentās sijas lieces momenta viduspunktā M_C^0 ietekmes līnijas raksturam un to ordinātu vērtības atšķiras tikai par konstantu reizinātāju $1/f$. Gadījumā, ja locīkla C atrodas loka vidū, t.i. $x_c = l/2$, tad maksimālā ietekmes līnijas vērtība (locīklā C) ir $l/(4f)$. Šāda balstbīdes ietekmes līnija parādīta att. 6.32b. Ietekmes līnijas ordinātu vērtības atkarīgas kā no loka laiduma, tā arī no tā pacēluma, bet nav atkarīgas no loka formas.

Lieces momenta M_k , šķērsspēka Q_k un ass spēka N_k ietekmes līniju konstruēšanu patvaļīgā šķēlumā k ar koordinātēm x_k un y_k (slīpuma leņķi φ_k) veicam izmantojot šo piepūļu noteikšanas sakarības trīslocīklu lokam

$$M_k = M_k^0 - H y_k;$$

$$Q_k = Q_k^0 \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k;$$

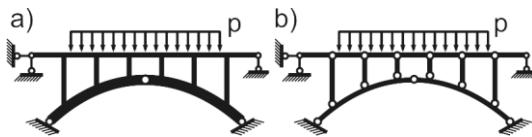
$$N_k = Q_k^0 \sin \varphi_k + H \cos \varphi_k.$$

Konstruēšanu reducējam uz jau zināmo ietekmes līniju izmantošanu.

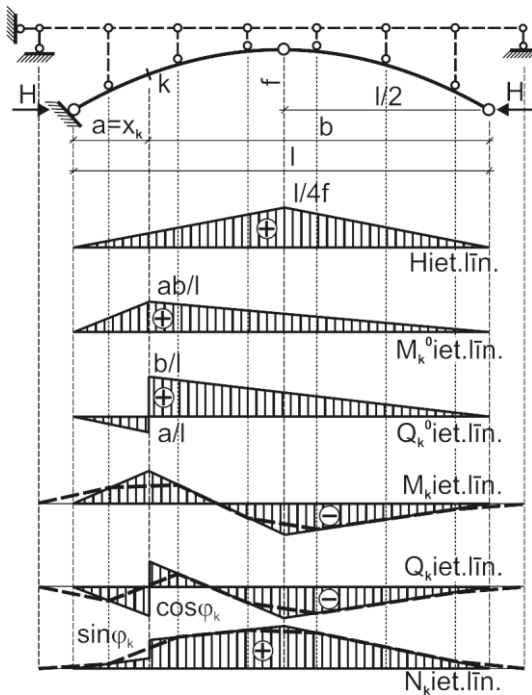
Trīslocīklu loka lieces momenta ietekmes līnija veidojas kā lieces momenta ietekmes līnijas divbalstu sijai atbilstošajā punktā k un loka balstbīdes ietekmes līnijas, kura pa-

reizināta ar konstantu skaitli y_k , starpība. Savietojot abas ietekmes līnijas kā parādīts att. 6.32c, iegūstam meklēto ietekmes līniju M_k . Att. 6.32d M_k ietekmes līnijas ordinātas atliktas uz horizontālas ass.

Līdzīgā veidā iegūstam šķērsspēka Q_k ietekmes līniju kā divu jau zināmu ietekmes līniju Q_k^0 un H , kuras pareizinātas ar koeficientiem $\cos \varphi_k$ un $\sin \varphi_k$ starpību. Atbilstošā



att. 6.33



att. 6.34

konstrukcija parādīta att. 6.33e, bet atbilstošā līnija att. 6.32f.

Ass spēka N_k ietekmes līnija tiek iegūta summējot ietekmes līnijas $Q_k^0 \sin \varphi_k$ un $H \cos \varphi_k$. Grafiski šāda procedūra attēlota att. 6.32g, bet iegūtais rezultāts att. 6.32h.

Iegūtās ietekmes līnijas ļauj spriest par trīslocīklu loku tipiskām atšķirībām no divbalstu sijas. Varam konstatēt, ka M_k ietekmes līnijas ordinātas ir būtiski mazākas par M_k^0 ietekmes līnijas ordinātām; šai ietekmes līnijai ir pozitīvas un negatīvas ordinātu vērtības; starp balstiem ir nullpunkts. Arī Q_k ietekmes līnijai ir nullpunkts un tās ordinātas ir būtiski mazākas par divbalstu sijas šķērsspēka ietekmes līnijas ordinātām.

Asspēka N_k ordinātas visā loka garumā ir pozitīvas (spiede) un lielā loka daļā vērā ņemamas.

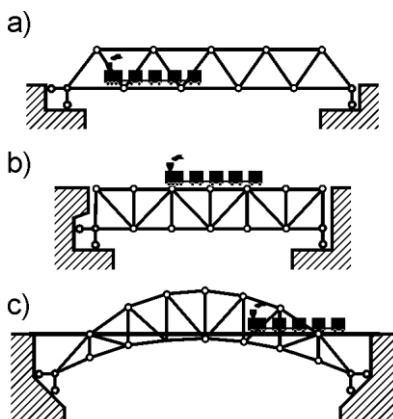
Parasti kustīga slodze pārvietojas ne pa pašu loku, bet pa virsloka konstrukciju (att. 6.33a), kura kopā ar loku veido daudzkārt statiski nenoteicamu konstrukciju. Tā kā lo-

ka daļas lieces stingums parasti ir daudzkārt lielāks par virsloka stieņu konstrukcijas lieces stingumu, tad bieži vien, veicot loka aprēķinus, virsloka konstrukcijas lieces stingumu neņem vērā. Līdz ar to konstrukcijas aprēķinu shēma tiek pieņemta att. 6.33b parādītajā veidā. Slodzes pārvietošanās līmenis var būt arī zemāk par loku, piem., savilces līmenī. Tas neiespaido loka stiprības aprēķinu.

Lokiem ar virsloka konstrukciju piepūļu M_k , Q_k un N_k ietekmes līniju raksturs ir līdzīgs tīra loka ar viena līmeņa balstiem attiecīgajām ietekmes līnijām. Virsloka konstrukcijas radītais mezglveida slogojums nolīdzina ietekmes līnijas virsotnes. Tā rezultātā iegūstam att. 6.34 parādītās ietekmes līnijas punktveida līniju veidā. M_k , un Q_k ietekmes līnijām ir divzīmju raksturs, bet ass spēka N_k ietekmes līnija ir vienzīmīga. Tātad ass spēks N_k maksimālo vērtību šķēlumā k iegūst noslogojot visu laidumu, turpretim maksimālo lieces momenta M_k vērtību iegūstam noslogojot tikai daļu no laiduma.

6.9. Sijveida un konsolveida kopņu piepūļu ietekmes līnijas

Kustīgu slodžu gadījumā, kopnes stieņos piepūles ir mainīgas un to lielums ir atkarīgs no kustīgās slodzes atrašanās vietas. Iespējamo maksimālo piepūļu prognozēšana konkrētā kopnes stienī uzdotu kustīgo slodžu gadījumiem ir svarīgs kopņu dimensionēšanas priekšnosacījums. Šis uzdevums ir risināms ar ietekmes līniju palīdzību.



att. 6.35

Šai nodaļā pievērsīsimies kopņu stieņu piepūļu ietekmes līniju, tas ir grafiku, kuri atspoguļo piepūles maiņu konkrētā stienī, vienības slodzei $\bar{P} = 1$ pārvietojoties pa kopni, konstruēšanai. Šeit svarīgi ņemt vērā, ka slodze var pārvietoties kā pa augšējo kopnes joslu, tā arī pa apakšējo joslu, bet atsevišķos gadījumos arī pa vidu (att. 6.35). Ja pirmais slogojuma veids attiecināms pārsvarā uz kopņu izmantošanu pārsegumu balstīšanai, tad otrais veids plaši pielietojams tiltu

konstrukcijās. Var tikt veidotas kopnes, kurās slodzi nesošā daļa izvietota noteiktā augstumā no kopnes apakšējās joslas.

Turpmākajā izklāstā tiks izmantota ietekmes līniju statiskā konstruēšanas metode. Šai gadījumā fiksētam vienības slodzes $\bar{P} = 1$ stāvoklim tiek meklēta uz statikas līdzsvara vienādojuma pamata sastādīta izteiksme, kura dod iespēju noteikt attiecīgo piepūli. Statiski noteicamu kopņu gadījumā stieņu piepūļu noteikšanai iegūstam izteiksmes, kuras fiksētā slodzes stāvokļa koordināti satur pirmajā pakāpē. Tātad ietekmes līniju veido pirmās kārtas līknes, t.i. taisnes.

Pirmām kārtām pievērsīsimies tipiskākajiem kopnes stieņu ass spēku ietekmes līniju konstruēšanas veidiem statiski noteicamās kopnēs. Veiksim ietekmes līnijas konstruēšanu kopnes (att. 6.36) otrā un trešā paneļa stieņiem, slodzei pārvietojoties pa kopnes augšējo joslu.

Jāatzīmē, ka kopnes balstu reakciju ietekmes līnijas neatšķiras no vienkāršas divbalstu sijas balstu reakciju ietekmes līnijām. Apzīmējot kustīgās vienības slodzes atrašanās vietu ar koordināti x , kuras atskaites sākumpunkts ir kopnes kreisais balsts, iegūstam sakarības balstu reakciju V_A un V_B noteikšanai vertikālai slodzei pārvietojoties pa kopni no kreisās uz labo pusi (no balsta A līdz balstam B). Tātad

$$V_A = 1 - \frac{x}{\ell}; \quad V_B = \frac{x}{\ell}.$$

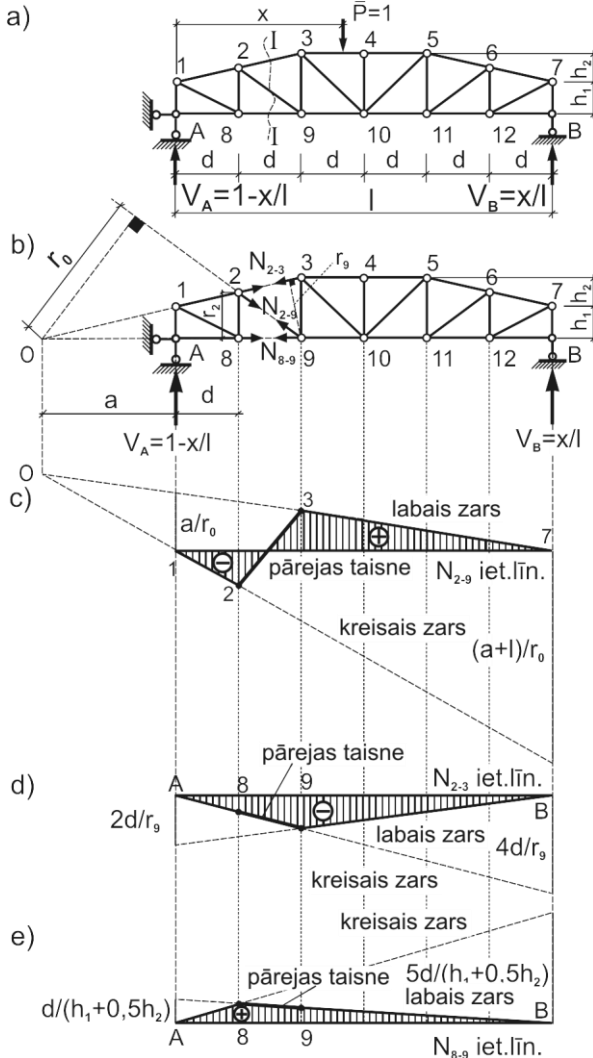
Šīm sakarībām atbilstošās ietekmes līnijas ir analogas divbalstu sijas balstu reakciju ietekmes līnijām un to grafiskais attēls parādīts att. 6.2.

Dažāda tipa kopņu stieņu asspēku ietekmes līnijām ir visai atšķirīgs raksturs. Atkarībā no kopņu struktūras un slodzes pārvietošanās ceļa iespējamas visai atšķirīgas konfigurācijas ietekmes līnijas. Tādēļ pievērsīsimies vairākiem tipiskiem statiski noteicamu kopņu stieņu asspēku ietekmes līniju konstruēšanas gadījumiem.

Ar kopņu stieņu piepūļu ietekmes līniju konstruēšanas pamatprincipiem iepazīsimies, veicot ietekmes līniju konstruēšanu att. 6.36 redzamās kopnes otrā un trešā paneļa stieņiem gadījumā, ja slodze pārvietojas pa kopnes augšējo joslu.

Piepūles $N_{2,9}$ ietekmes līnija. Lai noteiktu piepūles $N_{2,9}$ izmaiņu vienības slodzei pār-

vietojoties pa augšējo joslu, izmantojam šķēluma metodi. Izdarām šķēlumu I–I, tā iegūstot divas kopnes daļas, katrai no kurām jābūt līdzsvarā. Šo līdzsvaru nodrošina spēki N pāršķeltajos stieņos 2-3, 2-9 un 8-9. Analizējam divus neatkarīgus gadījumus.



att. 6.36

Pirmajā gadījumā pieņemam, ka vienības slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas kopnes daļā pa labi no šķēluma (tādā veidā tiks konstruēts ietekmes līnijas labais zars) un sastādām līdzsvara vienādojumu kreisajai kopnes daļai (att. 6.36b). Izmantojot momentpunktu metodi attiecībā pret punktu O iegūstam vienādojumu

$$\sum M_O = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)a - N_{2-9}r_0 = 0.$$

No šī vienādojuma iegūstam izteiksmi

$$N_{2-9} = \frac{a}{r_0} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right),$$

saskaņā ar kuru piepūles N_{2-9} izmaiņai (ietekmes līnijas labajam zaram) ir lineārs raksturs ar vērtībām

$$N_{2-9} \big|_{x=0} = \frac{a}{r_0} \text{ un } N_{2-9} \big|_{x=\ell} = 0$$

pie $x=0$ un $x=\ell$. No ietekmes līnijas labā zara ir izmantojama tā daļa, virs kuras sastādot līdzsvara vienādojumu atrodas vienības slodze. Tātad N_{2-9} maiņas likumu attēlo taisnes (att. 6.36c) posms 3-7 (bija izdarīts pieņēmums, ka slodze pārvietojas pa labo pāršķeltās kopnes daļu, t.i. no 3 līdz 7).

Līdzīgā veidā konstruējot kreiso ietekmes līnijas zaru sastādām līdzsvara vienādojumu $\sum M_0=0$ pret punktu O labajai kopnes daļai, izmantojot nosacījumu, ka slodze $\bar{P}=1$ pārvietojas pa kopnes kreiso daļu, t.i. starp punktiem 1 un 2. Tādā gadījumā no vienādojuma

$$\sum M_O = \frac{x}{\ell}(a + \ell) + N_{2-9} \cdot r_0 = 0$$

iegūstam izteiksmi

$$N_{2-9} = -\frac{a + \ell}{r_0} \cdot \frac{x}{\ell}.$$

Atbilstoši šai sakarībai iegūstam vērtības

$$N_{2-9} \big|_{x=0} = 0 \quad \text{un} \quad N_{2-9} \big|_{x=\ell} = -\frac{a + \ell}{r_0}.$$

daļā grafiski attēlo taisne 1–2 (att. 6.36c). Starp punktiem 2 un 3 izveidojies pārrāvums, kuru novēršam savienojot šos punktus ar pārejas taisni. Ir iegūta piepūles N_{2-9} ietekmes līnija, kura sastāv no kreisā zara, pārejas taisnes un labā zara. Ietekmes līnijas pozitīvās ordinātas atbilst stieņa stiepei, negatīvās - spiedei. Pozitīvās ietekmes līnijas ordinātas tiek atliktas uz augšu, bet negatīvās uz leju. No uzkonstruētās ietekmes līnijas secinām, ka gadījumos, kad slodzes izvietotas pa labi no šķēluma I-I, atgāznis 2–9 tiek stiepts, bet slogojot kopni mezglā 2 atgāznis 2–9 tiek spiests. Piepūles N_{2-9} lielumu nosakām slodzes P_i pareizinot ar tām atbilstošajām ietekmes līnijas ordinātām y_i .

Piepūles N_{2-3} ietekmes līnija. Piepūles N_{2-3} noteikšanai par momentpunktu izmantojam mezglu 9. Līdzīgi kā iepriekšējā gadījumā sastādām divus līdzsvara vienādojumus – kreisajai kopnes daļai, ja slodze pārvietojas pa kopnes labo daļu un labajai kopnes daļai, ja slodze pārvietojas pa kopnes kreiso daļu.

Tā rezultātā iegūstam vienādojumus

$$\sum M_9 = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) 2d + N_{23} \cdot r_9 = 0 \quad (\text{ietekmes līnijas labajam zaram})$$

un

$$\sum M_9 = \frac{x}{\ell} \cdot 4d + N_{2-3} \cdot r_9 = 0 \quad (\text{ietekmes līnijas kreisajam zaram})$$

Tātad piepūles N_{2-3} maiņas likumu, slodzei pārvietojoties kopnes daļā pa labi no šķēluma nosaka sakarība

$$N_{2-3} = -\frac{2d}{r_9} \left(1 - \frac{x}{l}\right),$$

bet slodzei pārvietojoties pa kreiso kopnes daļu sakarība

$$N_{2-3} = -\frac{4d}{r_9} \frac{x}{\ell}.$$

Piepūles N_{2-3} ietekmes līnija attēlota att. 6.36d.

Pārejas taisne sakrīt ar ietekmes līnijas kreiso zaru un līdz ar to ietekmes līnijai lūzums neveidojas. Visas ietekmes līnijas ordinātas ir negatīvas. Tātad piepūle N_{2-3} jebkurā slogojuma gadījumā ar vertikālu uz leju vērstu slodzi ir negatīva (stienis ir spiests).

Piepūles N_{8-9} ietekmes līnija. Veicot iepriekšējiem analogus aprēķinus par momentpunktu izvēloties punktu 2 iegūstam vienādojumus

$$\sum M_2 = \left(1 - \frac{x}{l}\right) d - N_{8-9} r_2 = 0 \quad (\text{labajam zaram}),$$

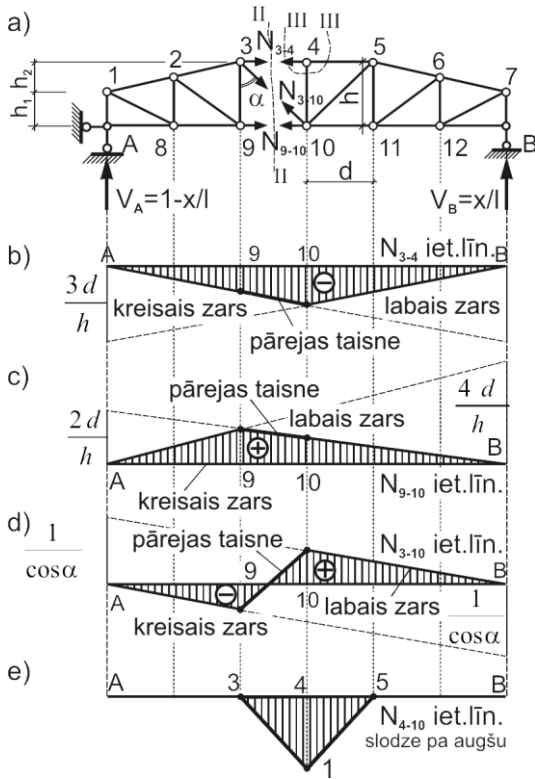
$$\sum M_2 = \frac{x}{l} \cdot 5d - N_{8-9} r_2 = 0 \quad (\text{kreisajam zaram}),$$

no kuriem nosakām piepūles N_{8-9} izmaiņas likumus kopnes labajā un kreisajā no šķēluma daļā. Tie ir

$$N_{8-9} = \frac{d}{r_2} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \quad (\text{ietekmes līnijas labais zars})$$

$$\text{un} \quad N_{8-9} = \frac{5d}{r_2} \cdot \frac{x}{\ell}. \quad (\text{ietekmes līnijas kreisais zars})$$

N_{8-9} ietekmes līnija parādīta att. 6.36e. Nogrieznis r_2 izsakāms ar kopnes augstuma parametriem h_1 un h_2 .



att. 6.37

Analogā veidā iegūstamas ietekmes līnijas arī citu paneļu stieņos. Tā, piemēram, trešā paneļa stieņu 3-4, 3-10 un 9-10 ietekmes līnijas iegūstamas izdarot šķēlumu II-II (att. 6.37). Tā rezultātā kopne tiek sadalīta divās ārējo slodžu un iekšējo piepūļu darbības rezultātā līdzsvarotās daļās.

Piepūļu N_{3-4} un N_{9-10} ietekmes līniju konstruēšanai līdzīgi kā iepriekšējos gadījumos mērķtiecīgi pielietot momentpunktu metodi, sastādot kreisās un labās atšķeltās kopnes daļas momentu līdzsvara vienādojumus attiecībā pret atbilstošajiem punktiem (tiem kuros krustojas divu no trim pārgrieztajiem stieņiem darbības līnijas).

Piepūles N_{3-4} ietekmes līnija. Sastādot līdzsvara vienādojumu kopnes kreisajai daļai pret punktu 10 pie nosacījuma, ka slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kopnes labo daļu, iegūstam piepūles N_{3-4} izmaiņas likumu:

$$N_{3-4} = \frac{-\ell}{2(h_1 + h_2)} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) = \frac{3d}{h} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right). \quad (\text{ietekmes līnijas labais zars})$$

Šī sakarība apraksta taisni, kuru ērti konstruēt izmantojot nosacījumus, ka

$N_{3-4}|_{x=0} = -3d/h$ un $N_{3-4}|_{x=\ell} = 0$. Bet svarīgi ņemt vērā, ka no šīs taisnes piepūles N_{3-4} izmaiņas raksturošanai izmantojama tikai tā daļa, kura atbilst labās atšķeltās kopnes daļas x vērtībām, t.i. vērtībām $l/2 \leq x \leq \ell$.

Sastādot kopnes labās puses (att. 6.37a) līdzsvara vienādojumu pie nosacījuma, ka slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kopnes kreiso pusi, iegūstam sakarību

$$N_{3-4} = -\frac{\ell}{2(h_1 + h_2)} \frac{x}{\ell} = -\frac{3d}{h} \frac{x}{l} \quad .(\text{ietekmes līnijas kreisais zars})$$

Šai sakarībai atbilstošā taisne redzama att. 6.37b, no kuras piepūles N_{3-4} izmaiņu attēlo posms A-9. Starp punktiem 9 un 10 izveidojies pārejas posms, kurā savienojot šos punktus ar taisnes nogriezni, iegūstam nepārtrauktu piepūles N_{3-4} ietekmes līniju. Šajā gadījumā pārejas taisnes virziens sakrīt ar ietekmes līnijas kreisā zara virzienu un līdz ar to piepūles N_{3-4} ietekmes līnija ierobežo trīsstūrveida laukumu. Visā kopnes garumā šīs ietekmes līnijas ordinātas ir negatīvas. Tātad visos sloģojuma gadījumos ar vertikāli uz leju vērstu slodzi stienis 3-4 tiek spiests.

Piepūles N_{9-10} ietekmes līnija. Analogā veidā konstruējama piepūles N_{9-10} ietekmes līnija. Šai gadījumā momentpunkts ir punkts 3 un ietekmes līniju aprakstošās izteiksmes ir

$$N_{9-10} = \frac{2d}{(h_1 + h_2)} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \quad (\text{labais zars})$$

un

$$N_{9-10} = \frac{4d}{(h_1 + h_2)} \frac{x}{\ell} \quad (\text{kreisais zars})$$

Attiecīgā ietekmes līnija N_{9-10} parādīta att. 6.37c.

Piepūles N_{3-10} ietekmes līnija. Piepūles N_{3-10} ietekmes līnijas konstruēšanai nevaram izmantot momentpunktu metodi, tā kā šis momentpunkts ir bezgalīgi tālu no šķēluma II-II. Tādēļ atšķeltajām kopnes daļām izmantojam projekciju līdzsvara vienādojumus uz vertikālu asi. Gadījumā, ja slodze pārvietojas pa kopnes labo daļu, no nosacījuma $\sum Y = 0$ kopnes kreisajai daļai, iegūstam sakarību

$$\sum Y = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) - N_{3-10} \cos \alpha = 0,$$

bet, ja slodze pārvietojas pa kopnes kreiso daļu, kopnes labajai daļai ir spēkā sakarība

$$\sum Y = \frac{x}{\ell} + N_{3-10} \cos \alpha = 0.$$

Tātad N_{3-10} ietekmes līnijas labo zaru apraksta izteiksme

$$N_{3-10} = \frac{1}{\cos \alpha} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right)$$

bet kreiso zaru izteiksme

$$N_{3-10} = -\frac{1}{\cos \alpha} \frac{x}{\ell}.$$

Attiecīgā ietekmes līnija redzama att. 6.37d. Starp punktiem 9 un 10 ietekmes līniju veido pārejas taisne.

Piepūļu noteikšanai kopnes stieņos projekciju vienādojumus var aizstāt ar vispārīgāku sakarību (skat. nod. 4.6)

$$Q^0 + N_{3-10} \cos \alpha = 0, \quad (6.17)$$

kur Q^0 ir šķērsspēka vērtība attiecīgajā šķēlumā divbalstu sijā, kuras laidums vienāds ar kopnes laidumu un kura slogota ar tādām pat slodzēm kā kopne (ekvivalentajā sijā).

No nosacījuma (6.17) seko $N_{3-10} = -\frac{Q^0}{\cos \alpha}$. Tā kā ietekmes līniju konstruēšanai var

lietot visas tās pašas metodes un sakarības kā piepūļu noteikšanai, tad arī ietekmes līni-

jām ir spēkā $N_{3-10}^{iet.lin.} = -\frac{Q^{0iet.lin.}}{\cos \alpha}$. Līdz ar to piepūles N_{3-10} izmaiņa atgāznī 3-

10 ir analoga šķērsspēka izmaiņai un tas nozīmē, ka N_{3-10} ietekmes līnijas ordinātas var iegūt izdalot atbilstošās šķērsspēka ietekmes līnijas ordinātas ekvivalentajai sijai ar koeficientu $\cos \alpha$.

Piepūles N_{4-10} ietekmes līnija. Piepūli N_{4-10} nosakām ar mezglu izgriešanas metodi, tādēļ ar šķēlumu III-III (att. 6.37) izgriežam mezglu 4. Piepūle stienī 4–10 radīsies tikai tai gadījumā, kad slodze būs pielikta augšējās joslas mezglam 4. Ja slodze pielikta pa kreisi vai pa labi no šī mezgla, piepūle N_{4-10} būs nulle. Līdz ar to N_{4-10} ietekmes līnijas ordinātas mezglā 3 un visos mezglos pa kreisi no tā, kā arī mezglā 5 un visos mezglos pa labi no tā ir nulle. Tātad piepūles N_{4-10} ietekmes līniju, slodzei pārvietojoties pa kopnes augšējo joslu, veido pārejas taisnes starp mezgliem 3 un 4 un starp mezgliem 4 un 5. Attiecīgā ietekmes līnija redzama att. 6.37e. Ietekmes līnijas ordinātas vērtība mezglā 4 ir viens. Slodzei pārvietojoties pa kopnes apakšējo joslu, visas ietekmes līnijas ordinātas ir vienādas ar nulli.

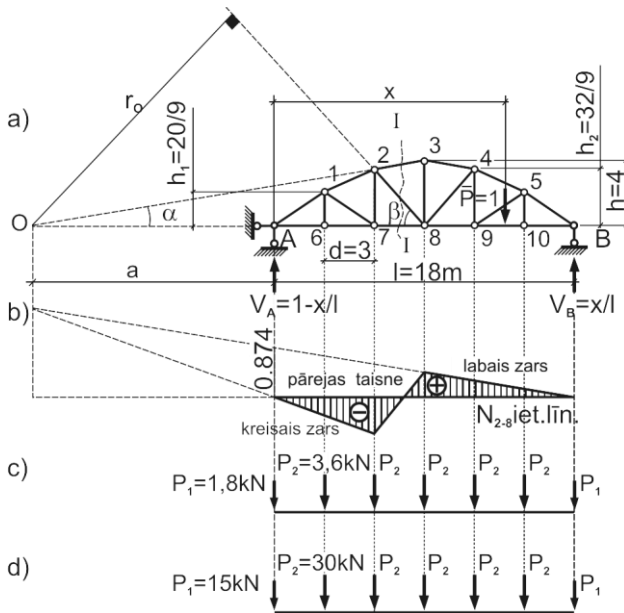
Piemērs 6.10 Uzkonstruēt att. 6.38 dotās kopnes stieņa 2-8 piepūles ietekmes līniju un noteikt N_{2-8} skaitlisko vērtību kopnes pašsvara rezultātā. Kopne veidota no IPE240 profila stieņiem un tās apakšējās joslas segums rada vienmērīgi izkliedētu slodzi ar intensitāti $q = 10 \text{ kN/m}$.

Atrisinājums. Izdarām šķēlumu I-I. Slodzei $\bar{P} = 1$ pārvietojoties pa labi no šī šķēluma, momentu līdzsvara vienādojums pret momentpunktu O kopnes kreisajai daļai ir:

$$\sum M_O = -V_A \cdot a + N_{2-8} \cdot r_O = 0.$$

Atbilstoši šim vienādojumam

$$N_{2-8} = \frac{V_A a}{r_O} = \frac{a}{r_O} \left(1 - \frac{x}{l} \right). \quad (\text{ietekmes līnijas labais zars})$$



att. 6.38

Lai noteiktu nogriežņa a garumu, izmantojam nogriežņa 2-3 slīpuma leņķi pret horizontālo asi. Tā kā stata 2-7 augstums ir $h_2 = 32/9 \text{ m}$, tad

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{h - h_2}{d} = \\ &= \frac{4 - 32/9}{3} = 0,1418 \end{aligned}$$

No trīsstūra O-2-7 iegūstam:

$$a + 2d = \frac{h_2}{\operatorname{tg} \alpha}$$

un

$$a = \frac{h_2}{\operatorname{tg} \alpha} - 2d = \frac{32}{9 \cdot 0,1418} - 2 \cdot 3 = 18 \text{ m}.$$

Piepūles N_{2-8} plecu pret momentpunktu O nosaka sakarība

$$r_o = \frac{a + 3d}{\sin \beta}.$$

Tā kā no trīsstūra 8-2-3 iegūstam

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{32}{9 \cdot 3} = 1,185, \text{ tad } \sin \beta = 0,764, \text{ jo } \sin \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta^2}$$

un

$$r_o = (18 + 9) \cdot 0,764 = 20,6m.$$

Ievietojot iegūtās parametru a un r_o skaitliskās vērtības piepūles N_{2-8} izteiksmē, iegūstam sakarību

$$N_{2-8} = \frac{18}{20,6} \left(1 - \frac{x}{18} \right) = 0,874 \left(1 - \frac{x}{18} \right),$$

kura apraksta ietekmes līnijas labo zaru. Tā ir taisne, kura krusto horizontālo asi punktā B un kuras ordināta virs kreisā balsta A (t.i. pie $x = 0$) ir 0,874.

Ietekmes līnijas kreiso zaru konstruējam izmantojot nosacījumu, ka abi ietekmes līnijas zari krustojas uz vertikāles, kura vilkta caur momentpunktu O. Iegūtā piepūles N_{2-8} ietekmes līnija parādīta att. 6.38b. Jāņem vērā, ka starp mezgliem 7 un 8 veidojas ietekmes līnijas pārejas taisne.

Lai noteiktu kopnes pašsvaru, nepieciešams zināt kopnes stieņu kopējo garumu. Kopne sastāv no 19 stieņiem, kuru kopējais garums ir

$$L = 2(3 \cdot 3 + 2,22 + 3,56 + 3,73 + 3,28 + 3,03 + 3,73 + 4,66) + 4 = \mathbf{70,4m}.$$

Tā kā IPE240 profila stieņu tekošā metra svars ir 307 N, tad kopnes kopējais svars ir **21,6kN**. Sadalot šo slodzi vienmērīgi pa kopnes apakšējo joslu, iegūstam izklaidētu slodzi ar intensitāti $q_{sv} = 1,2 \text{ kN/m}$. Slodžu shēma no pašsvara parādīta att. 6.38c, bet analoga slodžu shēma no kopnei pieliktās (seguma) slodzes att. 6.38d.

Slogojot piepūles N_{2-8} ietekmes līniju ar attiecīgām slodzēm, t.i., sareizinot mezgliem A, 6, 7, 8, 9, 10 un B pieliktās slodzes ar tām atbilstošajām ietekmes līnijas ordinātām

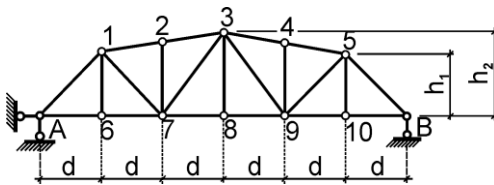
un iegūtos rezultātus sasummējot iegūstam meklēto piepūles N_{2-8} vērtību. Ordinātu vērtības sakopotas tabulā 6.4.

Ietekmes līnijas slogošana

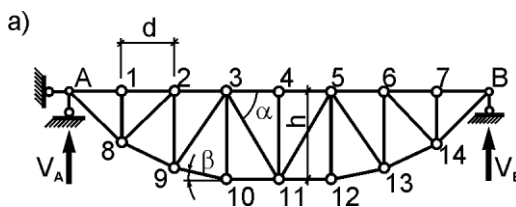
	y_A	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_B	Kopā
y	0	-0,291	-0,583	0,437	0,291	0,146	0	0
$y \cdot P_{sv}$	0	-1,048	-2,099	1,573	1,048	0,526	0	0
$y \cdot P_{sl}$	0	-8,73	-17,49	13,11	8,73	4,38	0	0

vienmērīgi izkliedētas slodzes piepūles stienī 2-8 nerodas.

Lasītājam rekomendējam *patstāvīgi*, lietojot izklāstīto metodiku noteikt piepūli stienī 1-7.



att. 6.39



att. 6.40

Tabula 6.4 To algebriskā summa ir nulle un arī šo ordinātu reizinājumu ar atbilstošajām slodžu vērtībām summa ir nulle. Tātad varam secināt, ka gan no pašsvara gan arī no

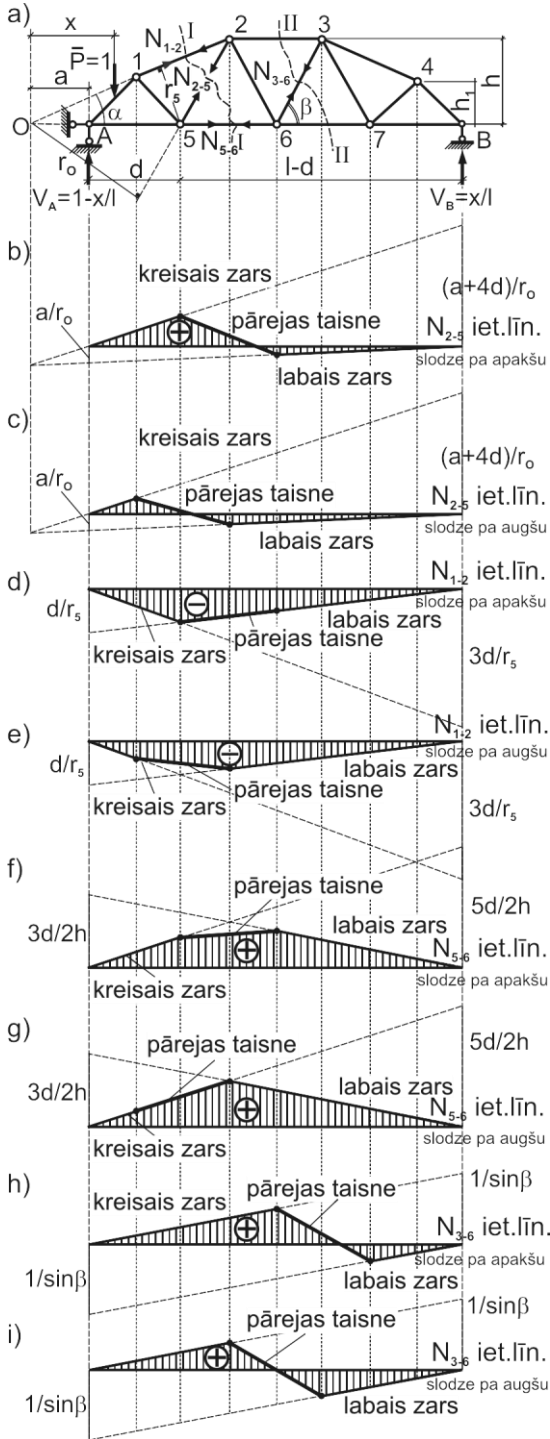
Uzdevums 6.1. (*patstāvīgam darbam*)

Uzkonstruēt otrā paneļa stienī un stienī 3-8 piepūļu ietekmes līnijas poligonālai kopnei, kura attēlota att. 6.39.

Uzdevums 6.2. (*patstāvīgam darbam*)

Uzkonstruēt otrā un trešā paneļa stienī piepūļu ietekmes līnijas kopnei, kura parādīta att. 6.40.

Iepriekš apskatītajām kopnēm konstruētās asspēku ietekmes līnijas nav atkarīgas no slodzes pārvietošanās ceļa. Kopnes var tikt slogotas kā pa apakšējo tā arī pa augšējo joslu. Att. 6.41 dotās kopnes gadījumā gadījumā atgāžņu ietekmes līnijām slodzei pārvietojoties pa augšējo vai pa apakšējo joslu ir atšķirīgs raksturs. Ietekmes līniju formas maiņa saistīta ar to, ka šāda veida kopnei pārejas taisnes slodzei pārvietojoties pa augšējo joslu



att. 6.41

vai pa apakšējo joslu savieno atšķirīgus mezglus.

Lai uzkonstruētu atgāžņa 2-5 piepūles N_{2-5} ietekmes līnijas, izdarām šķēlumu I-I. Tādā gadījumā momentpunkts ir punkts O un no kopnes kreisās daļas līdzsvara vienādojuma pret šo punktu

$$\sum M_O = N_{2-5} \cdot r_O + V_A a = 0$$

iegūstam izteiksmi

$$N_{2-5} = -\frac{V_A \cdot a}{r_O}.$$

(ietekmes līnijas labais zars)

Šī sakarība nosaka piepūles N_{2-5} ietekmes līnijas labo zaru, t.i., ietekmes līniju posmā no mezgla 2 līdz balstam B slodzei pārvietojoties pa kopnes augšējo joslu, vai posmā no mezgla 6 līdz balstam B slodzei pārvietojoties pa kopnes apakšējo joslu.

Sastādot kopnes labās atšķēlētās daļas momentu līdzsvara vienādojumu pret punktu O, iegūstam

$$\sum M_O = -N_{2-5} r_O + V_B (a + 4d) = 0.$$

No šī vienādojuma iegūstam piepūles N_{2-5} ietekmes līnijas kreisā zara analī-

tisko izteiksmi

$$N_{2-5} = -\frac{x(a+4d)}{4dr_o}.$$

Šī sakarība ir spēkā kopnes posmam no balsta A līdz mezgla 1 slodzei pārvietojoties pa augšējo kopnes joslu un no balsta A līdz mezgla 5 slodzei pārvietojoties pa apakšējo kopnes joslu.

N_{2-5} ietekmes līnijas slodzei pārvietojoties pa apakšējo joslu (att. 6.41b) un pa augšējo joslu (att. 6.41c) atšķiras ar pārejas taisnes atrašanās vietu. Pirmajā gadījumā pārejas taisne ir starp mezgliem 5 un 6, otrajā starp mezgliem 1 un 2.

Lai uzkonstruētu piepūles N_{3-6} **ietekmes līnijas**, izmantojam šķēlumu II-II. Tā kā stienis 2-3 ir paralēls stienim 6-7, momentpunktu metode nav izmantojama. Tādēļ pielietojot projekciju metodi (projicējam visus spēkus uz vertikālo Y asi) kopnes kreisās daļas līdzsvara vienādojums gadījumam, kad slodz $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kopnes labo daļu ir

$$\sum Y = N_{3-6} \sin \beta + V_A = 0.$$

No šī vienādojuma iegūstam

$$N_{3-6} = -\frac{V_A}{\sin \beta}. \quad (\text{ietekmes līnijas labais zars})$$

Analogā veidā, sastādot kopnes labās daļas spēku līdzsvara vienādojumu gadījumam, kad slodze pārvietojas pa kopnes kreiso daļu, iegūstam

$$N_{3-6} = \frac{V_B}{\sin \beta}. \quad (\text{ietekmes līnijas kreisais zars})$$

Tātad piepūles N_{3-6} ietekmes līnijas abus zarus veido divas slīpas paralēlas taisnes (att. 6.41h,i). Atkarībā no slodzes ceļa (pa apakšējo vai augšējo joslu) pārejas taisnes veidojas starp mezgliem 6 un 7 (att. 6.41h) vai 2 un 3 (att. 6.41i).

No ietekmes līniju formas varam secināt, ka piepūļu lielums slogojot kopni pa augšējo vai pa apakšējo joslu ir visai atšķirīgs.

Tā, piemēram, izkļiedētas slodzes gadījumā, kura izvietota uz kopnes augšējās joslas, stienī 3-6 radīsies stiepes spēks, bet slogojot kopnes apakšējo joslu stienī 3-6 piepūle

nerodas.

Tā kā piepūļu N_{1-2} un N_{5-6} ietekmes līniju ierobežotie laukumi slogojot kopni pa augšu un pa apakšu ir atšķirīgi, tad arī šo piepūļu vērtības atkarībā no tā, vai slodze izvietota uz augšējās joslas vai uz apakšējās joslas, būs atšķirīgas. No piepūles N_{2-5} ietekmes līnijām varam secināt, ka analogas slodzes izraisa atšķirīgas piepūles stienī 2-5 atkarībā no tā, vai slodze darbojas uz augšējo vai apakšējo kopnes joslu.

Piepūļu N_{1-2} un N_{5-6} ietekmes līniju ordinātas ir ar vienu zīmi, tas ir visas ordinātas ir vai nu pozitīvas vai negatīvas. Tomēr, kā redzams no att. 6.41d-g pārejas taisnēm slogojumos pa apakšējo vai augšējo kopnes joslu ir atšķirīgs raksturs.

Paralēljoslų kopnes

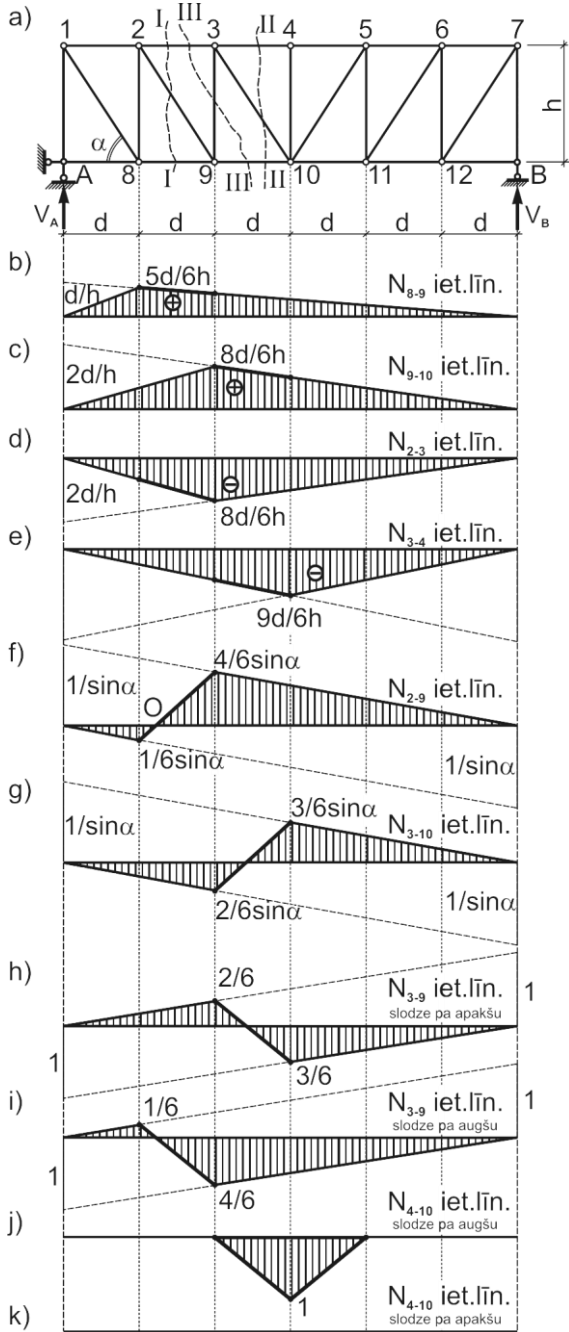
Ietekmes līniju konstruēšanas gaita un pamatsakarības paralēljoslų kopnēm ir līdzīgas poligonālveida kopņu gadījumiem ar to atšķirību, ka abu joslu stieņu pleci attiecībā pret to momentpunktiem ir vienādi un šo plecu garums sakrīt ar kopnes augstumu h . Tātad jebkura joslas stieņa piepūles ietekmes līnijai ir trīsstūrveida forma ar trīsstūra pamatu kopnes laiduma garumā un virsotni zem atbilstošā momentpunkta. Att. 6.42a dotās kopnes otrā un trešā paneļa joslu stieņu piepūļu N_{8-9} , N_{9-10} , N_{2-3} un N_{3-4} ietekmes līnijas parādītas att. 6.42b,c,d,e.

Visas šīs ietekmes līnijas var tikt iegūtas arī uzkonstruējot lieces momenta ietekmes līniju ekvivalentajai sijai šķēlumam, kas atbilst momentpunktam, un dalot tās ordinātas ar plecu h .

Konstruējot paralēljoslų kopņu režģa stieņu piepūļu ietekmes līnijas, līdzīgi kā iepriekšējā paragrāfā, atšķeltajai kopnes daļai jāizmanto projekciju līdzsvara vienādojumi uz vertikālu asi. Visu atgāžņu slīpums pret horizontālajām kopnes joslām ir konstants. To nosaka slīpuma leņķis $\alpha = \arctg(h/d)$. Izdarot šķēlumu I-I, līdzsvara vienādojums ir:

$$\sum Y = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) - N_{2-9} \sin \alpha = 0,$$

ja $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa labi no šķēluma I-I un



att. 6.42

$$\sum Y = \frac{x}{\ell} + N_{2-9} \sin \alpha = 0,$$

ja $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kreisi no šī šķēluma.

No šiem vienādojumiem iegūstam divas izteiksmes **piepūles** N_{2-9} ietekmes līnijas noteikšanai. Tās ir

$$N_{2-9} = \frac{1}{\sin \alpha} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right),$$

ja slodze atrodas pa labi no šķēluma I-I un

$$N_{2-9} = -\frac{1}{\sin \alpha} \frac{x}{\ell},$$

ja slodze atrodas pa kreisi no šķēluma I-I.

Atbilstoši šīm izteiksmēm konstruētie ietekmes līnijas zari parādīti att. 6.42f. Šos zarus savieno pārejas taisne starp mezgliem 8 un 9 (vai 2 un 3 ja slogota augšējā josla), kura krusto x asi punktā O. Šim punktam atbilst ordinātas vērtība $y = 0$ un piepūles vērtība $N_{2-9} = 0$. Šāds slodzes stāvoklis var realizēties, piemēram, netiešā (mezglu) slogojuma gadījumā (skat. nod. 6.5).

Analogā veidā konstruējam piepūles N_{3-10} ietekmes līniju. Šim nolūkam izmantojam tās pašas izteiksmes. Vienīgā atšķirība starp piepūļu N_{2-9} un N_{3-10} ietekmes līnijām ir tā,

ka to pārejas taisnes atrodas dažādās vietās. Tas arī saprotams, jo šķēlums II–II atšķirībā no šķēluma I–I šķēl trešo kopnes paneli. Piepūles N_{3-10} ietekmes līnija parādīta att. 6.42g.

Lai uzkonstruētu stata 3-9 **piepūles N_{3-9} ietekmes līniju**, jāizdara slīps šķēlums III–III. Šāda šķēluma īpatnība ir tā, ka tas šķēl kopnes augšējo un apakšējo joslu dažādos paneļos. Līdz ar to pārejas posms slodzei pārvietojoties pa apakšējo vai augšējo joslu būs atšķirīgās vietās. Tātad jāizšķir divi neatkarīgi slogojuma gadījumi: slodze pārvietojas pa kopnes apakšējo joslu vai slodze pārvietojas pa kopnes augšējo joslu.

Vispirms pievērsīsimies gadījumam, kad slodze pārvietojas pa kopnes **apakšējo joslu**.

Gadījumā, ja:

a) slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa labi no šķēluma III–III, no līdzsvara vienādojuma

$$\sum Y = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) + N_{3-9} = 0, \text{ seko, ka } N_{3-9} = -\left(1 - \frac{x}{\ell}\right);$$

b) slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kreisi no šķēluma III–III, iegūstam

$$\sum Y = \frac{x}{\ell} - N_{3-9} = 0, \text{ un } N_{3-9} = \frac{x}{\ell}.$$

No iegūtajām sakarībām secinām, ka slodzei pārvietojoties pa labi no šķēluma (t.i. no mezgla 10 līdz B), piepūles N_{3-9} ietekmes līnijas ordinātas mainās pēc balstu reakcijas V_A maiņas likuma ar mīnus zīmi, bet slodzei pārvietojoties pa kreisi no mezgla 9 – pēc balstu reakcijas V_B maiņas likuma. Atbilstoši iegūtajām sakarībām konstruētā N_{3-9} ietekmes līnija parādīta att. 6.42h. Tā kā slodze pārvietojas pa apakšējo kopnes joslu, tad pārejas taisne veidojas posmā starp 9 un 10 mezglu.

Gadījumā, ja slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kopnes augšējo joslu, piepūles N_{3-9} izmaiņas likumu raksturo tās pašas izteiksmes. Vienīgā atšķirība ir tā, ka šķēlums III–III sadala kopnes augšējo joslu starp mezgliem 2 un 3. Līdz ar to ietekmes līnijas pārejas posms arī ir starp šiem mezgliem.

Piepūles N_{3-9} ietekmes līnija slodzei pārvietojoties pa augšējo joslu parādīta att. 6.42i.

Lai konstruētu **piepūles N_{4-10} ietekmes līniju**, izgriežam mezglu 4. Analizējam divus

slogojuma variantus: slodze pārvietojas pa augšējo kopnes joslu, slodze pārvietojas pa apakšējo kopnes joslu. Pirmajā gadījumā, kad slodze pārvietojas pa augšējo joslu, statā 4-10 piepūle ir vienāda ar slodzi $P = 1$ tikai gadījumā, ja šī slodze pielikta mezglam 4, Pārējo augšējās joslas mezglu noslodzes gadījumos piepūle stienī 4 – 10 nerodas. Tātad posmos no 1 līdz 3 un no 5 līdz 7 piepūles N_{4-10} ietekmes līnijas zaru ordinātas ir nulle.

Savienojot mezgliem 3, 4 un 5 atbilstošos ietekmes līniju ordinātu galapunktus ar pārējas taisnēm, iegūstam Ietekmes līniju, kura parādīta att. 6.42j. Gadījumā, ja slodze pārvietojas pa apakšējo joslu stienis 4–10 ir nulles stienis pie jebkura slodzes novietojuma un tātad piepūles N_{4-10} ietekmes līnija ir taisne, kas sakrīt ar abscisu asi. (att. 6.42k)

Piemērs 6.11. Uzkonstruēt piepūļu N_{2-3} , N_{8-9} , N_{3-8} , N_{3-9} , N_{3-4} ietekmes līnijas att. 6.43 dotajai kopnei.

Atrisinājums. Izdarot šķēlumu I-I, iegūstam divas sašķeltās kopnes daļas: kreiso un labo. Sastādām līdzsvara vienādojumus katrai no tām atsevišķi. Kreisās daļas līdzsvara vienādojums pret mezglu 8 dod iespēju noteikt **piepūles** N_{2-3} izmaiņas likumu slodzei pārvietojoties pa atšķeltās kopnes labo daļu. Tā rezultātā iegūstam izteiksmi

$$N_{2-3} = -\frac{d}{h} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right).$$

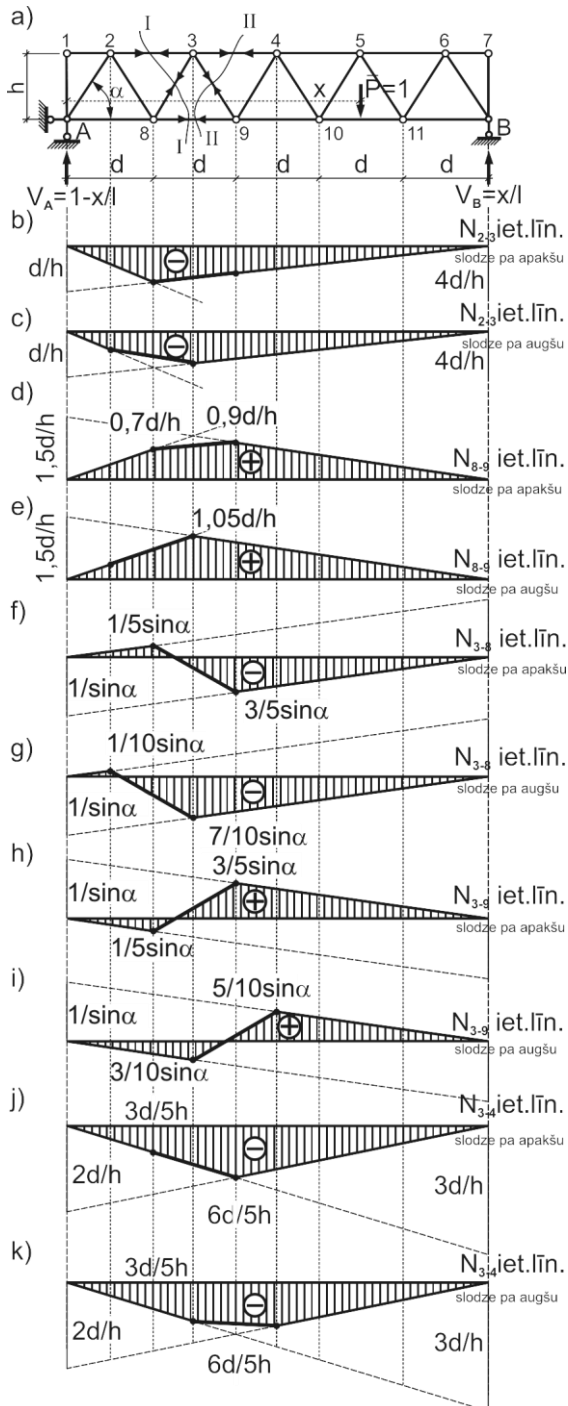
(ietekmes līnijas labais zars)

No labās kopnes daļas momentu līdzsvara vienādojuma pret punktu 8, iegūstam

$$N_{2-3} = -\frac{4d}{h} \frac{x}{\ell} \quad (\text{ietekmes līnijas kreisais zars}).$$

Līdzīgi, sastādot līdzsvara vienādojumus kreisajai un labajai kopnes daļai pret punktu 3, iegūstam divas izteiksmes **piepūles** N_{8-9} ietekmes līnijas konstruēšanai:

$$N_{8-9} = \frac{1,5d}{h} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right); \quad (\text{ietekmes līnijas labais zars})$$



att. 6.43

(šai balstā $N_{2,3}=N_{8,9}=0$) novelkam taisni;

$$N_{8-9} = \frac{3,5d}{h} \cdot \frac{x}{\ell}.$$

(ietekmes līnijas kreisais zars)

Svarīgi ņemt vērā, ka šķēlums I-I augšējo kopnes joslu šķēl starp mezgliem 2 un 3, bet apakšējo kopnes joslu starp mezgliem 8 un 9. Šo mezglu attālumi no kopnes balsta ir atšķirīgi. Tātad svarīgi ievērot, pa kuru kopnes joslu pārvietojas vienības slodze $\bar{P}=1$. Ietekmes līnijas pārejas taisnes novietojums gadījumam, kad slodze pārvietojas pa augšējo vai pa apakšējo joslu, būs atšķirīgs. Attiecīgās ietekmes līnijas parādītas att. 6.43b,c un 6.43d,e.

Praktiskai ietekmes līnijas konstruēšanai izmantojot momentpunkta metodi varam izpildīt sekojošas darbības:

1) virs kreisā balsta atliekam stienā piepūles vērtību, kura atbilst nosacījumam $x=0$. Piepūles $N_{2,3}$ gadījumā tā ir $-\frac{d}{h}$, bet piepūlei $N_{8,9}$

tā ir $\frac{1,5d}{h}$;

2) caur iegūto punktu un balstu B

3) analogā veidā konstruējam otru taisni, kura krusto x asi balstā A, bet virs balsta B tā

$$\text{iet caur punktu } N_{2-3} = -\frac{4d}{h} \quad \text{vai} \quad N_{8-9} = \frac{3,5d}{h};$$

4) iegūtajām taisnēm jākrustojas vienā punktā, kuru iegūstam pielīdzinot piepūles N_{2-3} (N_{8-9}) abas izteiksmes (labajam un kreisajam zaram). Tā iegūstam vienādojumu

$$-\frac{d}{h} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) = -\frac{4d}{h} \frac{x}{\ell},$$

no kura nosakām vērtību $x_c = 0,2l$. Tā ir abu ietekmes līnijas zaru krustpunkta koordināte uz abscisu ass un varam pārliecināties, ka šis krustpunkts atrodas zem momentpunkta piepūles N_{2-3} noteikšanai.

Analogi piepūles N_{8-9} ietekmes līnijas konstruēšanai iegūstam vienādojumu

$$\frac{1,5d}{h} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right) = \frac{3,5d}{h} \frac{x}{\ell},$$

kuru atrisinot attiecībā pret x , iegūstam $x_c = 0,3l$;

5) projicējam pāršķeltā paneļa ierobežojošos punktus uz iegūtajām krustiskajām taisnēm. Te jāapskata divi gadījumi: augšējā kopnes josla un apakšējā kopnes josla. Vispārīgā gadījumā (arī mūsu konkrētajai kopnei) šķēlumu ierobežojošo mezglu izvietojums augšējā un apakšējā joslā var neatrasties vienā pret kopnes laidumu perpendikulārā plaknē. Tātad ietekmes līnijas pārejas taisnes slodzei pārvietojoties pa augšējo joslu un pa apakšējo joslu, atšķiras. Tā, piem., piepūles N_{2-3} ietekmes līnija, slogojot kopni pa augšu, pārejas punkti atrodas zem mezgliem 2 un 3, bet slogojot kopni pa apakšu, šie punkti atrodas zem mezgliem 8 un 9;

6) N_{2-3} ietekmes līnijas ordinātas vērtību ietekmes līnijas zaru krustpunktā nosakām izmantojot atrasto $x_c = 0,2l$ vērtību. Tā rezultātā iegūstam $y_c = 1,2$.

Līdzīgā veidā N_{8-9} ietekmes līnijai pie nosacījuma $x = x_c = 0,3l$, iegūstam $y_c = 1,575$.

Tāpat tiek iegūtas arī ordinātu vērtības pārejos punktos.

Piepūles N_{3-8} **ietekmes līnijas** konstruēšanai izmantojam šķēlumu I-I un projekciju līdzsvara vienādojumus uz vertikālu asi. Tā rezultātā iegūstam divas izteiksmes

$$N_{3-8} = \frac{-1}{\sin \alpha} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right); \quad (\text{ietekmes līnijas labais zars})$$

$$N_{3-8} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{x}{\ell}. \quad (\text{ietekmes līnijas kreisais zars})$$

Atbilstoši šīm izteiksmēm konstruējam divas taisnes. Tās ir paralēlas un atrodas attālumā $1/\sin \alpha$ viena no otras. Gadījumā, ja slodze pārvietojas pa kopnes apakšējo joslu, pārejas taisne veidojas starp punktiem 8 un 9. att. 6.43f. Gadījumā, ja slodze pārvietojas pa augšējo joslu, pārejas taisne ir starp punktiem 2 un 3. att. 6.43g. Tā kā pārejas taisne krusto x asi, tad izveidojas nullpunkts, kurā novietojot slodzi uz kopnes, attiecīgajā kopnes stienī piepūles nerodas (mezglu slogojuma gadījumā). Nullpunktu koordinātes noteikšanai izmantojam nosacījumu par līdzīgiem trīsstūriem, kurus veido pārejas taisne, x ass un ietekmes līnijas ordinātas pārejas punktos. Piepūles N_{3-8} ietekmes līnijai, ja slodze pārvietojas pa augšējo joslu, ir spēkā sakarība

$$\frac{y_2}{-y_3} = \frac{\ell_1}{d - \ell_1}.$$

No šīs sakarības iegūstam izteiksmi

$$\ell_1 = \frac{y_2}{y_2 - y_3} d.$$

Tātad nullpunkta abscisa ir $x_0 = \frac{d}{2} + \ell_1$.

Gadījumā, ja slodze pārvietojas pa kopnes apakšējo joslu, iegūstam izteiksmi

$$\ell_2 = \frac{y_8}{y_8 - y_9} d,$$

bet nullpunkta abscisa šajā gadījumā ir $x_0 = d + \ell_2$.

Izmantojot šķēlumu II-II, **piepūles N_{3-9} ietekmes līnijas** konstruēšanā izmantojam līdzsvara vienādojumus:

$$\sum Y = V_A - N_{3-9} \sin \alpha = 0,$$

gadījumam, ja slodze ir pa labi no šķēluma un

$$\sum Y = V_B + N_{3-9} \sin \alpha = 0,$$

ja slodze ir pa kreisi no šķēluma.

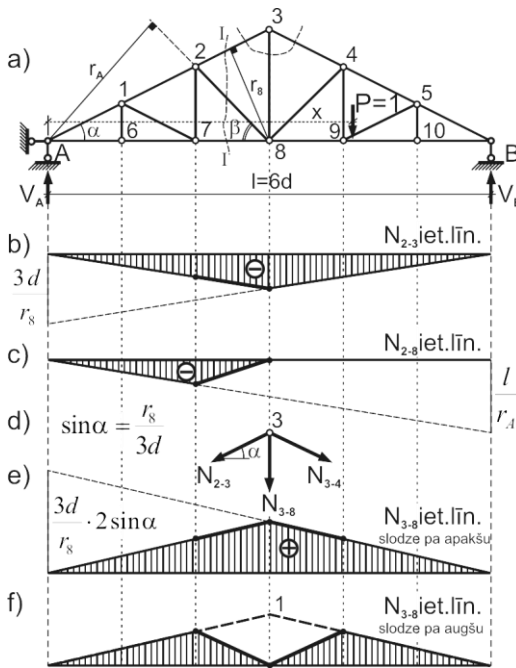
No šiem vienādojumiem iegūstam sakarības

$$N_{3-9} = \frac{1}{\sin \alpha} V_A, \quad N_{3-9} = -\frac{1}{\sin \alpha} V_B.$$

Līdzīgi kā piepūles N_{3-8} gadījumā, iegūtās sakarības apraksta divas slīpas paralēlas taisnes, kuras viena pret otru nobīdītas ordinātu ass virzienā par lielumu $1/\sin \alpha$. Atšķirībā no iepriekšējā, šo taisņu vērsums ir pretējā virzienā, tām ir krītošs raksturs. Veicot analogas konstrukcijas kā piepūles N_{3-8} gadījumā, iegūstam divas piepūles N_{3-9} ietekmes līnijas (att. 6.43h,i).

Piepūles N_{3-4} ietekmes līniju nosakām izmantojot momentpunktu 9. Nepieciešamos aprēķinus lasītājam rekomendējam veikt patstāvīgi un iegūtos rezultātus salīdzināt ar att. 6.43j,k redzamajiem.

Trīsstūrveida kopnes stieņu ietekmes līnijas



att. 6.44

Piemērs 6.12. Uzkonstruēt att. 6.44 dotās trīsstūrveida kopnes stieņu 2-3, 2-8, 3-8 piepūļu ietekmes līnijas.

Atrisinājums. Piepūles N_{2-3} ietekmes līnija. Izdarām kopnes šķēlumu I-I pa tās trešo paneli un sastādām kopnes kreisās daļas līdzsvara vienādojumu attiecībā pret mezglu 8, pie nosacījuma, ka slodze $\bar{P} = 1$ atrodas kopnes labajā daļā. Iegūstam vienādojumu

$$\sum M_8 = V_A \cdot 3d + N_{2-3} \cdot r_8 = 0.$$

No šī vienādojuma seko, ka

$$N_{2-3} = -\frac{3d}{r_8} \left(1 - \frac{x}{\ell} \right).$$

Atbilstoši šai izteiksmei konstruējam taisni, kura iet caur punktiem $y \Big|_{x=l} = 0$ un

$$y \Big|_{x=0} = -\frac{3d}{r_8}. \text{ Šī taisne ir } N_{2-3} \text{ ietekmes līnijas labais zars.}$$

Analogā veidā varam konstruēt arī otru taisni, kuru nosakām no kopnes labās puses līdzsvara nosacījuma, bet tā kā ir zināms, ka abas šīs taisnes krustosies zem momentpunkta 8, tad varam rīkoties arī savādāk - projicēt punktu 8 uz ietekmes līniju veidojošo taisni un iegūto punktu savienot ar kopnes kreisajam balstam atbilstošo punktu.

Iegūstam trīsstūrveida ietekmes līniju ar virsotni zem momentpunkta 8. Visas ietekmes līnijas ordinātas ir negatīvas, tātad jebkuras vertikālas uz leju vērstas slodzes gadījumā stienis 2-3 tiek spiests. Piepūles N_{2-3} lielums nav atkarīgs no tā, vai kopne tiek slogota pa augšējo vai pa apakšējo joslu. Attiecīgā ietekmes līnija redzama att. 6.44b.

Piepūles N_{2-8} ietekmes līnija. Sastādot kopnes kreisās daļas momentu līdzsvara vienādojumu attiecībā pret momentpunktu A ($\bar{P} = 1$ pārvietojas pa kopnes labo daļu) iegūstam sakarību:

$$\sum M_A = N_{2-8} \cdot r_A = 0.$$

Tātad esam ieguvuši, ka $N_{2-8}=0$ gadījumā, ja slodze pārvietojas pa kopnes labo daļu. Tas nozīmē, ka ietekmes līnijas labais zars sakrīt ar abscisu asi. Lai noteiktu kreiso ietekmes līnijas zaru, sastādām kopnes labās daļas momentu līdzsvara vienādojumu pret punktu A pie nosacījuma, ka slodze $\bar{P} = 1$ pārvietojas pa atšķelto kreiso daļu. Tā rezultātā iegūstam vienādojumu $\sum M_A = V_B \cdot \ell + N_{2-8} \cdot r_A = 0$, no kura nosakām

$$\text{piepūles } N_{2-8} \text{ izmaiņas likumu: } N_{2-8} = -\frac{\ell}{r_A} \cdot \frac{x}{\ell}.$$

Šai sakarībai atbilstošā taisne redzama att. 6.44c. Šī taisne apraksta N_{2-8} ietekmes līniju posmā starp mezgliem A un 7. Posmā 7-8 tiek vilkta pārejas taisne, savienojot ietekmes līnijas kreiso zaru ar tās labo zaru. Tātad arī šai gadījumā stienis 2-8 tiek spiests pie jebkuras vertikālas uz leju vērstas slodzes, kura darbojas kopnes kreisajā daļā. Jau ie-

priekš konstatējām, ka slogojot kopnes labo daļu stienis 2-8 netiek noslogots. Piepūles N_{2-8} vērtība nav atkarīga no tā vai kopne tiek slogota pa augšu vai pa apakšu.

Piepūles N_{3-8} ietekmes līnija. Izgriežam mezglu 3 (att.6.44d) un projicējam visus spēkus, kuri darbojas šai mezglā uz horizontālu asi. No spēku līdzsvara nosacījuma iegūstam vienādojumu:

$$\sum X = N_{2-3} \cos \alpha - N_{3-4} \cos \alpha = 0 .$$

No tā seko, ka $N_{3-4} = N_{2-3}$.

Projicējot mezglā 3 darbojošos spēkus uz vertikālu asi, iegūstam vienādojumu:

$$\sum Y = -N_{3-8} - 2N_{2-3} \sin \alpha = 0 , \text{ no kura seko, ka}$$

$$N_{3-8} = -2N_{2-3} \sin \alpha .$$

Attiecinot šo sakarību uz piepūļu N_{3-8} , N_{2-3} ietekmes līnijām, iegūstam, ka

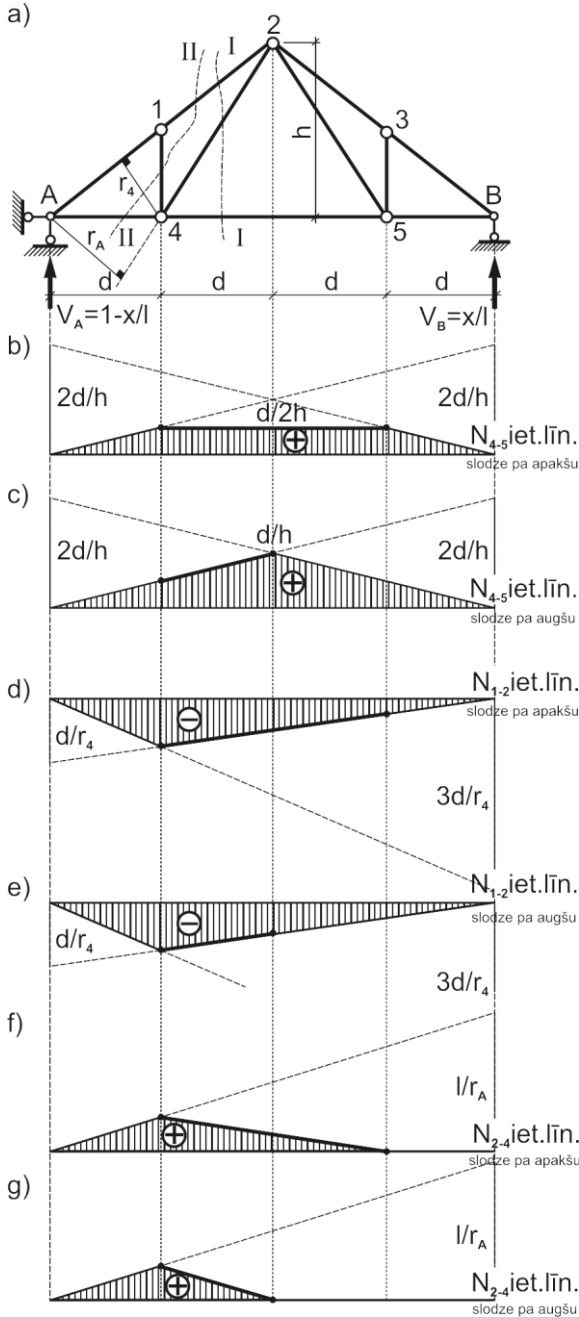
$$N_{3-8} \text{iet.lin.} = -2 \sin \alpha \cdot N_{2-3} \text{iet.lin.}$$

Tātad piepūles N_{3-8} ietekmes līnija ir vienāda ar piepūles N_{2-3} ietekmes līniju, kuras ordinātas pareizinātas ar koeficientu $-2 \sin \alpha$. Iegūtā piepūles N_{3-8} ietekmes līnija parādīta att. 6.44e. Svarīgi ņemt vērā, ka šī ietekmes līnija attiecas uz slogojuma pa kopnes apakšējo joslu. Ietekmes līnija, slodzei pārvietojoties pa kopnes augšējo joslu, redzama att. 6.44f.

Mezglā 3 pieliktā vienības slodze kompensē piepūļu N_{2-3} un N_{3-4} darbību un piepūle stienī 3-8 iznāk vienāda ar nulli.

Piemērs 6.13. Noteikt piepūļu izmaiņas kopnes (att. 6.45a) stieņos slodzei pārvietojoties pa augšējo vai apakšējo joslu.

Atrisinājums. Konstruējam atsevišķu stieņu piepūļu ietekmes līnijas. Izdarot šķēlumu I-I, sastādām momentu līdzsvara vienādojumu pret mezglu 2. Iegūstam vienādojumus piepūles N_{4-5} ietekmes līnijas konstruēšanai:



att. 6.45

$$N_{12}r_4 + V_B 3d = 0.$$

$$(\bar{P} = 1 \text{ pa kreisi no šķēluma I-I})$$

Tātad piepūles N_{12} ietekmes līniju veido taisnes

$$N_{45} \cdot h - V_A \cdot 2d = 0 ;$$

$$(\bar{P} = 1 \text{ pa labi no šķēluma I-I})$$

$$-N_{45} \cdot h - V_B \cdot 2d = 0 .$$

$$(\bar{P} = 1 \text{ pa kreisi no šķēluma I-I})$$

$$\text{Tā kā } V_A = 1 - \frac{x}{l}, \text{ bet } V_B = \frac{x}{l},$$

tad iegūstam divus taisnes vienādojumus

$$N_{45} = \frac{2d}{h} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

(ietekmes līnijas labais zars)

un

$$N_{45} = \frac{2d}{h} \frac{x}{l} .$$

(ietekmes līnijas kreisais zars)

Šīm sakarībām atbilstošās ietekmes līnijas parādītas att. 6.45 b,c. Svarīgi ņemt vērā, ka piepūles N_{4-5} ietekmes līnijas slogojumam pa augšējo un pa apakšējo joslu atšķiras.

Sastādot līdzsvara vienādojumus atšķeltajām kopnes daļām pret punktu 4, iegūstam vienādojumus:

$$N_{12}r_4 + V_A d = 0 ;$$

$$(\bar{P} = 1 \text{ pa labi no šķēluma I-I})$$

$$N_{12} = -\frac{d}{r_4} \left(1 - \frac{x}{4d} \right) \quad \text{un} \quad N_{12} = -\frac{3d}{r_4} \frac{x}{d}.$$

Atbilstošās ietekmes līnijas slogojumam pa augšu un apakšu parādītas att. 6.45d,e. Abas ietekmes līnijas slogojot kopni gan pa augšu, gan pa apakšu sakrīt, lai gan pārejas taisnes ir dažādās vietās.

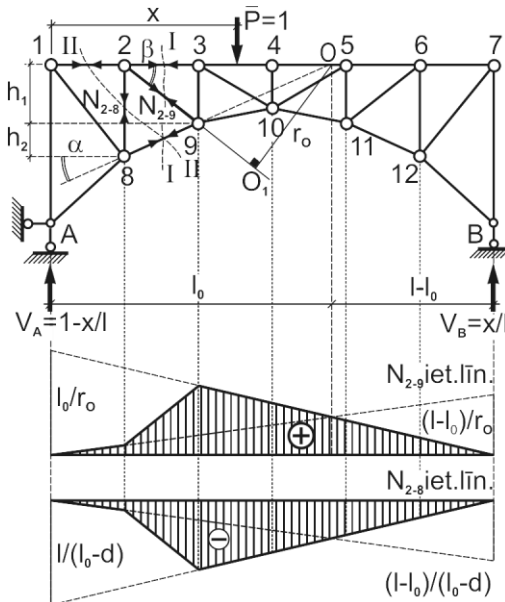
Sastādot kopnes atšķeltajām daļām momentu līdzsvara vienādojumus pret punktu A, iegūstam:

$$N_{24} \cdot r_A = 0, \quad (\bar{P} = 1 \text{ pa labi no šķēluma I-I})$$

$$-N_{24} r_A + V_B 4d = 0. \quad (\bar{P} = 1 \text{ pa kreisi no šķēluma I-I})$$

Tātad, ja slodze pārvietojas pa labo pāršķeltās kopnes daļu, tad $N_{24}=0$, bet, ja slodze ir pa kreisi no šķēluma, tad $N_{24} = \frac{4d}{r_A} \frac{x}{4d} = \frac{x}{r_A}$.

Šī taisne un attiecīgās ietekmes līnijas slodzei pārvietojoties pa augšējo vai apakšējo kopnes joslu parādītas att. 6.45f,g.



att. 6.46

Piemērs 6.14. Konstruēt kopnes (att. 6.46) stieņu 2-9 un 2-8 piepūļu ietekmes līnijas.

Atrisinājums. Izdarām šķēlumu I-I un sastādām momenta līdzsvara vienādojumu kreisajai kopnes daļai pret punktu O. Tā kā slodze šai gadījumā pārvietojas pa labo kopnes daļu, tad iegūstam sakarību:

$$-V_A l_0 + N_{2-9} r_0 = 0$$

un līdz ar to piepūles N_{2-9} ietekmes līni-

jas labo zaru nosaka izteiksme

$$N_{2-9} = V_A l_0 / r_0.$$

šī izteiksme apraksta taisni (balsta reakcijas V_A ietekmes līniju), kuras ordinātas vērtība balsta A plaknē ir l_0/r_0 .

No momentu līdzsvara vienādojuma labajai kopnes daļai

$$V_B(l - l_0) - N_{2-9}r_0 = 0$$

iegūstam sakarību

$$N_{2-9} = V_B(l - l_0) / r_0,$$

kura apraksta piepūles N_{2-9} ietekmes līnijas kreiso zaru. Tā ir taisne atbilstoša balstu reakcijas V_B ietekmes līnijai, kuras ordinātas reizinātas ar koeficientu $(l - l_0)/r_0$. Starp mezgliem 2 un 3 velkama pārejas taisne. Tā rezultātā iegūtā piepūles N_{2-9} ietekmes līnija redzama att. 6.46b.

Parametrus l_0 un r_0 nosakām no trīsstūru attiecībām. Stieņa 8-9 slīpumu attiecībā pret horizontālu asi, nosaka sakarība $\operatorname{tg} \alpha = h_2 / d$.

No trīsstūra 2-0-8 nosakām nogriežņa 2-0 garumu. Tas ir $l_{2-0} = (h_1 + h_2) \operatorname{ctg} \alpha$ (leņķis 2-0-8 arī ir α) un līdz ar to iegūstam, ka $l_0 = d + (h_1 + h_2) \operatorname{ctg} \alpha$. No trīsstūra 2-0-0' nogrieznis r_0 izsakās ar sakarību

$$r_0 = (h_1 + h_2) \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \beta \quad \text{vai ņemot vērā, ka } \operatorname{tg} \beta = \frac{h_1}{d} \quad \text{un} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{h_2}{d}, \quad \text{ie-}$$

gūstam

$$l_0 = d(2 + h_1 / h_2), \quad r_0 = (1 + h_1 / h_2) \cdot \frac{dh_1}{\sqrt{d^2 + h_1^2}}.$$

Izmantojot šķēlumu 2-2 un sastādot momentu līdzsvara vienādojums pret momentpunktu 0 labajai un kreisajai kopnes daļai, iegūstam sakarības piepūles N_{2-8} ietekmes līnijas kreisajam un labajam zaram:

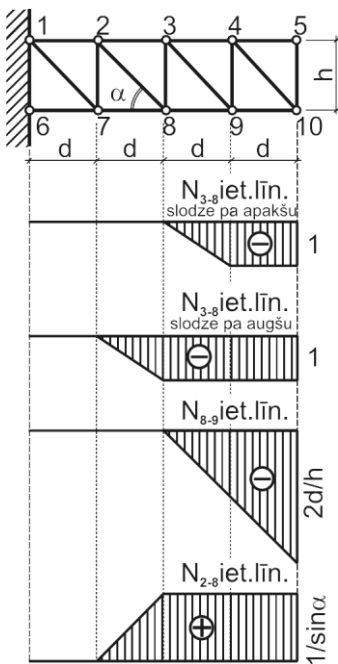
$$N_{2-8} = -\frac{l}{l_0 - d} V_A, \quad N_{2-8} = -\frac{l - l_0}{l_0 - d} V_B.$$

Pieņemot, ka slodze pārvietojas pa kopnes augšējo joslu, pārejas posms ir starp mez-

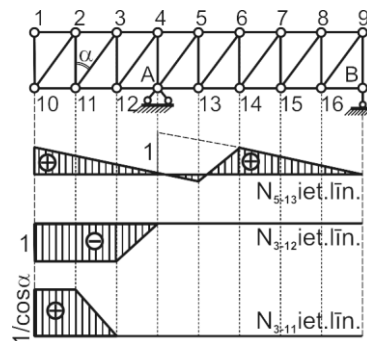
gliem 1 un 2. Iegūtā piepūles N_{2-9} ietekmes līnija redzama att. 6.46c.

Konsolveida kopņu stieņu piepūļu ietekmes līnijas

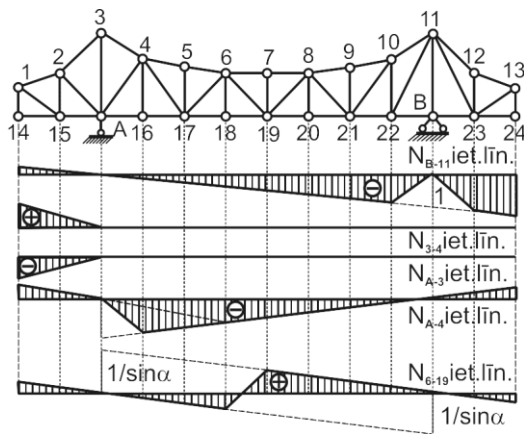
Konsolveida kopņu stieņu piepūļu ietekmes līniju kopēja īpatnība ir tā, ka posmā starp balstu un kopnes šķēlumu ietekmes līniju ordinātas ir nulle. Līdz ar to, slodzei $\bar{P} = 1$ pārvietojoties pa kopnes balstīto daļu (starp balstu un nosacīto šķēlumu), piepūle attiecīgajā stienī nerodas.



att. 6.47



att. 6.48



att. 6.49

Att. 6.47 dota paralēljoslų konsolveida kopne un attēlotas vairāku tās stieņu piepūļu ietekmes līnijas, kuras iegūtas izmantojot iepriekš izklāstīto ietekmes līniju konstruēšanas metodiku. Lasītāja uzdevums ir pārbaudīt šo ietekmes līniju pareizību, patstāvīgi veicot to konstruēšanu vai arī noslogojot dotās ietekmes līnijas ar patvaļīgi izvēlētu

statisku slodzi un salīdzināt iegūtās piepūļu vērtības ar analītiski noteiktām.

Att. 6.48 un att. 6.49 sakopoti vairāku stieņu piepūļu ietekmes līnijas divu veidu kopnēm ar konsolēm. Lasītāja uzdevums ir veikt doto kopņu stieņu piepūļu ietekmes līniju pārbaudi.

6.10. Kopņu stieņu piepūļu izmaiņa kustīgas slodzes gadījumos

Piepūļu izmaiņu kopnes stieņos, izmainoties uzdotas slodžu sistēmas stāvoklim uz kopnes, nosaka izmantojot piepūles ietekmes līnijas. Būtiski ir noteikt maksimālo stiepes vai spiedes piepūles vērtību konkrētā stienī, kuru izraisa uzdotā slodžu sistēma. Šāda sistēma var būt atsevišķu koncentrētu spēku kopums fiksētā attālumā viens no otra vai vienmērīgi izkliedētā slodze ar fiksētu garumu.

Ekstremālas piepūļu vērtības stieņos ar mainzīmju ietekmes līnijām tiek sasniegtas gadījumos, kas visa slodze atrodas tikai virs pozitīvās vai negatīvās ietekmes līnijas daļas.

Koncentrētu spēku sistēmas izraisīto piepūli nosaka sakarība

$$N = \sum P_i y_i, \quad (6.18)$$

kur P_i koncentrētie spēki, y_i – attiecīgās piepūles ietekmes līnijas ordinātas zem šiem spēkiem.

Ekstremālo piepūļu vērtību aprēķināšanai ir nepieciešams noteikt kritisko koncentrēto spēku sistēmas novietojumu. Pārvietojoties pa kopni saistītu spēku sistēmai, piepūles stienī mainās, jo mainās ietekmes līnijas ordinātas. Bīstamākais slodzes novietojums virs laužas formas ietekmes līnijas iestājas tad, kad viens no koncentrētiem spēkiem (saukts kritiskais) atrodas virs ietekmes līnijas virsotnes.

Kritiskais spēks tiek noteikts piemeklēšanas veidā, veicot vairākkārtīgu slodzes izvietojuma maiņu un analizējot summu

$$\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i, \quad (6.19)$$

kur α_i – ietekmes līnijas posmu slīpuma leņķi pret horizontālo virzienu.

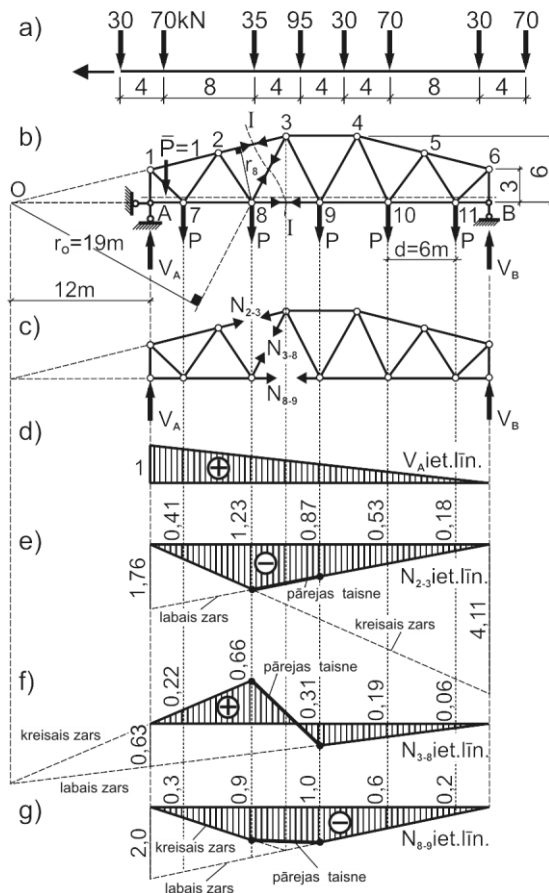
Gadījumā, kad, pārvietojoties spēku sistēmai virs ietekmes līnijas, spēkam, kurš pieņemts par kritisko, šķērsojot ietekmes līnijas virsotni, mainās summas $\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i$ zīme, slodžu stāvoklis atbilst ekstremālai (maksimālai vai minimālai) piepūles vērtībai.

Trīsstūrveida ietekmes līnijas gadījumā (tā sastāv no divām taisnēm ar atšķirīgiem slīpuma leņķiem) kritiskā slodzes stāvokļa noteikšana reducējas uz divām nevienādībām

$$\frac{\sum P_{kreis} + P_{kr}}{a} > \frac{\sum P_{lab}}{b} \quad (6.20)$$

$$\frac{\sum P_{kreis}}{a} < \frac{\sum P_{lab} + P_{kr}}{b} \quad (6.21)$$

kur $\sum P_{kreis}, \sum P_{lab}$ - spēku summas pa kreisi un pa labi no ietekmes līnijas virsotnes; P_{kr} - kritiskais spēks; a, b - ietekmes līnijas kreisā un labā zara projekcija uz horizontālās ass.



att. 6.50

Piemērs 6.15. Uzkonstruēt attēlā 6.50b dotās kopnes stieņu piepūli N_{2-3} , N_{3-8} un N_{8-9} ietekmes līnijas gadījumam, kad slodze pārvietojas pa apakšējo joslu. Noteikt piepūles šajos stieņos no kopnes pašsvara, kurš pielikts apakšējās joslas mezglos spēku $P = 60$ kN veidā. Noteikt kritiskos spēkus (slodzes) dotajai (att.6.50a) automašīnu kolonnas shēmai, kura pārvietojas pa kopnes apakšējo joslu virzienā no labās uz kreiso pusi un noteikt ekstremālās piepūļu vērtības attiecīgajos stieņos no kustīgās slodzes. Izveidot piepūļu tabulu un noteikt aprēķinu slodzi dotajos trijos stieņos.

Atrisinājums. 1. Pielietojot iepriekš izklāstīto statisko ietekmes līniju

konstruēšanas metodi nosakām piepūļu N_{2-3} , N_{3-8} un N_{8-9} ietekmes līnijas kopnes slogo-

juma gadījumam pa apakšējo joslu. Iegūtās ietekmes līnijas parādītas att. 6.50c, d, e.

2. Piepūles trijos izvēlētajos stieņos no pastāvīgās slodzes $P = 60 \text{ kN}$ nosakām izmantojot sakarību (6.18).

Aprēķinu rezultātā iegūstam

$$N_{2-3} = P \sum y_i = -60(0,41 + 1,23 + 0,87 + 0,53 + 0,18) = -192,6 \text{ kN}$$

$$N_{3-8} = 60(0,22 + 0,66 - 0,31 - 0,19 - 0,06) = 19,2 \text{ kN}$$

$$N_{8-9} = 60(0,3 + 0,9 + 1,07 + 0,6 + 0,2) = 180 \text{ kN}$$

Iegūtās vērtības ievietotas tab.6.5

Tabula 6.5

Piepūļu aprēķins no kustīgas slodzes

Piepūle	Piepūle no pastāvīgās slodzes, kN	Piepūle no kustīgās slodzes, kN		Aprēķinu piepūles, kN	
		max	min	max	min
N_{2-3}	-192,6	0	-239,0	-192	-431,6
N_{3-8}	19,2	78,7	-42,7	97	-23,5
N_{8-9}	180	206,9	0	386,9	180,0

3. Kustīgo slodžu kritisko stāvokli piepūlei N_{2-3} nosakām, veicot sakarību (6.20) un (6.21) novērtējumu dažādiem slodžu stāvokļiem.

Par kritisko spēku pieņemam slodzi $P_{kr} = 95 \text{ kNm}$ uz noslogotās automašīnas pakalējās ass un novietojam to virs ietekmes līnijas virsotnes.

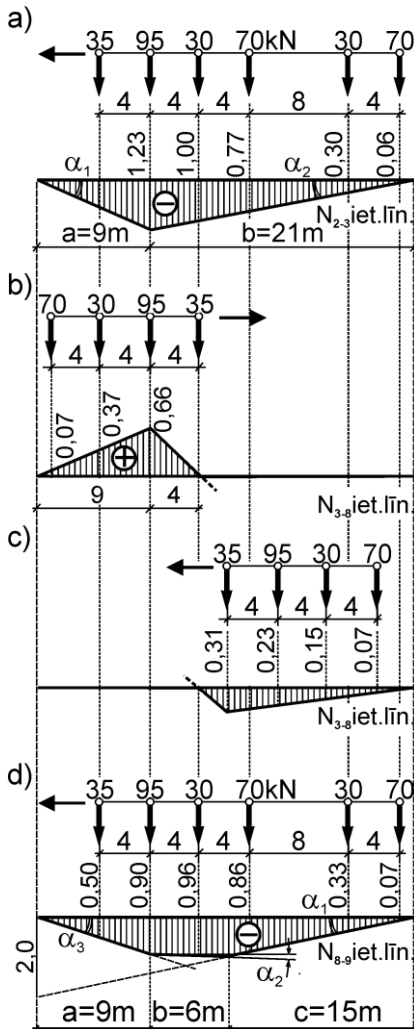
Pārbaudām nevienādības (6.20) un (6.21).

Tā kā $a = 9 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$, bet $\sum P_{kreis} = 35 \text{ kN}$, $\sum P_{lab} = 200 \text{ kN}$, tad iegūstam sakarības

$$\frac{130}{0} > \frac{200}{21} \quad \text{un} \quad \frac{35}{9} < \frac{295}{21}.$$

Nevienādības pie izvēlētajā slodžu izvietojuma ir spēkā. Tātad slodze $P = 95 \text{ kN}$ tiešām

ir kritiskais spēks.



att. 6.51

att.6.51c. Šim stāvoklim atbilst vērtība.

$$N_{3-8} = -35 \cdot 0,31 - 95 \cdot 0,23 - 30 \cdot 0,15 - 70 \cdot 0,07 = -42,7 \text{ kN}.$$

Piepilei N_{8-9} bīstamāko slodzes izvietojumu atrodam, veicot izteiksmes (6.19) vērtības novērtējumu, virzot automašīnu kolonnu no labās uz kreiso pusi. Līdz brīdim, kamēr pirmais spēks nav šķērsojis posmu c un b robežu (sk. att. 6.51d), piepile N_{8-9} pieaug. Pieņemam, ka leņķis α_1 pozitīvs. Tādā gadījumā leņķi α_2 un α_3 ir negatīvi. Līdz ar to

Izvietojot slodzes atbilstoši noteiktajai shēmai virs N_{2-3} ietekmes līnijas (att. 6.51a), nosakām piepūles N_{2-3} ekstremālo vērtību. Tā ir

$$N_{2-3} = \sum P_i y_i = -(35 \cdot 0,69 + 95 \cdot 1,24 + 30 \cdot 1,0 + 70 \cdot 0,77 + 30 \cdot 0,3 + 70 \cdot 0,06) = -239 \text{ kN}.$$

Analizējot piepūles no kustīgās slodzes gadījumos, kad attiecīgās ietekmes līnijas satur kā pozitīvo tā negatīvo daļu, tiek novērtētas divās neatkarīgas situācijas - viena, kad slodze atrodas virs pozitīvās ietekmes līnijas daļas un otra, kad tā atrodas virs negatīvās ietekmes līnijas daļas.

Tā, piemēram, piepūles N_{3-8} lielākā pozitīvā vērtība rodas diviem automobiļiem pārvietojoties no kreisās uz labo pusi. Kritiskais spēks līdzīgi kā iepriekšējā gadījumā ir $P_{kr} = 95 \text{ kN}$, bet saskaņā ar att.6.51b parādīto shēmu, iegūstam

$$N_{3-8} = 70 \cdot 0,07 + 30 \cdot 0,37 + 95 \cdot 0,66 = 78,7 \text{ kN}.$$

Kritiskais slodzes stāvoklis, kurā piepile N_{3-1} sasniedz lielāko negatīvo vērtību, parādīts

slodzes pārvietošanās sākumposmā summa $\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i$ pieaug un ir pozitīva, bet pārejot kritisko stāvokli, tā kļūst mazāka. Tātad slodze jāpārvieto no labās uz kreiso pusi tikmēr, iekams summas (6.19) zīme mainās no pozitīvās uz negatīvo. Bīstamais slodzes izvietojums parādīts att. 6.51d. Stāvoklī, kad spēks $P = 95 \text{ kN}$ nedaudz nobīdīts pa kreisi no ietekmes līnijas virsotnes, izteiksmes (6.19) vērtība ir

$$\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i = (35 + 95) \cdot \operatorname{tg} \alpha_3 + 30 \operatorname{tg} \alpha_2 + (70 + 30 + 70) \operatorname{tg} \alpha_1,$$

kurā ievietojot atbilstošās $\operatorname{tg} \alpha_i$ vērtības

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 1/15; \operatorname{tg} \alpha_2 = -1/60 \text{ un } \operatorname{tg} \alpha_3 = 0,1$$

iegūstam

$$\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i = -2,17 < 0$$

Pārvietojoties autokolonnai pa labi, izteiksme (6.19) kļūst pozitīva:

$$\sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i = -0,1 \cdot 35 - \frac{(95 + 30)}{60} + \frac{70 + 30 + 70}{15} = 5,8 > 0$$

Nosakām piepūles N_{8-9} maksimālo vērtību. Tā ir

$$\begin{aligned} N_{8-9} = \sum P_i y_i &= 35 \cdot 0,5 + 95 \cdot 0,9 + 30 \cdot 0,96 + \\ &+ 70 \cdot 0,86 + 30 \cdot 0,33 + 70 \cdot 0,07 = 206,9 \text{ kN} \end{aligned}$$

4. Visas iegūtās piepūļu vērtības ir ievietotas tab. 6.5 un to summēšanas rezultātā nosakām aprēķina piepūles stieņos.

7. PĀRVIETOJUMI PLAKANĀS STIEŅU SISTĒMĀS

Būvmehānikā, veicot būvju aprēķinus tiek izmantotas attiecīgo konstrukciju aprēķinu shēmas. Šīm shēmām ir jāatspoguļo tās būtiskās konstrukciju īpatnības, kuras ļauj pie-
tiekami precīzi atbilstoši izvirzītajam aprēķinu uzdevumam noteikt tos vai citus būves
stiprību, stingrību vai noturību raksturojošos parametrus. Stieņu sistēmu elementi she-
matiski tiek attēloti ar līniju, kura tiek veidota savienojot stieņu asij perpendikulāro
šķēlumu smagumcentrus. Ārējo faktoru iespaidā būves deformējas un rodas to formas
izmaiņas. Būvniecībā galvenie ārējie faktori ir **slodze, temperatūra, balstu sēšanās**.
Visas būves deformēšanās vai formas maiņas cēlonis ir tās atsevišķo stieņu bezgala
mazu elementu deformēšanās rezultāts - izmainās šo mazo elementu **forma un izmēri**.
Deformēšanās rezultātā praktiski katrs būves punkts ieņem jaunu stāvokli. Punkta stā-
vokļa maiņu būves deformēšanās procesā sauc par pārvietojumu. Punkta pārvietošanos
nosaka tā koordinātu maiņa. Izšķir divu veidu pārvietojumus - **lineāros** un **lenķiskos**.
Ja pirmie ir būves punkta koordinātu izmaiņa deformēšanās rezultātā, tad otrie raksturo
stieņa šķēluma plaknes pagriezienu.

Pārvietojumu aprēķini praktiski nepieciešami, lai :

- noteiktu būves stingrību;
- salīdzinātu teorētiskos un praktiskos pārvietojumus, veicot būvju apsekošanu
pēc to ekspluatācijas uzsākšanas un ilglaicīgas ekspluatācijas;
- veiktu statistiski nenoteicamu sistēmu aprēķinu.

Jebkurus pārvietojumus turpmāk apzīmēsim ar Δ (vai δ), pielietojot indeksus, piem.,
 Δ_{km} . Pirmais indekss k norāda pārvietojuma vietu un virzienu, bet otrais indekss m –
cēloni, kas izsaucis pārvietojumu. Tātad Δ_{kp} apzīmē k –tā spēka (vienības) pielikšanas
punkta pārvietojumu šī spēka (vienības) virzienā no ārējās slodzes (ja ar P apzīmējam
visu sistēmai pielikto ārējo slodzi). Pārvietojumus, kurus izraisījis vienības spēks, sauc
par vienības pārvietojumiem un apzīmē ar δ . Piemēram, δ_{km} apzīmē k –tā spēka (vienī-
bas) pielikšanas punkta pārvietojumu šī spēka (vienības) virzienā, ko izraisījis vienības
spēks m . Ja zināms pārvietojums, ko spēka k pielikšanas vietā un virzienā ir izraisījis
kāds spēks P_m , tad atbilstošo vienības pārvietojumu varam noteikt izmantojot sakarību

$$\delta_{km} = \frac{\Delta_{km}}{P_m}.$$

Gadījumā ja meklējamā pārvietojuma un pieliktās slodzes vieta un virziens sakrīt, vienības pārvietojuma noteikšanai varam izmantot sakarību

$$\delta_{kk} = \frac{\Delta_{kk}}{P_k}.$$

Klasiskās būvmehānikas ietvaros visi aprēķini tiek veikti tikai ideāli elastīgām sistēmām. Tādas sistēmas deformējas lineāri un tām ir pielietojams spēku darbības neatkarības princips (spēku sistēmas darbības rezultāts ir vienāds ar atsevišķo spēku darbības rezultātu summu). Saskaņā ar šo principu jebkurš pārvietojums uzdotā punktā un virzienā no vairākiem (m) spēkiem ir atsevišķo spēku izraisīto pārvietojumu algebriska summa

$$\begin{aligned}\Delta_{kP} &= \Delta_{k1} + \Delta_{k2} + \dots + \Delta_{kk} + \dots + \Delta_{km} = \\ &= \delta_{k1}P_1 + \delta_{k2}P_2 + \dots + \delta_{kk}P_k + \dots + \delta_{km}P_m.\end{aligned}\quad (7.1)$$

Lineārais likums, kuru izsaka sakarība (7.1) tiek saukts par **vispārināto Huka likumu**.

7.1. Ārējo un iekšējo spēku darbs

Lineāri deformējamu sistēmu pārvietojumu aprēķinu vispārīgās metodes balstās uz ārējo un starp sistēmas materiālām daļiņām darbojošos iekšējo spēku darbu analīzi. Ārējie spēki veic darbu to pielikšanas punktu pārvietošanai, bet iekšējie - sistēmas deformēšanai.

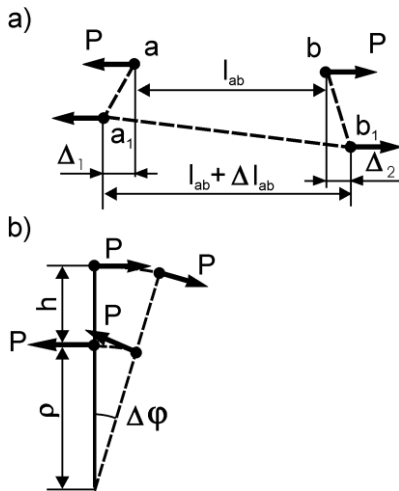
Darbu sauc par **patieso**, ja to būves deformēšanās procesā veic dotie spēki šo spēku izraisīto pārvietojumu un deformāciju rezultātā.

Darbu sauc par **iespējamo**, ja to veic dotie spēki citu ārējo spēku vai ierosinātāju radīto pārvietojumu vai deformāciju rezultātā. Iespējamais ir tas darbs, ko veic spēki, kuri nav izraisījuši konkrētos pārvietojumus, bet tos ir izraisījuši citi spēki.

Vispārinātie spēki un pārvietojumi

Viens no elastīgu ķermeņu mehānisko īpašību raksturotājlielumiem ir spēka darbs. Konstanta, noteiktā virzienā vērsta spēka mehāniskais darbs ir šī spēka reizinājums ar spēka pielikšanas punkta trajektorijas projekciju uz spēka darbības virzienu. Tātad ār-

ējie spēki veicot ķermeņa deformēšanu padara darbu. Vairāku spēku darbs ir atsevišķo spēku veikto darbu summa. Būvmehānikā bieži tiek izmantotas spēku grupas. Vienkāršākā no tām ir spēku pāris. Šī pāra lielums tiek mērīts ar tā momentu. Cits spēku grupas piemērs ir vienmērīgi izkliedēta slodze. To raksturo tās intensitāte, t.i. spēka lielums uz garuma vai laukuma vienību. Šādas spēku grupas ir ērti aizstāt ar vienu tā saucamo **vispārināto spēku P^*** . Analogi tiek ievests **vispārinātā pārvietojuma Δ^*** jēdziens.



att. 7.1

Līdz ar to vairāku konstantu spēku veikto darbu ērti raksturot ar divu iedomātu lielumu, vispārinātā spēka un vispārinātā pārvietojuma, reizinājumu. Iepriekš teikto atspoguļo sakarība:

$$\sum P_k \Delta_k = P^* \Delta^*.$$

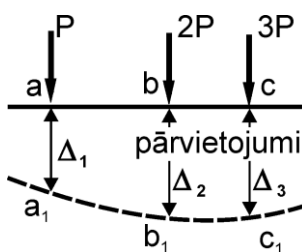
Daži piemēri:

Divi spēki P , kuri darbojas punktos a un b , pārvietojušies uz punktiem a_1 un b_1 (att. 7.1a).

Šo spēku darbu izsaka sakarība

$$P\Delta_1 + P\Delta_2 = P(\Delta_1 + \Delta_2) = P^* \Delta^*.$$

Tātad spēku P var pieņemt par vispārināto spēku P^* , bet punktu a un b attālināšanos spēku P virzienā, ko nosaka izteiksme $(\Delta_1 + \Delta_2)$ par vispārināto pārvietojumu Δ^* .



att. 7.2

Spēku pāris, kurš pielikts nogriežņa galiem (att. 7.1b), pagriež šo nogriezni, veicot darbu

$$P(\rho + h)\Delta\phi - P\rho\Delta\phi = Ph \cdot \Delta\phi.$$

Šai gadījumā par vispārināto spēku pieņem momentu $M=Ph$, bet par vispārināto pārvietojumu pagriezienu leņķi $\Delta\phi$.

Sijas posms ir slogots ar att. 7.2 parādīto spēku grupu.

Ja katra spēka virzienā sija pārvietojas par lielumiem $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$, tad spēku grupas veikto darbu nosaka sakarība

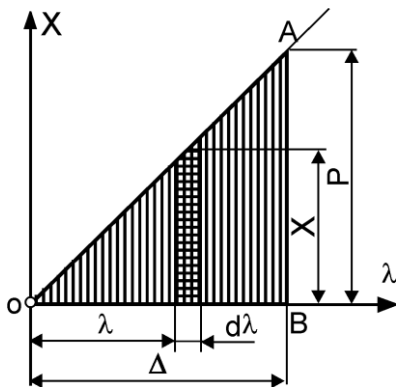
$$P\Delta_1 + 2P\Delta_2 + 3P\Delta_3 = P(\Delta_1 + 2\Delta_2 + 3\Delta_3) = P^* \Delta^*.$$

Tātad vispārinātais spēks P^* ir spēks P , bet vispārināto pārvietojumu nosaka sakarība:

$$\Delta^* = \Delta_1 + 2\Delta_2 + 3\Delta_3.$$

Statiski pieliktas ārējās slodzes darbs. Klapeirona teorēma

Par statistisku slogojumu saucam pakāpenisku, vienmērīgu slodzes palielināšanas (pazemināšanas) procesu, kura rezultātā ķermenis deformējas bez jūtama paātrinājuma. Citiem vārdiem - statisks būs process, kurā deformācijas notiek pietiekami lēni. Praktiski procesu var uzskatīt par statistisku, ja deformējamās masas inerces spēki ir bezgalīgi mazi salīdzinot ar citiem spēkiem. Šai gadījumā varam ignorēt inerces spēkus un uzskatīt, ka jebkurā laika momentā ārējos spēkus līdzsvaro iekšējie elastīgie spēki. Uz šī pieņēmuma pamata un pieņēmuma, ka starp spēkiem un pārvietojumiem pastāv lineāra sakarība, nonākam pie secinājuma, ka laika sprīdī, kurā notiek ķermeņa deformācija, ārējā slodze nevar būt konstanta. Deformācijas pieaugums liecina par spēka pieaugumu.



att. 7.3

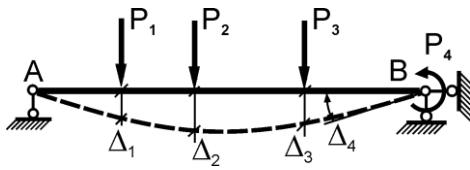
Sākuma momentā darinājumam tiek pielikta bezgalīgi maza slodzes daļa, kura slogojuma gaitā pieaug. Proportcionāli tai pieaug arī deformācija. Tad, kad visa slodze ir pielikta, tās pieaugums izbeidzas un izbeidzas arī deformēšanās. Iestājas miera stāvoklis. No iepriekš teiktā seko - ja uz ķermeni, kuram nav sākusmpriegumu, darbojas statisks vispārināts spēks P un tā rezultātā ķermenis iegūst vispārinātā pārvietojuma vērtību Δ , tad darbs, kas veikts ķermeņa deformēšanai nebūs $P\Delta$, bet gan mazāks lielums. Apzīmējam mainīgo ārējo slodzi ar X , bet attiecīgo mainīgā pārvietojuma vērtību ar λ . Pieaugot pārvietojumam par bezgalīgi mazu lielumu $d\lambda$, tiks veikts darbs

$$dW = X d\lambda.$$

Tā kā esam pieņēmuši, ka materiāls deformējas lineāri, tad šāda materiāla deformēšanās likumu raksturo slīpa taisne (att. 7.3), bet summāro darbu, ko statiskā slogojuma gadījumā veic spēks P , raksturo iesvītrotais figūras laukums. Šī laukuma lielums ir $P\Delta/2$.

Izmantojot sakarību $\Delta = \delta P$, kur δ ir vienības slodzes izraisītais pārvietojums, spēka P veikto darbu statiskā slogojuma gadījumā nosaka Klapeirona teorēma (Clapeyron (1799 – 1864) – franču inženieris):

$$W = \frac{\delta}{2} P^2 = \frac{1}{2\delta} \Delta^2 = \frac{P\Delta}{2}.$$



att. 7.4

Veicot pārvietojumu aprēķinus bieži nākas noteikt elastīga ķermeņa deformēšanās darbu vairāku vienlaicīgi darbojošos vispārināto spēku $P_1, P_2 \dots P_n$ statiskas iedarbības rezultātā. Tāds, piemēram, ir gadījums, kad

sija vienlaicīgi slogota ar vairākiem dažādos šķēlumos pieliktiem spēkiem (att. 7.4). Spēkus P_1, P_2, P_3, P_4 var uzskatīt par vispārinātiem spēkiem, bet pārvietojumus $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ par šo spēku izraisītiem summāriem pārvietojumiem (Δ_4 ir šķēluma B pagriezenia leņķis). Pieņemot, ka sijas noslogošanas procesā darbojas mainīgi spēki kP_1, kP_2, kP_3, kP_4 , kur k ir šo spēku izmaiņu raksturojošs parametrs, kas mainās robežās no 0 līdz 1, var pierādīt, ka

$$W = \frac{1}{2} \sum P_i \Delta_i.$$

Svarīgi ņemt vērā, ka elastīgu sistēmu summārais darbs nav atkarīgs no ārējās slodzes pielikšanas secības.

Plakanu stieņu sistēmu iekšējo piepūļu darbs

Slogojot konstrukciju ar ārējo slodzi tiek veikts ne tikai ārējo spēku darbs, bet arī iekšējo piepūļu (asspēka N , šķērsspēka Q un lieces momenta M), kuras rodas jebkurā deformējamā elementā, darbs. Visi turpmākie rezultāti ir pielietojami plakanām stieņu

sistēmām, pie kam tādām, kuras sastāv no taisniem, laužtiem vai vāji izliektiem stieņiem. Par iekšējām piepūlēm uzskatām ārējai slodzei pretēji vērstas piepūles, kuras uz spēku darbības un pretdarbības likuma pamata rodas jebkurā elementa šķēlumā. Šīs piepūles vienmēr pretojas deformācijai. Bezgala īsa stieņa elementam ar garumu ds , iekšējās piepūles attiecībā uz šo elementu ir piepūles, kuras aizvieto pārējo stieņa daļu iedarbību uz šo elementu. Ja šāds elements ir stiepts, tad iekšējie spēki vērsti uz tā iekšpusi, ja spiests, tad pretēji. Pamatojoties uz to, varam secināt, ka slogotam ķermenim iekšējo piepūļu darbs vienmēr ir negatīvs. Šis secinājums, protams, ir spēkā, ja slogotajam ķermenim nav sākumspriegumu, kuru cēloņi varētu būt dažādi - tehnoloģiskas, strukturālas vai fizikālas dabas. Katras piepūles darbu nosaka neatkarīgi, bet iegūtos rezultātus sasummē. Šī summēšana ir pamatota, ja izpildās iepriekš izvirzītie nosacījumi par stieņu formu. Ja stieņa ass ir līka ar lielu liekumu, tad vienas iekšējās piepūles izraisītos pārvietojumus nevar uzskatīt par neatkarīgiem no pārējām piepūlēm un superpozīcijas princips neizpildās. Asspēka N elementāro darbu, ņemot vērā Huka

likumu ($\Delta = \frac{Nds}{EA}$), nosaka izteiksme

$$W_N = -\frac{N^2 ds}{2EA}.$$

Analogi lieces momenta M elementāro darbu nosaka izteiksme

$$W_M = -\frac{M^2 ds}{2EI}.$$

Var parādīt, ka šķērsspēka Q elementārā darba izteiksme ir

$$W_Q = -\eta \frac{Q^2 ds}{2GA}.$$

Reizinātājs η ievērtē bīdes spriegumu sadalījuma nevienmērību pa stieņa profila augstumu un ir atkarīgs no stieņa šķērsgriezuma formas. Tā vērtības ir: **taisnstūrim $\eta=1,2$, aplim $\eta=1,185$, apaļa šķērsgriezuma plānsienu caurulei $\eta=2$** , bet **taisnstūra veida šķērsgriezuma plānsienu caurulei vai dubult T profilam $\eta \approx A/A_s$** , kur A ir visa šķērsgriezuma laukums, bet A_s - vertikālās sieniņas laukums (šī vērtība parasti mainās

intervālā no 2 līdz 5).

Summējot šos trīs elementāros darbus visos sistēmas elementos, iegūstam iekšējo piepūļu darba izteiksmi:

$$W = - \left[\sum \int \frac{M^2 ds}{2EI} + \sum \int \frac{N^2 ds}{2EA} + \sum \int \frac{\eta Q^2 ds}{2GA} \right].$$

Iekšējo piepūļu summāro darbu ar pretēju zīmi sauc par elastīga ķermeņa iekšējo piepūļu **potenciālo enerģiju**. Saskaņā ar šo definīciju varam apgalvot, ka potenciālā enerģija ir iekšējo piepūļu darbs, kas tiek veikts atslogojot elastīgu ķermeni.

Plakanas stieņu sistēmas gadījumā potenciālo enerģiju nosaka izteiksme:

$$U = \sum \int \frac{M^2 ds}{2EI} + \sum \int \frac{N^2 ds}{2EA} + \sum \int \frac{\eta Q^2 ds}{2GA}.$$

Summēšana notiek pa sistēmas posmiem, bet integrēšana katra posma robežās pa posma garumu. Tātad tie ir noteiktie integrāļi, kuru integrēšanas robežas analizēsim turpmākajā izklāstā.

Ņemot vērā to, ka zemintegrāļu izteiksmēs ir piepūļu M, N, Q kvadrāti, varam secināt, ka potenciālās enerģijas vērtība vienmēr ir pozitīva.

Telpisku stieņu sistēmu gadījumā jāņem vērā, ka potenciālās enerģijas izteiksme satur trīs momentus (divus lieces un vienu vērpes), divus šķērsspēkus un asspēku.

Svarīgi atzīmēt, ka darbs nav proporcionāls slodzei. Līdz ar to ķermeni deformējošu spēku darbs **nepakļaujas spēku darbības neatkarības principam** un vairāku vienlaicīgi pieliktu slodžu summārais darbs **nav vienāds** ar atsevišķu slodžu veikto darbu summu.

Tā, piemēram, stieņa stiepes gadījumā ar spēku P_1 veiktais darbs ir $W_1 = \frac{P_1^2 \ell}{2EA}$, bet ja

šo spēku palielina par lielumu P_2 , tad veiktais darbs ir

$$W_{12} = \frac{(P_1 + P_2)^2 \ell}{2EA} = \frac{P_1^2 \ell}{2EA} + \frac{P_2^2 \ell}{2EA} + \frac{P_1 P_2 \ell}{EA}.$$

Šai izteiksmē pirmie divi saskaitāmie atbilst atsevišķu spēku P_1 un P_2 veiktajiem darbiem, bet trešais saskaitāmais ņem vērā spēku P_1 un P_2 mijiedarbību. To var izskaidrot šādi. Uz stieni iedarbojas spēks P_1 un veic darbu W_1 . Pēc tam, kad ir iestājies līdzsvara stāvoklis, stienim pieliek spēku P_2 . Tas izraisa stieņa papildus pagarinājumu par lielumu $\Delta_2 = P_2 \ell / EF$ un tiek veikts darbs $W_2 = P_2^2 \ell / 2EF$. Šī papildus pagarinājuma dēļ, spēka P_1 pielikšanas punkts tiek pārvietots par lielumu Δ_2 , pie kam šis jau stieņa uzņemtais spēks P_1 palicis nemainīgs. Tātad spēks P_1 veic papildus darbu, kura lielums ir

$$W_{pap} = P_1 \cdot \Delta_2 = P_1 \frac{P_2 \ell}{EA}.$$

Svarīgi ņemt vērā, ka šī papildus darba vērtība atšķiras no statiskos slogojumos veikto darbu vērtībām ar koeficientu 2.

Tātad katra jauna slodze veic iepriekšējo slodžu pielikšanas punktu pārvietojumus un līdz ar to liek iepriekšējām slodzēm veikt papildus darbu.

7.2. Iespējamo pārvietojumu principa pielietojums elastīgām sistēmām

Pieņemam, ka elastīga sistēma atrodas līdzsvara stāvoklī un šo stāvokli uzskatām par sākumstāvokli neatkarīgi no tā, kādas slodzes uz sistēmu iepriekš ir darbojušās. Iedomājamies šīs sistēmas punktu iespējamus (virtuālus) bezgala mazus pārvietojumus, kuru cēlonis var būt patvaļīgu bezgala mazu piepūļu, temperatūras vai balstu sēšanās iedarbība. Nebūt nav nepieciešams, lai šie iespējamie pārvietojumi būtu sākumstāvokļa slodžu rezultāts. Pieņemam, ka laikā, kurā sistēmā realizējas iespējamie pārvietojumi, sistēmas sākumstāvokli raksturojošās ārējās un iekšējās piepūles gan pēc lieluma, gan pēc virziena saglabājas nemainīgas. Tas ir pieņēmums par to, ka visas iekšējās un ārējās piepūles saglabājas tādas, kādas tās bija sistēmas sākumstāvoklī, jo zināms, ka sistēmai pārejot jaunā deformētā stāvoklī, notiek tās piepūļu pārdalīšanās. Svarīgi ņemt vērā šo būtisko atšķirību starp sistēmas patieso deformēšanās procesu un nosacīto deformēšanās procesu, kurš ņemts par pamatu izmantojot iespējamo pārvietojumu principu.

Ārējo un iekšējo spēku darbu, kurš atbilst sistēmas iespējamiem (virtuāliem) pārvieto-

jumiem, sauc par iespējamo vai virtuālo darbu.

Jāatceras, ka virtuālā darba gadījumā, tā vērtība aprēķināma ar attiecīgā spēka un pārvietojuma reizinājumu (nevis 0,5 no šī reizinājuma).

Iespējamo pārvietojumu principu jebkurai deformējamai sistēmai var formulēt sekojoši: ***ja sistēma pieliktās ārējās slodzes rezultātā atrodas līdzsvarā, tad jebkurā sistēmas punktā iespējamā bezgalīgi mazā pārvietojuma gadījumā, šīs sistēmas iekšējo un ārējo spēku summārais darbs vienāds ar nulli.***

Šo principu var lietot jebkurai līdzsvarotai sistēmai neatkarīgi no materiāla veida, kurš var būt absolūti ciets, plastisks, viskozs u.c. Elastīgas sistēmas atšķiras no pārējām ar to, ka tajās nav veicamā darba zudumu berzes pārvarēšanai, siltuma radīšanai un izdalīšanai, elektromagnētiskās vai ķīmiskās enerģijas izdalīšanai, kā tas ir iespējams neelastīgās vidēs.

Šis nosacījums ir pamatā sekojošam secinājumam: elastīgām, tai skaitā lineāri deformējamām sistēmām summārais iekšējo spēku darbs iespējamo pārvietojumu gadījumā ir atkarīgs tikai no sākuma un beigu stāvokļiem. Tas nav atkarīgs no tā, kādā veidā un kādā secībā pielikta slodze, kādi bijuši starpstāvokļi starp sākuma un beigu stāvokļiem. Ja beigu stāvoklis sakrīt ar sākumstāvokli, tad neatkarīgi no tā kādi bijuši elastīgās sistēmas starpstāvokļi, iekšējo spēku summārais darbs vienmēr būs nulle.

Izmantojot virtuālo (iespējamo) pārvietojumu principu, var pierādīt teorēmu: *elastīgai sistēmai ārējās slodzes rezultātā pārejot no nedeformēta stāvokļa līdzsvarotā deformētā stāvoklī, summārais darbs, ko veic ārējās un iekšējās piepūles ir vienāds ar nulli.*

Tādā gadījumā ārējās slodzes patiesais darbs pēc vērtības vienāds, bet pretēji vērsts iekšējo piepūļu patiesajam darbam. Ārējo slodžu patieso darbu ar pretējo zīmi saucam par elastīgas sistēmas deformēšanas potenciālo enerģiju. Šī enerģija raksturo deformētās sistēmas darba resursu, kuru var iegūt sistēmu atslogojot. Tādēļ saka, ka ārējo spēku veiktais darbs elastīgā sistēmā uzkrājas atgriezeniskā formā. Šis darbs nezūd un neizkliedējas.

7.3. Darbu savstarpīguma princips

Analizējam divus dažādus elastīgas lineāri deformējamās sistēmas stāvokļus, kuri at-

bilst divām dažādām slodzēm. Uzskatām, kas abos stāvokļos sistēma ir līdzsvarā, t.i. iekšējās piepūles līdzsvaro ārējo slodzi.

Pirmais stāvoklis. Sistēmu pakāpeniski sākam slogot ar pirmā veida slodzi. Tā rezultātā sistēma deformējas un slodze ir veikusi darbu W_{11} . Kad šis process beidzies, pakāpeniski sistēmu slogojam ar otrā veida slodzi, kura izraisa papildus deformācijas. Šīs slodzes darbu apzīmējam ar W_{22} . Jāņem vērā, ka otrā veida slodze izraisot sistēmas deformācijas veic darbu ne tikai pati, bet arī pārvieto pirmās slodzes pielikšanas punktus, tādā veidā izraisot pirmās slodzes papildus darbu. Šo papildus darbu apzīmējam ar W_{12} . Līdz ar to summārais darbs, kurš tiek veikts deformējot sistēmu secīgā slogojumā ar pirmā veida slodzi un pēc tam ar otrā veida slodzi, ir algebriska summa $W_{11}+W_{22}+W_{12}$. Pirmie indeksi norāda, kuri spēki veic darbu, bet otrie - kuru spēku iespaidā rodas attiecīgie pārvietojumi.

Otrais stāvoklis. Sistēma tiek slogota apgrieztā kārtībā - vispirms tiek pielikta otrā veida slodze, bet pēc tam pirmā veida slodze. Rezultātā tiek veikts darbs, ko nosaka izteiksme $W_{22}+W_{11}+W_{21}$. Šeit W_{21} - otrā veida ārējās slodzes darbs, ko izraisa pirmā veida slodze.

Katrā no šiem gadījumiem summārais ārējās slodzes darbs pēc absolūtās vērtības ir vienāds ar iekšējo piepūļu darbu summu jeb potenciālo enerģiju. Kā zināms, šī enerģija elastīgu sistēmu gadījumā nav atkarīga no slodžu pielikšanas kārtības, bet ir atkarīga tikai no sistēmas sākuma un beigu stāvokļa. Šie stāvokļi abos gadījumos ir vienādi. Tātad

$$W_{11} + W_{22} + W_{12} = W_{22} + W_{11} + W_{21}$$

un līdz ar to

$$W_{12} = W_{21}.$$

Šis arī ir pierādījums darbu savstarpīguma teorēmai: *lineāri deformējamā ķermenī pirmā slogojuma stāvokļa ārējā vai iekšējo spēku virtuālais darbs pārvietojoties otrā slogojuma stāvokļa rezultātā ir vienāds ar otrā slogojuma stāvokļa virtuālo darbu, ja attiecīgos pārvietojumus izraisa pirmais slogojuma stāvoklis.*

Šī teorēma literatūrā pazīstama kā **Betti teorēma**. Enrico Betti (1823-1892) - itāļu zinātnieks, kurš pirmais šo teorēmu publicējis.

Teorēma par darbu savstarpīgumu ir viena no svarīgākajām visā lineāri deformējamu sistēmu teorijā. Tā ir vienkārša no formulējuma viedokļa, dziļa pēc satura un plaša pēc pielietojuma iespējām.

Uz Bettī teorēmas pamata pierādāma otra lineāri deformējamu sistēmu teorijā plaši izmantojama teorēma. Tā ir **pārvietojumu savstarpīguma**, jeb **Maksvela teorēma**. Teorēma ir sekojoša: *pirmā vienības spēka pielikšanas punkta pārvietojums šī spēka virzienā, kuru ierosina otrais vienības spēks, ir vienāds ar otrā vienības spēka pielikšanas punkta pārvietojumu šī spēka virzienā, kuru ierosina pirmais vienības spēks.*

Tātad $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ (pirmais indekss norāda pārvietojuma vietu un virzienu, otrais cēloni, no kura radies šis pārvietojums).

Šie pārvietojumi ir relatīvi lielumi, jo tie attiecas uz vispārinātā spēka vienību. Tātad šādu pārvietojumu dimensiju nosaka sakarība:

$$\delta_{12} = \frac{\text{vispārinātais pārvietojums}}{\text{vispārinātais darbs}}.$$

Skaitītājam ir pārvietojuma dimensija (lineāra vai leņķiska), bet saucējam koncentrēta spēka (N) vai momenta (Nm) dimensija.

Uz darbu savstarpīgumu teorēmas pamata pierādāma **teorēma par reakciju savstarpīgumu**. To 1873.g. pierādīja Relejs un tā formulējama sekojoši:

Reakcija pirmajā saitē no otrās saites vienības pārvietojuma šīs saites virzienā ir vienāda ar reakciju otrajā saitē no pirmās saites vienības pārvietojuma tās virzienā.

Šī teorēma ir spēkā neatkarīgi no reakciju dimensijām, jo skaitliski abas reakcijas ir vienādas.

7.4. Potenciālās enerģijas parciālie atvasinājumi

Saskaņā ar Klapeirona vienādojumu ar ārējiem spēkiem slogota elastīga ķermeņa potenciālo enerģiju nosaka sakarība

$$U = \frac{1}{2} (P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + \dots + P_n \Delta_n),$$

kur Δ_i ir spēka P_i pielikšanas punkta summārais pārvietojums spēka darbības virzienā.

Summāro pārvietojumu nosaka vispārinātais Huka likums

$$\Delta_i = P_1 \delta_{i1} + P_2 \delta_{i2} + \dots P_n \delta_{in}.$$

Ievietojot šīs sakarības potenciālās enerģijas izteiksmē, iegūstam

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \delta_{ii} P_i^2 + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \delta_{ik} P_i P_k.$$

Ir zināms, ka potenciālā enerģija vienmēr ir pozitīva. Pieņemam, ka visi spēki $P_1, P_2, \dots, P_n$ ir neatkarīgi mainīgie. Aprēķinot potenciālās enerģijas parciālo atvasinājumu pēc kāda no mainīgajiem, piem. P_1 , iegūstam:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial P_1} &= \frac{1}{2} \left(\Delta_1 + P_1 \frac{\partial \Delta_1}{\partial P_1} + P_2 \frac{\partial \Delta_2}{\partial P_1} + P_{31} \frac{\partial \Delta_3}{\partial P_1} + \dots + P_n \frac{\partial \Delta_n}{\partial P_1} \right) = \\ &= \frac{1}{2} (\Delta_1 + P_1 \delta_{11} + P_2 \delta_{12} + P_3 \delta_{13} + \dots P_n \delta_{1n}) = \frac{1}{2} (\Delta_1 + \Delta_1) = \Delta \end{aligned}$$

Iegūtā sakarība ļauj formulēt teorēmu:

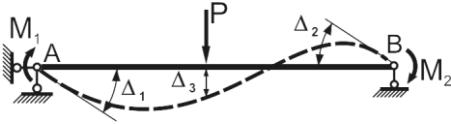
Potenciālās enerģijas parciālais atvasinājums pēc kāda no spēkiem ir vienāds ar spēka pielikšanas punkta pārvietojumu spēka darbības virzienā.

Šo teorēmu pierādīja jau minētais itāļu inženieris *Kastiljano*.

Tās būtība - ja ir zināma slogotas elastīgas sistēmas potenciālās enerģijas funkcija no ārējiem spēkiem (to varētu, piemēram, noteikt, kā sistēmas iekšējo piepūļu integrāli), tad diferencēšanas rezultātā iespējams noteikt sistēmas pārvietojumu jebkuras tai pieliktās ārējās piepūles virzienā.

Tātad Kastiljano teorēma dod vienu no iespējamiem pārvietojumu noteikšanas paņēmieniem.

Elastīgas sistēmas potenciālo enerģiju var izteikt arī kā funkciju no spēku pielikšanas punktu pārvietojumiem. Tādā gadījumā pielietojot iepriekšējai analogu procedūru, iegūstam Lagranža teorēmu: *potenciālās enerģijas atvasinājums pēc spēka pielikšanas punkta pārvietojuma ir vienāds ar pielikto spēku.*



att. 7.5

Piemērs 7.1 Noteikt att. 1.5 parādītās divbalstu sijas pārvietojumus balstā un vidū, ja tā slogota galos ar momentiem M_1 un M_2 , bet vidū ar koncentrētu spēku P .

Atrisinājums.

$$\text{Ja } x \leq \frac{\ell}{2}, \text{ tad } M = \frac{Px}{2} + M_1 \frac{\ell - x}{\ell} - M_2 \frac{x}{\ell},$$

$$\text{ja } x > \frac{\ell}{2}, \text{ tad } M = \frac{P}{2}(\ell - x) + M_1 \frac{\ell - x}{\ell} - M_2 \frac{x}{\ell}.$$

Tādā gadījumā potenciālo enerģiju nosaka izteiksme:

$$U = \sum_0^{\ell} \int \frac{M^2 dx}{2EI} = \frac{\ell}{96EI} (16M_1^2 + 16M_2^2 + \ell^2 P^2 - 16M_1 M_2 + 6\ell M_1 P - 6\ell M_2 P).$$

Tātad, lai noteiktu, piemēram, pagriezienu Δ_1 , iegūtā potenciālās enerģijas izteiksme jāatvasina pēc M_1 , bet lai iegūtu izlieci Δ_3 , tā jāatvasina pēc P , u.t.t.

Tā rezultātā iegūstam:

$$\Delta_1 = \frac{\partial U}{\partial M_1} = \frac{\ell}{96EI} (216M_1 - 16M_2 + 6\ell P) = \frac{\ell}{3EI} M_1 - \frac{\ell}{6EI} M_2 + \frac{\ell^2}{16EI} P$$

$$\Delta_3 = \frac{\partial U}{\partial P} = \frac{\ell}{96EI} (2\ell^2 P + 6\ell M_1 + 6\ell M_2) = \frac{P\ell^3}{48EI} - \frac{\ell^2}{16EI} M_1 + \frac{\ell^2}{16EI} M_2.$$

Gadījumā, ja koncentrēts spēks uz siju nedarbojas, bet izlieci sijas vidū tomēr jānosaka, tad iepriekš iegūtie rezultāti paliek spēkā, tikai pārvietojuma Δ_3 izteiksmē jāievieto vērtība $P=0$.

7.5. Stieņu sistēmu pārvietojumu aprēķina vispārīgā forma

Elastīgas sistēmas jebkura punkta pārvietojums atkarīgs no sistēmas deformācijas, t.i. no jebkura stieņa relatīvā pagarinājuma vai saīsinājuma, tā izlieces u.c. Bet šīs deformācijas savukārt ir atkarīgas no lieces un vērpes momentiem, asspēkiem un šķērsspē-

kiem stieņu šķēlumos. Tātad, lai noteiktu sistēmas deformācijas un pārvietojumus, vispirms jānosaka piepūles jebkurā stieņa šķēlumā. Ja aprobežojamies ar plakanām stieņu sistēmām, tad šādas piepūles ir trīs - asspēks, šķērsspēks un lieces moments.

Turpmāk tiks analizēti trīs pārvietojumu rašanās cēloņi - ārējo spēku, temperatūras un balstu nobīdes iedarbe.

Lai iegūtu sakarību, kura piemērojama visa veida plakanām sistēmām - sijām, rāmjiem, kopnēm, lokiem, izmantojam virtuālo pārvietojumu principu. Tas apgalvo: *līdzsvara gadījumā ārējo un iekšējo spēku virtuālo darbu summa katram virtuālam pārvietojumam ir vienāda ar nulli.*

Apskatām divus sistēmas stāvokļus - doto un virtuālo stāvokli.

Saskaņā ar virtuālo pārvietojuma principu ārējo un iekšējo spēku darbu summa ir vienāda ar nulli:

$$A + W = 0,$$

kur A ir vienības ārējā spēka darbs un to nosaka sakarība

$$A = 1 \cdot \Delta_{ip}.$$

Iekšējo piepūļu darbs izsakās kā bezgalīgi mazu darbu, kuri tiek veikti katra stieņa bezgala īsos (ds) elementos, summa:

$$W = -\sum_0^s \int \bar{M}_i d\varphi - \sum_0^s \int \bar{N}_i d\lambda - \sum_0^s \int \bar{Q}_i d\gamma,$$

kur $d\varphi$, $d\lambda$ un $d\gamma$ ir elementa pagriezienu leņķis, pagarinājums un šķēlumu nobīde. Šos elementāros pārvietojumus nosaka materiālu pretestības sakarības:

$$d\varphi = \frac{M_p ds}{EI}; \quad d\lambda = \frac{N_p ds}{EA}; \quad d\gamma = \eta \frac{Q_p ds}{GA}.$$

Ievietojot šīs sakarības W izteiksmē un ņemot vērā virtuālo pārvietojumu principu, iegūstam sakarību:

$$\Delta_{ip} = \sum_0^s \int \frac{\bar{M}_i M_p}{EI} ds + \sum_0^s \int \frac{\bar{N}_i N_p}{EA} ds + \eta \sum_0^s \int \frac{\bar{Q}_i Q_p}{GA} ds. \quad (7.2)$$

Šo izteiksmi, kura dod iespēju aprēķināt pārvietojuma lielumu jebkurā patvaļīgā sistēmas šķēlumā bieži sauc par **Mora integrāli**.

Jāatceras, ka šī sakarība ir spēkā pie nosacījuma, ka deformācijas ir pietiekami mazas, jo tikai tādā gadījumā ir pielietojams spēku darbības neatkarības princips, kurš izmantots sakarības (7.2) izvedumā.

Kā tika atzīmēts iepriekš, ka stieņi var būt arī līki, bet ar nelielu liekumu. Ja stieņu liekums ir liels, tad stieņa elementu pagarinājumu izraisa ne tikai ass spēks N_p , bet arī lieces moments M_p , tā rezultātā izteiksmes (7.2) labajai pusei jāpievieno vēl divi saskaitāmie, kuri satur stieņa liekuma rādītājus

Analizējot ar izteiksmi (7.2) noteiktos pārvietojumus, varam konstatēt, ka siju un rāmju sistēmām, kurām stieņu garumi ievērojami pārsniedz to šķērsriezumu augstumus, ass spēka un šķērsspēka iespaids uz pārvietojumiem ir visai niecīgs. Tātad minētajos gadījumos stieņu sistēmu pārvietojumu aprēķinam no ārējās slodzes, var izmantot vienkāršotu sakarību

$$\Delta_{ip} \approx \sum \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_i M_p}{EI} ds. \quad (7.3)$$

Aprēķina piemēros tiks ilustrēta kļūda, kura rodas šī pieņēmuma rezultātā. Praktiski pat neizdevīgākajos gadījumos pieņēmuma izraisītās pārvietojumu vērtību atšķirības nepārsniedz dažus procentus un tātad iekļaujas izklides robežās.

Ja kopni uzskatām par stieņu sistēmu, kuras elementi savā starpā savienoti ar locīklām, tad šajos stieņos nerodas ne lieces momenti, ne šķērsspēki, bet asspēki ir konstanti katrā stienī visā tā garumā un sistēmas pārvietojumus nosaka sakarība

$$\Delta_{ip} = \sum_{j=1}^n \frac{\bar{N}_i N_p}{EA} \ell. \quad (7.4)$$

Summētas tiek attiecīgās izteiksmes visiem kopnes stieņiem.

7.6. Ārējās slodzes izraisīto pārvietojumu noteikšana

Lai aprēķinātu pārvietojumu no ārējās slodzes kādā apskatāmās sistēmas stieņa šķēlu-

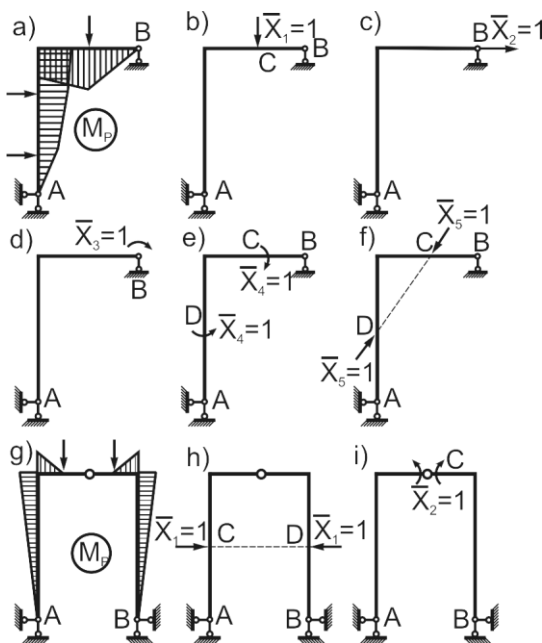
mā k , izmantojam Mora integrāli

$$\Delta_{kP} = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{\bar{M}_k M_P}{(EI)_i} ds + \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{\bar{N}_k N_P}{(EA)_i} ds + \eta \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{\bar{Q}_k Q_P}{(GA)_i} ds. \quad (7.5)$$

Šajā formulā summēšana notiek pa sistēmas n posmiem ar posmu saprotot kādu sistēmas daļu, kurā iekšējās piepūles (gan no vienības spēka, gan ārējās slodzes) mainās pēc viena nemainīga likuma. Katra šāda posma robežās jāveic integrēšana pa posma garumu l_i . Vispārīgā gadījumā, rēķinot pārvietojumus no dažādām piepūlēm, posmi var nesakrist.

Izteiksmē (7.5) ar E apzīmēts stieņa materiāla elastības modulis, G – bīdes modulis, I – stieņa šķērsgriezuma inerces moments, A – stieņa šķērsgriezuma laukums.

Izmantojot pārvietojuma noteikšanai sakarību (7.5), ir jāanalizē divi neatkarīgi sistēmas stāvokļi:



att. 7.6

1. patiesais, jeb slodzes stāvoklis;

Šajā stāvoklī sistēma ir slogota ar ārējo slodzi. Jāiegūst iekšējo piepūļu M_P , N_P un Q_P izmaiņas likums atkarībā no šķēluma koordinātes katram sistēmas posmam analītisku sakarību vai vēl labāk iekšējo piepūļu epīru veidā.

2. fiktīvais, jeb vienības stāvoklis.

Ārējā slodze tiek atņemta un sistēma tiek slogota ar „vienības spēku” (vai “vienības momentu”) nosakāmā pārvietojuma vietā un virzienā.

Jēdziena „vienības spēks” saturs ir

atkarīgs no nosakāmā pārvietojuma veida:

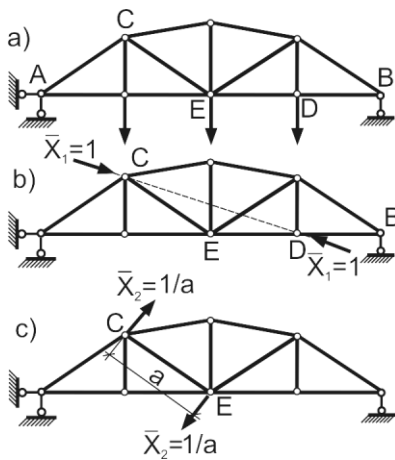
a) nosakot kāda sistēmas **šķēluma lineāru pārvietojumu** šajā šķēlumā meklējamā

pārvietojuma vietā un virzienā pieliekam vienības spēku (att. 7.6b – šķēluma C vertikālais pārvietojums, att. 7.6c – šķēluma B horizontālais pārvietojums);

b) nosakot **divu šķēlumu savstarpējo pārvietojumu**, šajos šķēlumos pieliekam divus pretēji vērstus vienības spēkus, kuri darbojas pa taisni, kura savieno šos šķēlumus (att. 7.6f,h – šķēlumu C un D savstarpējais pārvietojums pa taisni, kas savieno šos šķēlumus, att. 7.7b – divu kopnes mezglu savstarpējais pārvietojums);

c) nosakot **šķēluma pagriezienu leņķi** šajā šķēlumā pieliekam vienības momentu (att. 7.6d – šķēluma pa kreisi no balsta B pagriezienu leņķis);

Gadījumā, ja jānosaka kāda kopnes stieņa pagrieziens, piemēram, att. 7.7c parādītās



att. 7.7

kopnes stieņa CE pagrieziens, momentu aizstājam ar spēkpāri, kura spēki ir pielikti stieņa galos perpendikulāri stieņa asij (spēkpāra plecs ir vienāds ar attiecīgā stieņa garumu).

d) nosakot **divu šķēlumu savstarpējo pagriezienu leņķi** šajos šķēlumos pieliekam divus pretēji vērstus vienības momentus (att. 7.6e – šķēlumu C un D savstarpējais pagriezienu leņķis, att. 7.6i – šķēlumu abās pusēs locīklai C savstarpējais pagriezienu leņķis).

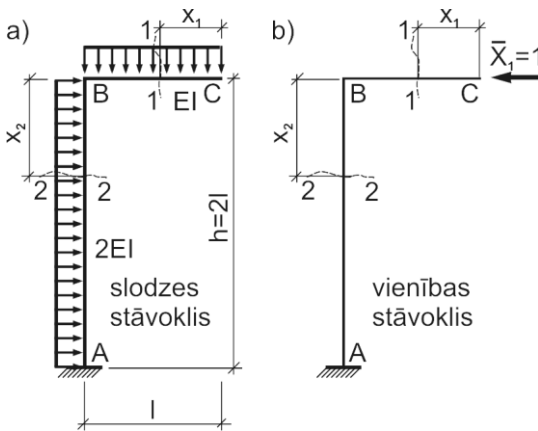
Vienības stāvoklī nosakām iekšējo piepūli $\overline{M}_k$,

$\overline{N}_k$ un $\overline{Q}_k$ izmaiņas likumsakarības visos stieņos analītiskā vai epūru veidā

Sistēmas slodzes un vienības stāvokļos noteiktās iekšējo piepūli M_p , N_p , Q_p , $\overline{M}_k$, $\overline{N}_k$, un $\overline{Q}_k$ izmaiņas likumsakarības ievietojam Mora integrālī un nosakām attiecīgos pārvietojumus. Iegūtā pārvietojuma vērtība var būt kā pozitīva, tā arī negatīva. Pārvietojuma zīme norāda uz pārvietojuma virzienu, Gadījumā, ja atbilstoši sakarībai (7.5) noteiktais pārvietojums ir pozitīvs, tad pārvietojuma virziens sakrīt ar pieliktā vienības spēka virzienu. Negatīva pārvietojuma vērtība norāda uz to, ka pārvietojums vērsts pretēji pieliktā vienības spēka virzienam.

7.7. Pārvietojumu izskaitļošanas tehnika

Turpmāk apskatāmās pārvietojumu aprēķina metodes ar Mora formulu atšķiras ar to, kādā veidā tiek aprēķināts integrālis $\int_{l_i} \overline{M}_k M_p dx$, pieņemot, ka pārvietojumi tiek rēķināti tikai no lieces momentiem, kā



att. 7.8

nāti tikai no lieces momentiem, kā tas ir pieņemts sijām un rāmjiem. Parasti lieto vienu no trim iespējamajiem variantiem - tiešo integrēšanu, Vereščagina paņēmieni vai Simpsona formulu.

Izmantojot tiešo integrēšanu jāveic momentu funkciju reizinājuma integrēšana. Praktiskos aprēķinos tas bieži rada neērtības gan zemintegrāļu funkciju analītisko izteiksmju noteikšanā,

gan to integrēšanā. Tādēļ ir saprotama tendence Mora integrāļu izskaitļošanu vienkāršot. Pazīstamākie paņēmieni ir Vereščagina paņemiens un Simpsona formulas izmantošana.

Aprēķinot pārvietojumu ar **tiešās integrēšanas paņēmieni** katram sistēmas posmam nepieciešams zināt iekšējo piepūļu izmaiņas likumu analītiskā veidā kā funkciju no koordinātes x (attāluma no posma sākuma). Apskatīsim piemēru.

Piemērs 7.2. Noteikt šķēluma C horizontālo pārvietojumu att. 7.8 parādītajam rāmim.

Atrisinājums. Pārvietojuma aprēķinā summēšana jāveic diviem posmiem. Katra posma robežās jāatrod integrālis pa posma garumu. Katram posmam nepieciešamas izteiksmes, kas raksturo lieces momenta maiņas likumu divos sistēmas stāvokļos – slodzes un vienības. Slodzes stāvoklī lieces momenta lielumu rāmja posmos nosaka izteiksmes

$$M_p^{1-1} = qx_1^2/2; \quad M_p^{2-2} = ql^2/2 + qx_2^2/2.$$

Par pozitīviem pieņemti momenti, kas stiepj rāmja ārpusi. Nosakot lieces momentus vienības stāvoklī jāizmanto šis pats zīmju likums.

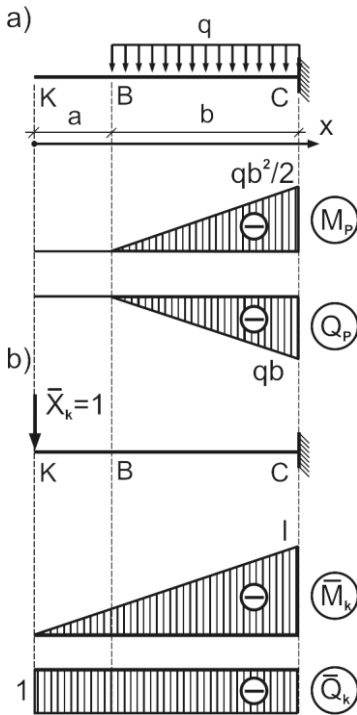
Vienības stāvoklī lieces momenta vērtības rāmja posmos atrodam izmantojot sakarības

$$\overline{M}_1^{1-1} = 0; \quad \overline{M}_1^{2-2} = -1 \cdot x_2.$$

Ievietojam atrastās momentu izteiksmes Mora formulā un integrējot atrodam pārvietojumu:

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \frac{1}{EI} \int_0^l 0 \cdot \frac{qx_1^2}{2} dx_1 + \frac{1}{2EI} \int_0^{2l} (-x_2) \cdot \left(\frac{ql^2}{2} + \frac{qx_2^2}{2} \right) dx_2 = 0 - \frac{ql^2}{4EI} \int_0^{2l} x_2 dx_2 - \\ &- \frac{q}{4EI} \int_0^{2l} x_2^3 dx_2 = -\frac{ql^2}{4EI} \cdot \frac{x_2^2}{2} \Big|_0^{2l} - \frac{q}{4EI} \cdot \frac{x_2^4}{4} \Big|_0^{2l} = -\frac{3ql^4}{2EI}. \end{aligned}$$

Rezultāts iegūts ar mīnus zīmi, tātad pārvietojuma virziens ir pretējs pieliktā vienības spēka virzienam sistēmas vienības stāvoklī.



att. 7.9

Piemērs 7.3. Novērtēt lieces momenta un šķērsspēka iespaidu uz nemainīga šķēluma viena materiāla konsolsijas brīvā gala vertikālo pārvietojumu vienmērīgi izkļiedēta slogojuma gadījumā (att. 7.9a).

Atrisinājums. Pārvietojumu punktā K nosaka sakarība (asspēki apskatāmajā piemērā neveidojas):

$$\Delta_{kP} = \Delta_{kP}(M) + \Delta_{kP}(Q),$$

kur

$$\Delta_{kP}(M) = \sum \int \frac{\overline{M}_k M_P}{EI} dx;$$

$$\Delta_{kP}(Q) = \sum \int \frac{\overline{Q}_k Q_P}{GA} dx.$$

Summēšana pārvietojumu $\Delta_{kP}(M)$ un $\Delta_{kP}(Q)$ aprēķinā veicama posmiem ar atšķirīgām momentu un šķērsspēku aprēķina analītiskajām izteiksmēm. Dotajā gadījumā tādi posmi ir divi: neslogots sijas posms KB robežās no $x=0$ līdz $x=a$ un ar izkļiedētu slodzi slogots posms BC robežās no $x=a$ līdz $x=l=a+b$. Attiecīgo funkciju reizinājumi $(\overline{M}_p \overline{M}_k$ un $\overline{Q}_p \overline{Q}_k)$ tiek integrēti konkrēto posmu robežās.

Posmā KB ir spēkā sekojošas izteiksmes iekšējo piepūļu noteikšanai:

slodzes stāvoklī (att. 7.9a)

$$M_p = 0; \quad Q_p = 0; \quad (0 \leq x \leq a)$$

vienības stāvoklī (att. 7.9b)

$$\overline{M}_k = -x; \quad \overline{Q}_k = -1. \quad (0 \leq x \leq a)$$

Posmā BC iekšējās piepūles nosaka sakarības:

slodzes stāvoklī (att. 7.9a)

$$M_p = -\frac{q(x-a)^2}{2}; \quad Q_p = -q(x-a); \quad (a \leq x \leq l)$$

vienības stāvoklī (att. 7.9b)

$$\overline{M}_k = -x; \quad \overline{Q}_k = -1. \quad (a \leq x \leq l)$$

Tā kā tika izdarīts pieņēmums, ka visa sija izgatavota no viena materiāla un tās šķērs-griezums visas sijas garumā nemainās, tad attiecīgos pārvietojumus nosaka sakarības:

$$\Delta_k(M) = \frac{1}{EI} \left[\int_0^a 0 \cdot x dx + \int_a^l \frac{q(x-a)^2}{2} \cdot x dx \right],$$

$$\Delta_k(Q) = \mu \frac{1}{GA} \left[\int_0^a 0 \cdot 1 dx + \int_a^l q(x-a) dx \right].$$

Izpildot integrēšanu, iegūstam

$$\Delta_k(M) = \frac{qb^3}{24EI} (4a + 3b),$$

$$\Delta_k(Q) = \mu \frac{qb^2}{2GA}.$$

Tātad slodzes izraisīto vertikālo pārvietojumu punktā K nosaka sakarība

$$\Delta_{kp} = \frac{qb^2}{2} \left(\frac{4ab + 3b^2}{12EI} + \frac{\mu}{GA} \right).$$

Lai novērtētu šķērsspēka lomu pārvietojuma Δ_{kp} aprēķinā, sastādām attiecību

$$\frac{\Delta_k(Q)}{\Delta_{kp}} = \frac{1}{1 + \frac{4a + 3b}{12\mu} \cdot b \cdot \frac{GA}{EI}}.$$

Šī attiecība nav atkarīga no pieliktās slodzes intensitātes, bet gan no tās izvietojuma un no darinājuma šķērsgriezuma raksturotājiem un materiāla elastīgajām īpašībām.

Tabulā 7.2 sniegti izskaitļojumu rezultāti vairāku viena garuma, bet dažāda materiāla un profila stieņiem. Saskaņā ar šiem rezultātiem lielākā šķērsspēka izraisītā izliece novērojama koka sijai.

Tabula 7.2

Šķērsspēka iespaids novērtējums uz sijas pārvietojumiem

Stieņu veidi	a, m	b, m	A, cm ²	J, cm ⁴	μ	E, 10 ¹¹ Pa	G, 10 ¹¹ Pa	Δ _k (Q), 10 ⁻⁵ m	Δ _k (Q)/Δ _{kp} , %
T profila metāla sija Nr10	2	2	14,2	244	3,67	2	0,81	0,96	0,66
T profila metāla sija Nr24	2	2	34,8	3460	2,82	2	0,81	0,068	2,9
Egļu koka sija	2	2	40	333	1,2	0,1	0,055	14	0,63
T profila metāla sija Nr10	1	3	14,2	244	3,67	2	0,81	3	0,13
Egļu koka sija	1	3	40	333	1,2	0,1	0,055	44	0,056

Mora integrāļa aprēķinu var ievērojami vienkāršot izmantojot **Vereščagina paņēmieni**: ja viena no sareizināmajām epīrām ir ierobežota ar taisni, bet otrai ir patvaļīga

forma, tad integrāļa $\int_l \overline{M}_k M_p dx$ vērtību var atrast kā patvaļīgās formas epīras lau-

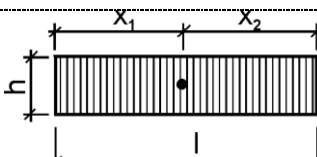
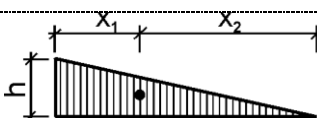
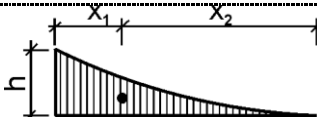
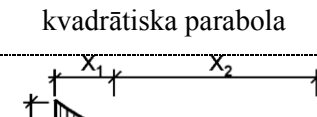
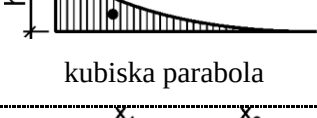
kuma (ω) reizinājumu ar ordināti (y) pretī šī laukuma smaguma centru, kas ņemta no epīras, kas ierobežota ar taisni.

Izteiksme $\int_l \overline{M}_k M_p dx = \omega y$ var tikt izmantota Mora integrāļa aprēķinā, ņemot vērā

sekojošas īpašības:

Tabula 7.3

Epīru laukumi un smaguma centru ordinātas

Epīra	ω	x_1	x_2
	lh	l/2	l/2
	lh/2	l/3	2l/3
 kvadrātiska parabola	lh/3	l/4	3l/4
 kubiska parabola	lh/4	l/5	4l/5
 kvadrātiska parabola	2lh/3	l/2	l/2
 kvadrātiska parabola	2lh/3	3l/8	5l/8

1. Reizinājums ωy ir pozitīvs, ja laukums ω un ordināte y atrodas vienā pusē no stieņa ass un negatīvs, ja dažādās;

2. Epīrai, no kuras ņemam laukumu, var būt jebkura forma, epīrai, no kuras ņemam ordināti, obligāti jābūt ierobežotai ar taisni;

3. Ja kādai no epīrām ir sarežģīta forma, to ieteicams sadalīt vienkāršās figūrās, kurām ir zināmas sakarības laukuma noteikšanai un smaguma centra novietojums (daži laukumi tab. 7.3) un izmantot sakarību

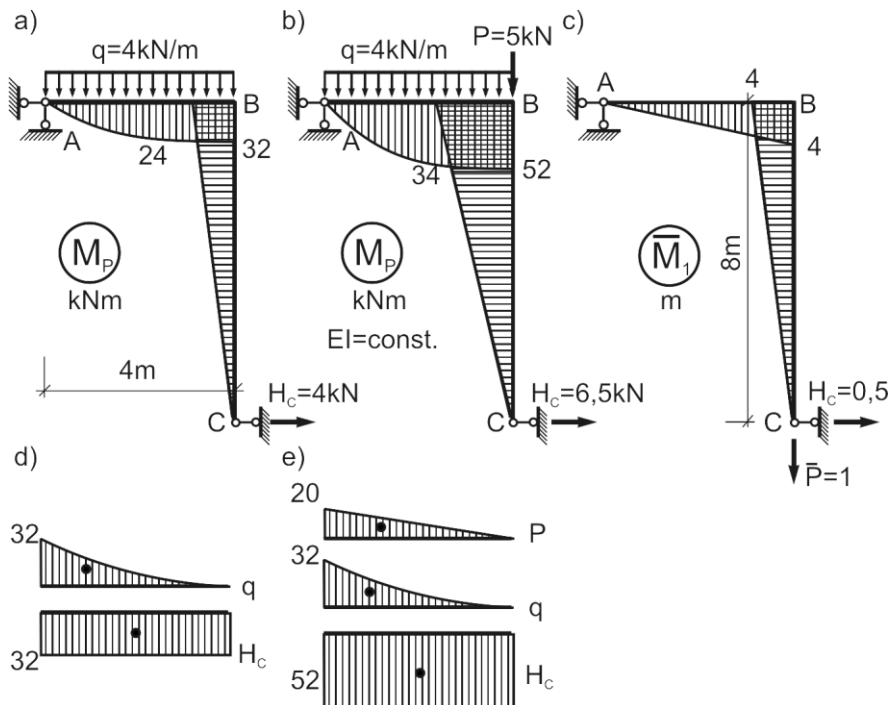
$$\omega y = \omega_1 y_1 + \omega_2 y_2 + \dots + \omega_n y_n,$$

kur ω - sarežģītās formas epīras laukums; y - šī laukuma smaguma centram atbilstošā ordināte no epīras, kas ierobežota ar taisni; $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ - vienkāršo figūru laukumi; $y_1, y_2, \dots, y_n$ - šo laukumu smagumu centriem atbilstošās ordinātas.

Tātad, pārvietojuma aprēķinam izmantojot Vereščagina paņēmieni, pielietojama sakarība

$$\Delta_{kp} = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i \cdot y_i}{(EI)_i}.$$

Analogi algoritmi pielietojami arī šķērsspēku $Q_p \bar{Q}_k$ un asspēku $N_p \bar{N}_k$ gadījumos.



att. 7.10

Pielietojot Vereščagina paņēmienu, epīru konstruēšanas gaitā jāseko, no kādiem laukumiem sastāv iegūtās epīras. Attēlā 7.10 parādīts rāmis divos slodzes stāvokļos (a un b) un tiem atbilstošās lieces momentu epīras. Neiedziļinoties epīru konstruēšanas procesā, šķiet, ka rēķinot punkta C vertikālo pārvietojumu, abus gadījumos posmam AB var tikt izmantotas tab. 7.3 pēdējā ailē dotās sakarības. Pārbaudei salīdzināsim rezultātus, kas iegūti posmam AB, izmantojot tabulas 7.3 sakarības un sadalot epīru elementārlaukumos:

1. gadījumam (divi elementārlaukumi – no balsta reakcijas un izkļiedētās slodzes (att. 7.10d));

$$\frac{\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 32 \cdot \frac{5}{8} \cdot 4}{EI} = - \frac{\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 32 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4}{EI} + \frac{4 \cdot 32 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4}{EI}$$

$$\frac{213,3(3)}{EI} = \frac{213,3(3)}{EI}$$

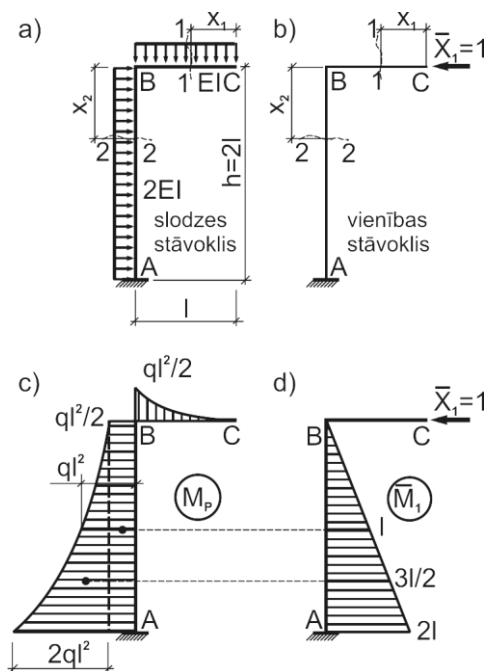
2. gadījumam (trīs elementārlaukumi – no balsta reakcijas, izkliedētās slodzes un spēka P (att. 7.10e));

$$\frac{\frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 52 \cdot \frac{5}{8} \cdot 4}{EI} = - \frac{\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 32 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4}{EI} + \frac{4 \cdot 52 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4}{EI} - \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 20 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4}{EI}$$

$$\frac{346,6(6)}{EI} \neq \frac{320}{EI}$$

Redzam, ka tabulas 7.3 pēdējās rindas sakarības nedod pareizu rezultātu, ja bez izkliedētās slodzes darbojas vēl kāda cita slodze un epīra sastāv no vairāk kā diviem elementārlaukumiem (taisnstūra un kvadrātiskas parabolas).

Piemērs 7.4. Veikt piemērā 7.2 dotā rāmja brīvā gala horizontālā pārvietojuma aprēķinu, izmantojot Vereščagina paņēmieni.



att. 7.11

Atrisinājums. Lai izmantotu Vereščagina paņēmieni nepietiek ar analītiskām izteiksmēm, kas raksturo iekšējo piepūļu izmaiņu katra posma robežās. Ir jākonstruē lieces momentu epīras att. 7.8 parādītajiem sistēmas slodzes un vienības stāvokļiem, pie kam, konstruējot epīras ir ieteicams tikt skaidrībā no kādiem elementāriem laukumiem sastāv epīras to sarežģītākajos posmos. Atbilstošās slodzes un vienības epīras parādītas att. 7.10. Nav grūti konstatēt, ka posmā AB slodzes epīra (att. 7.11c) sastāv no diviem elementāriem laukumiem – taisnstūra, kurš rodas no vertikālās izkliedētās slodzes un kvadrātiskas parabolas, kura rodas no horizontālās izkliedētās slodzes.

Summēšana jāveic pa diviem posmiem, katrā no kuriem

ir atšķirīgas stinguma EI vērtības. Posmā AB slodzes epīru sadalām divos laukumos. Pārvietojuma aprēķinam iegūsim sekojošu izteiksmi

$$\Delta_{1P} = \frac{1}{EI} \omega_1 y_1 - \frac{1}{2EI} (\omega_2 y_2 + \omega_3 y_3) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{3} \cdot l \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot 0 - \frac{1}{2EI} \left(2l \cdot \frac{ql^2}{2} \cdot l + \frac{1}{3} \cdot 2l \cdot 2ql^2 \cdot \frac{3}{2} l \right) = -\frac{3ql^4}{2EI}.$$

Iegūtā pārvietojuma vērtība sakrīt ar piemērā 7.2 iegūto.

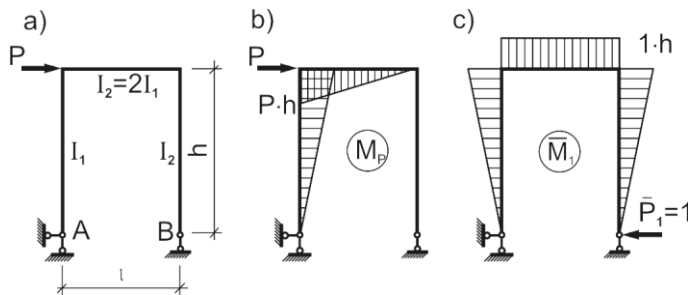
Piemērs 7.5. Noteikt att.7.12a dotajam rāim **balsta B** horizontālo pārvietojumu

Atrisinājums. Pieņemam, ka viss rāmis izgatavots no viena materiāla ar elastības moduli E . Statu inerces momenti ir I bet rīģelim tas ir divas reizes lielāks.

Rāmja patiesajam stāvoklim atbilstošā lieces momenta epīra (slodzes izraisītā) attēlota att. 7.12b, bet vienības stāvoklim, kad rāim **balstā B** pielikta horizontāla vienības slodze, lieces momenta epīra attēlota att. 7.12c.

Izmantojot epīru sareizināšanai **Vereščagina paņēmieni**, meklējamo **balsta B** horizontālo pārvietojumu nosakām sekojošā veidā:

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} Ph \cdot h \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} h - \frac{1}{2EI} Ph \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot h = -\frac{Ph^2}{EI} \left(\frac{h}{3} + \frac{l}{4} \right).$$



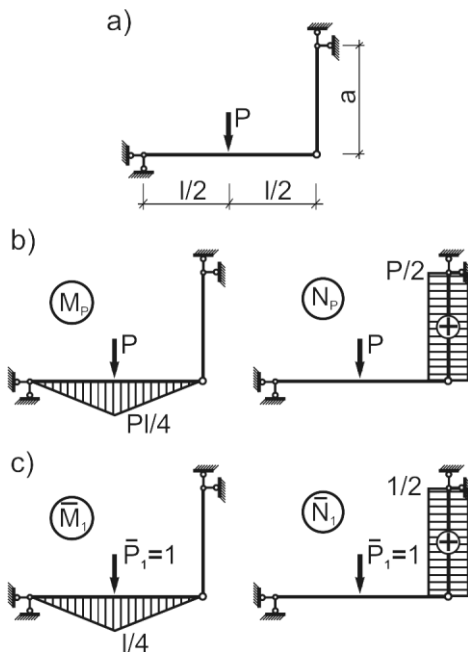
att. 7.12

Pārvietojums iegūts ar mīnus zīmi tādēļ, ka sareizināmās epīras atrodas dažādās rāmja elementu pusēs un tas nozīmē, ka **balsts B** pārvietojas nevis vienības slodzes virzienā, bet tai

pretējā, t.i. pa labi.

Piemērs 7.6. Noteikt sijai slodzes **P** pielikšanas punktā vertikālo pārvietojumu (att. 7.13). Sijas kreiso galu balsta nekustīga locīkla, bet labo notur sijai ar locīklu piestiprināts stienis, kura stiepes stingrība ir EF. Sijas šķērsriezuma lieces stingums ir EI. Novērtēt asspēku iespaidu.

Atrisinājums. Dotajā gadījumā viens no sistēmas elementiem strādā uz lieci (sija), bet otrs uz stiepi (vertikālais stienis). Nosakot slodzes pielikšanas punkta pārvietojumu, sijai pietiktu ņemt vērā tikai lieces momentus, bet iekarā (vertikālais stienis) rodas stiepes piepūle un tādēļ, lai ievērtētu tās iespaidu uz sijas izlieci, vispārīgajā Mora integrāļa izteiksmē jāievērtē arī saskaitāmais, kurš satur asspēkus, t.i. jāizmanto sakarība:



att.7.13

$$\Delta_{1P} = \sum_i \int_{l_i} \frac{\bar{M}_1 M_P}{EI} dx + \sum_i \int_{l_i} \frac{\bar{N}_1 N_P}{EA} dx.$$

Sareizināmās epīras attēlotas att. 7.13. Saskaņā ar Vereščagina paņēmieni pirmais saskaitāmais nosakāms sekojošā veidā

$$\Delta_{1M} = 2 \cdot \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{4} = \frac{Pl^3}{48EI}.$$

Analogi, sareizinot asspēku epīras, iegūstam:

$$\Delta_{1N} = \frac{1}{EA} \cdot \frac{P}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{Pa}{4EA}.$$

Tātad nosakāmais pārvietojums slodzes **P** pielikšanas punktā ir:

$$\Delta_{1P} = \Delta_{1M} + \Delta_{1N} = \frac{Pl^3}{48EI} + \frac{Pa}{4EA}.$$

Iegūtās sakarības dod iespēju veikt attiecīgo lieces momentu un asspēku iespaidu uz meklējamā pārvietojuma vērtību izvērtējumu un analizēt stieņu sistēmas un atsevišķu stieņu ģeometrijas iespaidu uz pārvietojumu.

Piemēram, pieņemot, ka stieņu garumi $l=a=6\text{m}$ un šķērsriezums ir kvadrāts ar malu

$h=0,2\text{m}$ ($I=h^4/12$), aprēķinam pārvietojumu attiecību

$$\frac{\Delta_{1M}}{\Delta_{1N}} = \frac{l^2}{h^2} = 900.$$

Tātad pārvietojums, ko izraisa lieces moments ir 900 reizes lielāks, par pārvietojumu, ko izraisa aksiāls spēks.

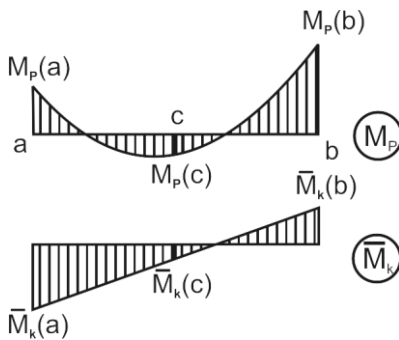
Veicot Mora integrāļa skaitlisko aprēķinu plaši tiek izmantota **Simpsona formula**:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{3n} \left[f(a) + 4f\left(a + \frac{b-a}{n}\right) + 2f\left(a + 2 \cdot \frac{b-a}{n}\right) + \dots + f(b) \right].$$

Gadījumos, kad zemintegrāļa izteiksmi (mūsu gadījumā $\frac{\bar{M}_k \cdot M_p}{EI}$) iespējams aproksimēt ar 2. kārtas līkni, uz Simpsona formulas pamata iegūstam vienkāršotu sakarību:

$$\int_a^b \frac{\bar{M}_k(x)M_p(x)}{EI(x)} dx = \frac{b-a}{6} \left[\frac{\bar{M}_k(a)M_p(a)}{EI_a} + 4 \frac{\bar{M}_k(c)M_p(c)}{EI_c} + \frac{\bar{M}_k(b)M_p(b)}{EI_b} \right],$$

kur c ir intervāla (a,b) viduspunkts (att. 7.14).



att. 7.14

Gadījumos, kad stieņa lieces stingums EI integrēšanas intervālā ir konstants, Mora integrāļa vērtība nosakāma izmantojot tikai trīs lieces momentu vērtības – momentu vērtības abos intervāla galos un intervāla viduspunktā. Šī sakarība praktiski tiek lietota gadījumos, kad viena momenta epūra ($\bar{M}$) ir lineāra, bet otra lineāra vai parabolveida. Tātad Mora integrāļa izskaitļo-

šana iespējama izmantojot sakarību:

$$\Delta_{kP} = \sum_i \frac{1}{EI_i} \int_0^{l_i} \bar{M}_k(x)M_p(x)dx =$$

$$= \sum_i \frac{l_i}{6EI_i} \left[\bar{M}_k(0)M_p(0) + 4\bar{M}_k\left(\frac{l_i}{2}\right)M_p\left(\frac{l_i}{2}\right) + \bar{M}_k(l_i)M_p(l_i) \right]. \quad (7.6)$$

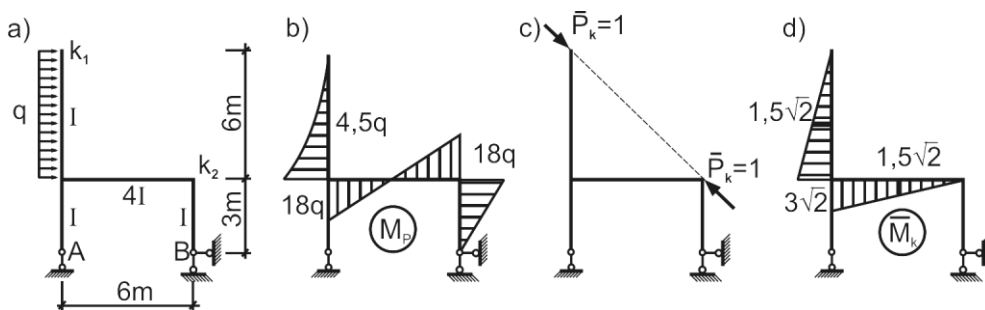
Pieaugot zemintegrāļa funkcijas kārtai, formulas precizitāte krītas Tomēr arī šādos gadījumos var tikt pielietota izteiksme (7.6), aizstājot integrēšanas posma garumu ar vairākiem īsākiem posmiem.

Piemērs 7.7. Veikt piemērā 7.2 dotā rāmja brīvā gala horizontālā pārvietojuma aprēķinu, izmantojot Simpsona formulu.

Atrisinājums. Slodzes un vienības epīras redzamas att. 7.11. Lai pielietotu Simpsona formulu jāzin lieces momenta vērtības katra posma sākumā, vidū un beigās. Meklējamo pārvietojumu aprēķinām atbilstoši sakarībai

$$\Delta_{1P} = \frac{l}{6EI} \left(\frac{ql^2}{2} \cdot 0 + 4 \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot 0 + 0 \cdot 0 \right) - \frac{2l}{6 \cdot 2EI} \left(\frac{ql^2}{2} \cdot 0 + 4 \cdot ql^2 \cdot l + \frac{5ql^2}{2} \cdot 2l \right) = -\frac{3ql^4}{2EI}$$

Pirmo saskaitāmo varējām arī nerakstīt, jo posmā BC vienības epīrai visas ordinātas ir vienādas ar nulli.



att. 7.15

Piemērs 7.8. Noteikt, par cik ārējās slodzes iespaidā izmainās attālums starp att. 7.15a dotā rāmja punktiem k_1 un k_2 . Statiem lieces stingums ir $EI = const$, bet rīģelim četras

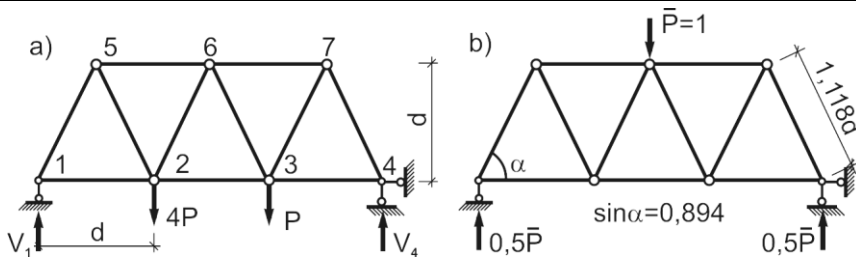
reizes lielāks - $4 EI$.

Atrisinājums. Slodzes izraisītā lieces momentu epīra un vienības stāvokļa lieces momenta epīra, kura iegūta pieliekot vienības spēkus abos punktos k_1 un k_2 šos punktus savienojušās taisnes virzienā, attēlotas att. 7.15b,d.

Epīru M_p un $\bar{M}_k$ sareizināšanai izmantojam Simpsona formulu (7.6). Tādā gadījumā saskaņā ar Mora integrāli nosakāmā pārvietojuma Δ_{kp} vērtība ir:

$$\begin{aligned}\Delta_{kp} &= \frac{6}{6EI} [18q \cdot 3\sqrt{2} + 4 \cdot 4,5q \cdot 1,5\sqrt{2} + 0 \cdot 0] + \\ &+ \frac{6}{6 \cdot 4EI} [18q \cdot 3\sqrt{2} + 4 \cdot 0 \cdot 1,5\sqrt{2} - 18q \cdot 0] = \\ &= \frac{1}{EI} \left[54 \cdot \sqrt{2}q + 27\sqrt{2}q + \frac{1}{4} 54\sqrt{2}q \right] = \frac{94,5\sqrt{2}}{EI} q;\end{aligned}$$

Piemērs 7.9. Noteikt att. 7.16a dotās kopnes augšējās joslas viduspunkta (mezgls 6) vertikālo pārvietojumu. Kopnes joslu stieņu stingrība $EF = \text{const}$, bet atgāžņu stingrība divas reizes mazāka, t.i. $0,5EF$.



att. 7.16

Kopnes patiesais stāvoklis attēlots att. 7.16a, bet vienības stāvoklis att. 7.16b. Jānosaka piepūles visos kopnes stieņos divos slogojuma gadījumos – ar ārējo slodzi un ar vienības slodzi. Meklējamo pārvietojumu Δ_6^{ver} saskaņā ar Mora integrāli nosaka sakarība

$$\Delta_6^{\text{ver}} = \sum_i \frac{N_{p_i} \bar{N}_i}{EA_i} \ell_i.$$

Aprēķina rezultāti sakopoti tab. 7.4.

Tab. 7.4

Kopnes piepūļu aprēķina rezultāti

Stieņa numurs	Piepūles stieņos no slodzes, N_{pi}	Piepūles stieņos no vienības slodzes $\bar{N}_i$	Saskaitāmie $N_{pi} \cdot \bar{N}_i \cdot \ell_i$	$\frac{N_{pi} \bar{N}_i}{EA_i} \ell_i$
Stieņa garums d, stingums EF				
1 – 2	1,5P	0,25	0,375Pd	0,375
2 – 3	2,5P	0,75	1,875Pd	1,875
3 – 4	P	0,25	0,25Pd	0,25
5 – 6	-3P	- 0,5	1,5Pd	1,5
6 – 7	-2P	-0,5	Pd	1
Stieņa garums 1,118d, stingums 0,5EF				
1 – 5	-3,356P	-0,559	2,097Pd	4,194
5 – 2	3,356P	0,559	2,097Pd	4,194
2 – 6	1,118P	-0,559	-0,699Pd	-1,397
6 – 3	-1,118P	-0,559	0,699Pd	1,397
3 – 7	2,237P	0,559	1,398Pd	2,796
7 – 4	-2,237P	-0,559	1,398Pd	2,796
			Kopā	13,980

$$\Delta_6^{vert} = 13,98 \left(\frac{Pd}{EA} \right)$$

Ievietojot Pd/EA vērtību, iegūstam konkrētu pārvietojuma Δ_6^{ver} vērtību .

7.8. Temperatūras izmaiņas izraisītie pārvietojumi

Izmainoties temperatūrai, mainās sistēmas stāvoklis, jo sistēmas sastāvdaļas (stieņi) pagarinās (saīsinās) un izliecas (šķēlumi brīvi pagriežas). Ja sistēma ir statiski noteicama, stieņi deformējas, bet piepūles tajos nerodas. Viendabīga temperatūras izmaiņa izraisa stieņu pagarinājumu vai saīsinājumu, bet nevienmērīgas temperatūras izmaiņas rezultātā stieņi izliecas maksimālās pozitīvās temperatūras izmaiņas virzienā un otrādi.

Mora formulu (7.2) varam uzrakstīt arī sekojošā veidā:

$$\Delta_{km} = \sum \int \bar{M}_k \Delta_{\varphi m} + \sum \int \bar{N}_k \Delta_{xm} + \sum \int \bar{Q}_k \Delta_{ym},$$

kur $\Delta_{\varphi m} = M_m \frac{dx}{EI}$ - elementa dx gala plakņu savstarpējā pagrieziena leņķis, kurš veidojies pieliktās ārējās slodzes dēļ;

$$\Delta_{xm} = N_m \frac{dx}{EA} \text{ - gala plakņu pārvietojums stieņa ass virzienā;}$$

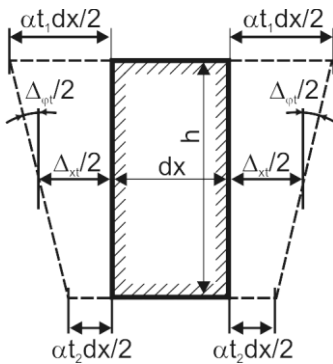
$$\Delta_{ym} = \eta Q_m \frac{dx}{GA} \text{ - gala plakņu savstarpējā nobīdīšanās stieņa asij perpendiku-}$$

lārā virzienā.

Šādā formā Mora formula izmantojama ne tikai gadījumā, ja pārvietojumus $\Delta_{\varphi m}, \Delta_{xm}, \Delta_{ym}$ izraisījusi ārējā slodze, bet arī gadījumā, ja tos izraisījusi temperatūra.

Att. 7.16 attēlots gadījums, kad stieņa elementa ar garumu dx augšējās kārtas temperatūra izmainās par t_1 °C, bet apakšējā par t_2 °C. Pieņemam, ka temperatūras sadalījums pa elementa augstumu h ir lineārs. Tādā gadījumā, elementa šķēlumu savstarpējo pagriezienu nosaka sakarība:

$$\Delta_{\varphi t} = \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} dx,$$



att. 7.17

kur α - materiāla lineārās izplešanās koeficients.

Elementa garuma izmaiņu stieņa ass virzienā nosaka izteiksme

$$\Delta_{xt} = \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} dx$$

Gadījumos, kad elementa šķēlums nav simetrisks attiecībā pret stieņa asi, kas ir šķēluma smagumcentrus savienojošā taisne, stieņa ass garuma izmaiņu raksturo izteiksme

$$\Delta_{xt} = \alpha \left(t_2 + \frac{t_1 - t_2}{h} h_0 \right) dx,$$

kur h_0 - attālums no elementa apakšējās malas līdz stieņa asij.

Lineārās termiskās izplešanās koeficientu vērtības tādiem materiāliem kā tērauds, betons, dzelzsbetons var uzskatīt par praktiski vienādiem un pieņemt, ka $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^{\circ}\text{K}$. Visai plašs lineārās termiskās izplešanās koeficientu vērtību spektrs ir plastmasām un to izstrādājumiem, kā arī kompozītiem materiāliem uz organisko saistvielu bāzes. Jāatzīmē, ka pēdējiem materiāliem parametrs α var būt mainīgs atkarībā no temperatūru diapazona.

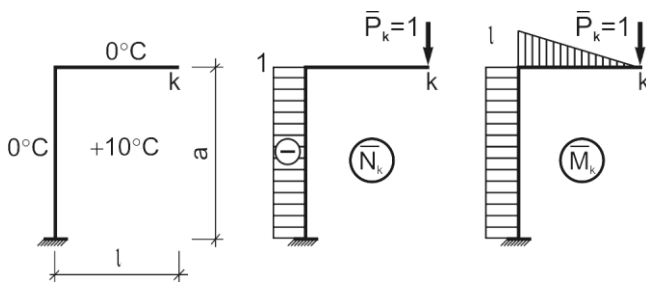
Temperatūras izmaiņas nerada bīdes deformācijas un tātad $\Delta_{yt} = 0$.

Ievietojot temperatūru izmaiņu radīto pārvietojumu izteiksmes Mora formulā, iegūstam formulu temperatūras pārvietojuma noteikšanai:

$$\Delta_{kt} = \sum \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} \int \bar{M}_i dx + \sum \alpha \frac{t_1 + t_2}{2h} \int \bar{N}_i dx \quad (7.7)$$

Integrēšana veicama tikai to posmu robežās, kuros ir izmainījies temperatūra. Integrāļu vērtības ir vienības momenta vai asspēka epīru ierobežotie laukumi.

Izteiksmes Δ_{it} saskaitāmo zīmes nosaka saskaņā ar sekojošu metodiku: ja elementa deformācijas temperatūras dēļ ir analogas deformācijām no vienību slodzes, tad attiecīgā saskaitāmā zīme ir pozitīva un otrādi.



att. 7.18

Svarīgi ievērot, ka temperatūru radīto pārvietojumu gadījumā **nedrīkst ņemt vērā ass spēkus**.

Piemērs 7.10 Noteikt rāmja (att. 7.18) punkta K vertikālo

pārvietojumu, ja iekšējā temperatūra palielinās par 10°C , bet ārējā temperatūra nemainās. Stieņa šķērsriezuma augstums ir h .

Atrisinājums. Attiecīgo epīru laukumi ir:

$$\Omega_{\bar{N}} = 1 \cdot a = a;$$

$$\Omega_{\bar{M}} = \ell \cdot a + 0,5l \cdot l = \ell(a + 0,5\ell).$$

Aprēķinām nepieciešamie temperatūru koeficienti ir

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{0 + 10}{2} = 5; \quad |t_1 - t_2| = |0 - 10| = 10.$$

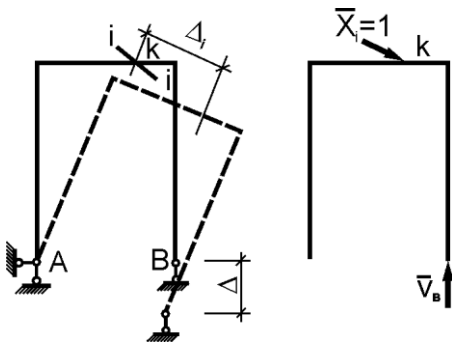
Temperatūru starpība tiek ievērtēta pēc absolūtās vērtības. Temperatūras pieaugums rāmja iekšpusē izraisa stieņa iekšējās šķiedras pagarināšanos, bet vienības slodze pretēji - tās saīsināšanos. Līdz ar to aprēķināmā pārvietojuma vērtība atbilstoši izteiksmei ir negatīva:

$$\Delta_{ct} = -\frac{10\alpha}{d} \ell(a + 0,5\ell) - 5\alpha a.$$

Tātad rīģeļa brīvais gals temperatūras izmaiņas rezultātā pārvietojas vertikālā virzienā uz augšu.

7.9. Balstu pārvietojumu izraisītie statiski noteicamu sistēmu pārvietojumi

Pārvietojot **statiski noteicamu sistēmu balstus** to saišu virzienos, atšķirībā no statiski nenoteicamām sistēmām, šo sistēmu elementos **piepūles nerodas**.



att. 7. 19

Pieņemam, ka att. 7.19 attēlotā rāmja balsts B pārvietojies par lielumu Δ vertikālā virzienā.

Jānosaka punkta K pārvietojums virzienā i-i, t.i, pārvietojums $\Delta_{i\Delta}$. Izveidojam dotās sistēmas vienības stāvokli, pieliekot punktā K vienības slodzi $\bar{X}_i=1$ virzienā i-i. Pieliktās vienības slodzes rezultātā balstā B rodas vertikāla reakcija $\bar{V}_B$.

Izmantojot darbu savstarpīguma teorēmu abiem (vienības un patiesajam) stāvokļiem, var sastādīt vienādojumu:

$$X_i \Delta_i - \bar{V}_B \cdot \Delta = 0,$$

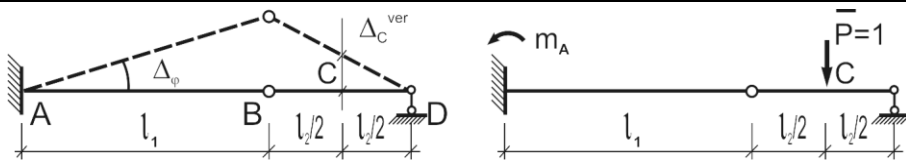
$$\text{t.i.} \quad 1 \cdot \Delta_i = \bar{V}_B \cdot \Delta.$$

Tātad pārvietojums patvaļīgā sistēmas šķēlumā i-i fiksētā virzienā (šoreiz tas ir i-i) ir vienāds ar balsta pārvietojuma (sākuma nosacījumos uzdots lielums) un balstreakcijas, kura rodas vienības slodzes rezultātā, reizinājumu. Šis reizinājums ir pozitīvs, ja balsta reakcija V_B vērsta pretējā virzienā balsta pārvietojumam Δ un otrādi.

Tātad, lai noteiktu statiski noteicamas sistēmas kāda punkta pārvietojumu balstu pārvietojuma dēļ, veicami sekojoši aprēķina etapi:

- jāizvēlas būves vienības stāvoklis, uzskatot pārvietoto balstu par nekustīgu izejas stāvoklī;
- jānoslogo būve vienības stāvoklī ar vienības piepūli meklējamā pārvietojuma virzienā;
- jānosaka vienības stāvokļa balstu reakcijas pārvietotajos balstos;
- jāastāda vienības stāvokļa piepūļu darba izteiksmi;
- pielīdzinot šo izteiksmi nullei, jānosaka meklējamo pārvietojumu.

Piemērs 7.11. Noteikt locīklu sijas (zīm.7.20) punkta C vertikālo pārvietojumu, ja tās iespīlētais kreisais balsts tiek pagriezts par leņķi Δ_ϕ .



att. 7.20

Atrisinājums. Nosakām balsta A pagrieziņa reakciju m_A vienības stāvoklī. Tā ir

$$m_A = 0,5 \cdot \ell_1.$$

Uz darbu savstarpīguma principa pamata sastādām vienādojumu

$$1 \cdot \Delta_c^{ver} + m_A \cdot \Delta_\phi = 0,$$

$$\text{vai} \quad \Delta_c^{ver} + 0,5\ell_1 \Delta_\phi = 0$$

$$\text{un} \quad \Delta_c^{ver} = -0,5\ell_1 \Delta_\phi.$$

Mīnus zīme norāda, ka punkts C pārvietojas pretēji vienības slodzes $\bar{X}_C=1$ virzienam. Tātad punkta C pārvietojums notiek virzienā uz augšu.

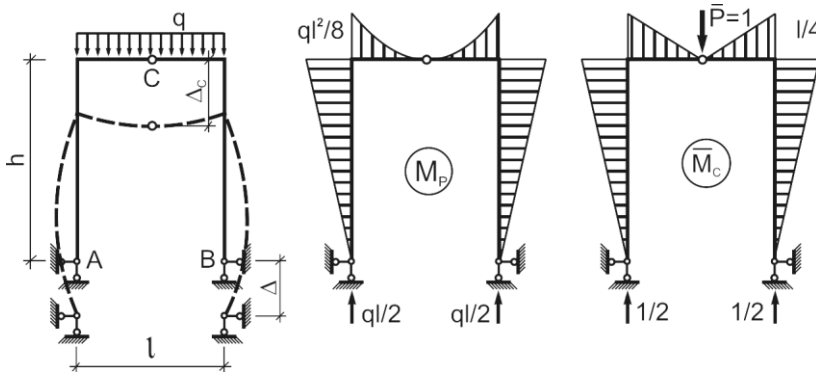
Studentam ieteicams patstāvīgi noteikt pārvietojumus (lineāros, leņķiskos), kuri ro-

das pārvietojoties balstam vienlaicīgi vertikālā un horizontālā virzienā vai vienlaicīgi vairākiem balstiem.

Piemērs 7.12. Noteikt slogota trīslēcīklu rāmja vidējās locīklas (att. 7.21a) pārvietojumu balsta sēšanās rezultātā. Pieņemam, ka slodzes q dēļ rāmja balsts vertikāli pārvietojas par lielumu $\Delta = v_A/k_A$, kur k_A elastīgā padāvīguma koeficients, bet $v_A = ql/2$.

Atrisinājums. Pielietojot **Mora teorēmu** vienības stāvokļa iekšējiem un ārējiem spēkiem (ārējo spēku iespējamais darbs uz pārvietojumiem to virzienos ir vienāds ar iekšējo piepūļu M_p , N_p , Q_p iespējamo darbu uz tiem atbilstošiem pārvietojumiem tai pašā sistēmā) pieņemot par iespējamiem pārvietojumiem patiesajā stāvoklī, iegūstam

$$1 \cdot \Delta_c - 2\bar{v}_A \Delta = \sum \int \frac{\bar{M}_c M_p}{EI} dx.$$



att. 7.21

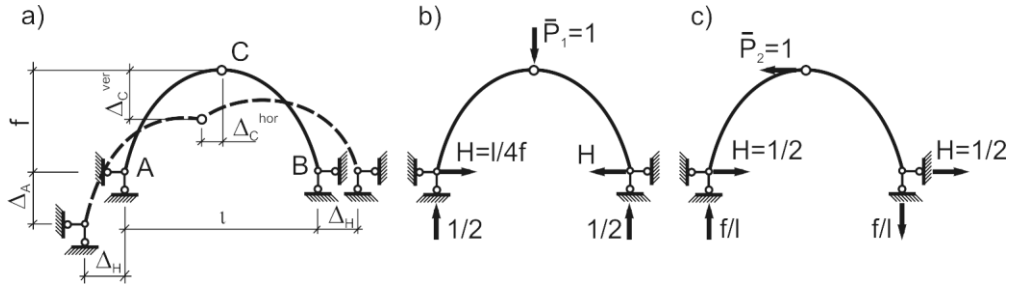
Tātad

$$\Delta_c = \sum \int \frac{\bar{M}_c M_p}{EI} dx + 2\bar{v}_A \Delta = \sum \int \frac{\bar{M}_c M_p}{E\mathfrak{I}} dx + \Delta, \quad \text{jo } \bar{v}_A = \frac{1}{2}.$$

Šādi tika noteikts pārvietojums balstu sēšanās gadījumā, izmantojot vienības stāvokļa iekšējo piepūli iespējamo darbu.

Iegūtā sakarība rāda, ka meklētais punkta C pārvietojums ir divu pārvietojumu summa, no kuriem pirmais rodas ārējās slodzes izraisītās lieces dēļ, bet otrais ir balstu pārvietojums.

Piemērs 7.13. Trīslocīklu loka (att. 7.22) abi balsti iegūst horizontālu pārvietojumu Δ_H , bet kreisais balsts arī vertikālu pārvietojumu Δ_A . Jānosaka locīklas C horizontālais un vertikālais pārvietojums.



att. 7.22

Atrisinājums. Tātad jāapskata divi vienības stāvokļi: vertikālam un horizontālam vienības spēka gadījumam, kas parādīti att. 7.22b,c.

Sastādot vienības stāvokļa visu ārējo spēku darbu summu un pielīdzinot to nullei, iegūstam:

$$1 \cdot \Delta_c^{ver} - v_A \cdot \Delta_A - H \cdot \Delta_H - H \cdot \Delta_H = 0.$$

Tātad

$$\Delta_c^{ver} = v_A \cdot \Delta_A + 2H \cdot \Delta_H.$$

Redzam, ka loka vidējās locīklas vertikālais pārvietojums balstu sēšanās gadījumā ir lineāra balstu pārvietojumu funkcija.

Ievietojot attiecīgās balstu reakcijas, iegūstam

$$\Delta_c^{ver} = \frac{1}{2} \left(\Delta_A + \frac{\ell}{f} \Delta_H \right).$$

Lai noteiktu otru locīklas C pārvietojumu Δ_c^{hor} , izmantojam otru vienības stāvokli. Pielietojot Mora teorēmu, iegūstam

$$1 \cdot \Delta_c^{hor} - v'_A \Delta_A - H' \Delta_H + H' \Delta_H = 0.$$

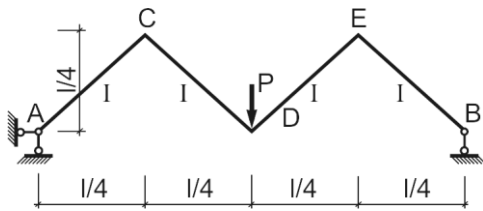
Tātad

$$\Delta_c^{hor} = v'_A \cdot \Delta_A = \frac{f}{\ell} \Delta_A.$$

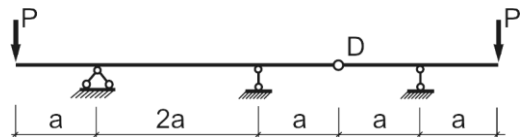
Svarīgi atzīmēt, ka viena trīslocīklu loka balsta vertikālā sēšanās rada centrālās locīklas horizontālo pārvietojumu.

Rezumējot varam secināt, ka stieņu sistēmu pārvietojumu noteikšanas centrālais jautājums ir slodzes un vienības stāvokļu epīru noteikšana konkrētajiem darinājumiem. Mora integrāļa izskaitļošana praktiski ir analoga visos gadījumos un principiālas problēmas nerada. Vēl svarīgi atcerēties, ka viss iepriekš izklāstītais attiecas uz statiski noteicamām stieņu sistēmām. Statiski nenoteicamu stieņu sistēmu pārvietojumu noteikšana tiks veikta atsevišķi.

Uzdevums 7.1. Noteikt punkta C (att. 7.23) horizontālo, punkta D vertikālo pārvietojumu un balsta A pagriezienu. Kāds ir dotās shēmas konstruktīvais trūkums? Atbildi pamatot!

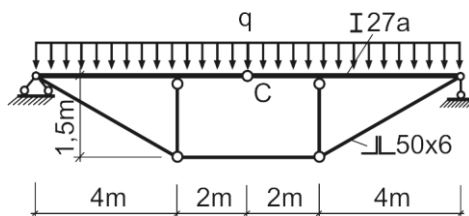


att. 7.23



att. 7.24

Uzdevums 7.2. Noteikt šķēlumu savstarpējo pagriezienu lenķi locīklā D (att. 7.24). $EI = \text{const.}$



att. 7.25

Uzdevums 7.3. Noteikt locīklas C (att. 7.25) vertikālo pārvietojumu dubult T profīla Nr. 27a sijai ($E = 2,1 \text{ MPa}$, $G = 0,6 \text{ MPa}$, $\eta = F/F_s$ (208. lpp.)). Novērtēt lieces momentu, šķērsspēku un asspēku iespaidu uz aprēķināto pārvietojumu.

8. TELPISKAS SISTĒMAS

Iepriekš tika analizētas plakanu kopņu aprēķinu metodes. Tātad tika izmantoti nosacījumi, ka visu kopni veidojošo stieņu asis atrodas vienā plaknē, pie kam ārējā slodze un arī balstu reakcijas darbojas kopnes plaknē. Diemžēl šāda aprēķinu shēma reālos būvdarījumos sastāda tikai daļu no kopējās nesošās konstrukcijas. Būvju stingrības un noturības nodrošināšanai nākas apvienot vairākas plakanas kopnes, tās savā starpā savienojot ar papildus saitēm. Tiltu konstrukcijās parasti tiek apvienotas tikai divas paralēli izvietotas plakanas kopnes, bet kupolveida vai angārveida pārsegumos to skaits ir daudz lielāks.

Savā starpā savienotas paralēlas plakanas kopnes strādā kā telpiskas sistēmas. Tomēr vertikālas slodzes gadījumā tās tiek rēķinātas kā neatkarīgas plakanas sistēmas (bez savstarpējās sasaistes ievērtējuma). Šādas aprēķinu metodikas rezultātā tiek iegūta neliela stiprības rezerve, tomēr tā ir visai niecīga un vērā ņemamu materiāla pārtēriņu nerada. Plakanu kopņu sistēmas, kurās tās veidojošo stieņu asis neatrodas vienā plaknē, tiek risinātas kā telpiskas sistēmas. Tādas sistēmas ir jau minētie kupolveida pārsegumi, torņveida kopnes vai lauzītas liellaiduma ēku pārsegumu konstrukcijas ar speciālu kopņveida pārseguma struktūru (att. 8.6).

8.1. Telpisku kopņu balsti. Balstu reakciju noteikšana

Telpisku kopņu balstiem ir trīs veidi. Šo trīs veidu balstu konstruktīvās un stieņveida shēmas kā arī balstu reakciju nezināmo komponentu skaits dots tabulā 8.1

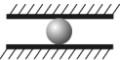
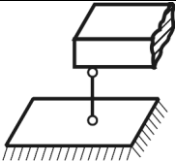
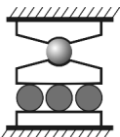
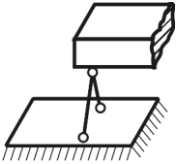
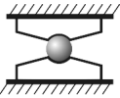
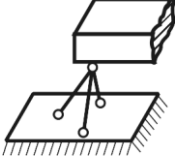
Pirmā veida balsts – plakaniski kustīgs lodveida balsts. Šāda veida balsts pieļauj pagriezienu ap jebkuru caur lodveida locīklu ejošu asi un virzes kustību paralēli atbalsta plaknei.

Otrā veida balsts – lineāri kustīgs lodveida balsts. Šāds balsts pieļauj pagriezienu ap jebkuru caur lodveida locīklu ejošu asi un virzes kustību paralēli garengultņu kustības virzienam.

Trešā veida balsts – nekustīgs lodveida balsts. Šī tipa balsti pieļauj tikai griezes kustību ap jebkuru caur lodveida locīklas centru ejošu asi.

Tabula 8.1

Telpisku kopņu balstu veidi

Balsta veids	Konstruktīvā shēma	Stieņu shēma	Nezināmie
plakaniski kustīgs lodveida			Atbalsta virsmai perpendikulāra, caur lodveida locīklas centru ejoša balsta reakcija
lineāri kustīgs lodveida			Divas balsta reakcijas komponentes, kas iet caur lodveida locīklas centru un atrodas veltņu pārvietošanās virzienam perpendikulārā plaknē (parasti balsta reakciju sadala vertikālā un horizontālā komponentē)
nekustīgs lodveida			Trīs balsta reakcijas komponentes, kas iet caur lodveida locīklas centru un neatrodas vienā plaknē (reakciju virzieni var būt patvaļīgi, parasti ņem vertikālo un divus savstarpēji perpendikulārus virzienus horizontālā plaknē)

Ģeometriski nemainīgas telpiskas konstrukcijas nekustīgai nostiprināšanai pie pamatiem ir nepieciešami ne mazāk par sešiem balstu stieņiem, kuri izvietoti tā, lai tiktu nodrošināts konstrukcijas nekustīgums. Atbalsta punktu skaitam jābūt ne mazākam par trim un tie nedrīkst atrasties uz vienas taisnes. Varētu būt sekojošs balstu sakopojums: viens nekustīgs lodveida balsts, viens lineāri kustīgs lodveida balsts un viens plakaniski kustīgs lodveida balsts.

Pieņemot sešus balsta stieņus var tikt noteiktas izmantojot sešus statikas līdzsvara nosacījumus:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0; \sum M_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0.$$

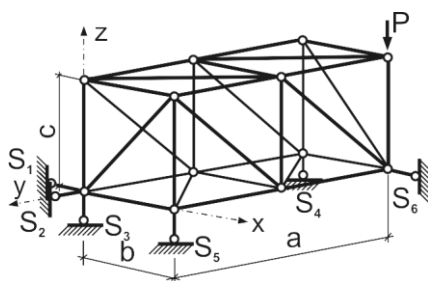
Lai vienkāršotu piepūļu aprēķinu atsevišķos atbalsta stieņos, sastāda momentu līdzsvara vienādojumus attiecībā pret asīm, kuras krusto pēc iespējas vairāk atlikušo balstu

stieņu darbības līnijas. Šādā gadījumā caur asi ejošo vai tai paralēlo stieņu balstu reakciju momenti vienādi ar nulli.

Piemērs 8.1. Noteikt piepūles balstu stieņos att. 8.1 parādītajai ģeometriski nemainīgajai telpiskajai kopnei, kādas rodas no pieliktās slodzes P .

Atrisinājums. Šķeļam kopni ar virsmu tā, lai tā pāršķeltu visus sešus atbalsta stieņus. Piepūles atbalsta stieņos apzīmējam ar $S_1 \dots S_6$ un nosacīti pieņemam, ka atbalsta stieņi ir stiepti.

Sastādot momentu līdzsvara nosacījumus pret x asi, iegūstam sakarību:



att. 8.1

$$S_4 \cdot a + Pa = 0$$

un līdz ar to $S_4 = -P$.

Mīnus zīme norāda uz to, ka ceturtais balststienis ir spiests.

Pielīdzinot nullei visu balstu piepūļu momentu summu pret y asi, iegūstam:

$$S_5 \cdot b + Pb = 0$$

un $S_5 = -P$.

Arī balststienis 5 ir spiests.

No spēku projekciju līdzsvara vienādojuma uz z asi:

$$-S_3 - S_4 - S_5 - P = 0,$$

izmantojot iepriekš noteiktās balstu reakcijas S_4 un S_5 vērtības, iegūstam:

$$-S_3 + P + P - P = 0$$

vai $S_3 = P$.

Tātad stienis 3 tiešām ir stiepts (kā bija pieņemts).

No projekciju līdzsvara vienādojuma uz y asi, iegūstam $S_2 = 0$.

No spēku radīto momentu līdzsvara nosacījuma pret asi z , iegūstam $S_6 = 0$.

Pielīdzinot nulli spēku projekciju summu uz x asi, iegūstam

$$-S_1 + S_6 = 0 \quad \text{vai} \quad S_1 = 0.$$

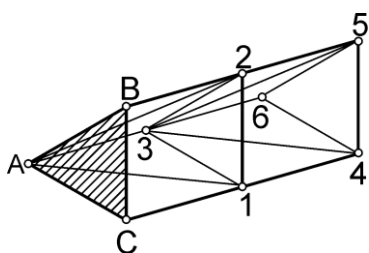
Aprēķinu shēmas

Telpiskas kopnes līdzīgi kā plakanas kopnes tiek uzskatītas par stieņu sistēmām, kuru elementi savā starpā savienoti ar ideālām lodveida locīklām, kuras pieļauj ideālus stieņu pagriezienus ap mezglu centriem.

Praktiski kopņu mezgli tāpat kā plakānu kopņu gadījumā tiek realizēti izmantojot kniedes, uznavas vai pat metinājumus. Idealizētā aprēķinu shēma praktiskajos kopņu aprēķinos ir guvusi plašu pielietojumu un pamatojumu. Iegūtie rezultāti pietiekami precīzi atbilst rezultātiem, kuri iegūstami neizmantojot nosacījumu par locīklveida mezgliem stieņu galos. Arī telpisko kopņu gadījumos izmanto pieņēmumu par ārējās slodzes koncentrāciju tikai kopnes mezglos. Tas, protams, izslēdz iespēju noteikt lokālo stieņu lieci, bet toties būtiski vienkāršo aprēķinus.

8.2. Vienkāršas telpiskās sistēmas

Telpisku sistēmu ģeometrisku nemainību iespējams realizēt sekojošā veidā. Sākotnējam trīsstūrim (att. 8.2) pakāpeniski tiek pievienoti mezgli ar trim stieņiem, kuru asis neatrodas vienā plaknē. Tādā veidā konstruētas kopnes sauc par vienkāršākajām telpiskām kopnēm. Tādas kopnes piemērs dots att. 8.2. Izejas trīsstūris ir iesvītrots, bet pievienojamo mezglu secība sanumurēta.



att. 8.2

Par šo kopņu ģeometrisku nemainīgumu var pārliecināties pakāpeniski atmetot vienu mezglu pievienojošus trīs stieņus. Šādas pakāpeniskas stieņu atmešanas rezultātā jāiegūst locīklu trīsstūris. Konstruējot kopni pirmajiem trim mezgliem nepieciešami 3 stieņi. Pārējo $(M-3)$ mezglu pievienošanai nepieciešami $3(M-3)$ stieņi (M – mezglu skaits kopnē). Tātad kopā nepieciešami

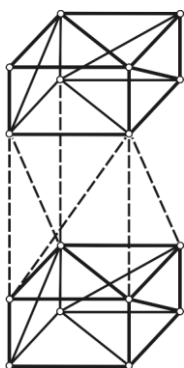
$3(M-3)+3=3M-6$ stieņi. Līdz ar to brīvas (pie pamatiem nepiestiprinātas) telpiskas kopnes gadījumā tās ģeometriskās nemainības nosacījums ir

$$N_k = 3M - 6, \quad (8.1)$$

kur N_k – kopējais kopnes stieņu skaits, M – mezglu skaits.

Ņemot vērā, ka telpiskas kopnes nekustīgai nostiprināšanai nepieciešami vēl 6 stieņi, telpiskas pie pamatiem piestiprinātas kopnes ģeometriskā nemainīguma nosacījums ir

$$N = 3M, \quad (8.2)$$



att. 8.3

kur N – kopējais stieņu skaits, ieskaitot balstu stieņus. Iegūtie nosacījumi (8.1) un (8.2) ir nepieciešami, lai iegūtu ģeometriski nemainīgu kopni ar minimālu stieņu skaitu, bet ne pietiekami. Vēl nepieciešams, līdzīgi kā plakānu kopņu gadījumā veikt stieņu izvietojuma analīzi, t.i. veikt sistēmas ģeometriskās struktūras analīzi.

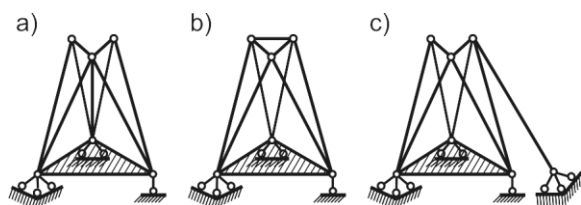
Lai noteiktu statiskās noteicamības nosacījumus, tiek izgriezti kopnes mezgli un izgrieztās daļas iedarbība aizstāta ar piepūlēm pārgriezto stieņu virzienos. Katra izgrieztā mezgla līdzsvaru apraksta 3 statikas vienādojumi. Tā kā kopējais mezglu skaits ir M , tad iegūstam $3M$ vienādojumus. No šiem vienādojumiem jānosaka piepūles visos kopnes stieņos. Tā kā kopnes ģeometriskās nemainības nosacījums (8.2) nosaka stieņu nepieciešamo skaitu un tas sakrīt ar līdzsvara vienādojumu skaitu, tad varam secināt, ka ģeometriski nemainīga sistēma, kurai izpildās nosacījums (8.2) ir arī statiski noteicama.

Vairāku vienkāršāko kopņu apvienojums vienā kopnē veido jaunu kopni. Ja apvienojums tiek realizēts savienojot divu telpisku kopņu virsotnes ar sešiem pareizi izvietotiem stieņiem, iegūstam kopni, kura arī ir ģeometriski nemainīga un statiski noteicama (att. 8.3).

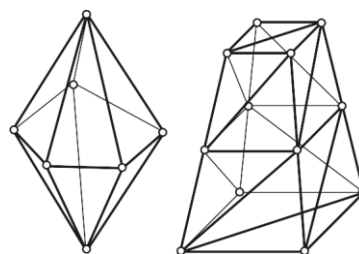
Telpisku kopni var modificēt arī atmetot kādu no stieņiem (att. 8.4a) un to aizvietojot ar citu kopnes (att. 8.4b) vai balsta stieni (att. 8.4c).

Plašu pielietojumu guvušas tā saucamās tīklveida kopnes – daudzskaldņi ar trīsstūrveida virsmām ar kopējām virsotnēm visiem blakus esošiem trīsstūriem (att. 8.5). Šādu sistēmu īpatnība un arī priekšrocība ir to struktūra bez iekšējām saitēm. Tas ļauj mak-

simāli izmantot tīklveida kopnes ierobežoto tilpumu.

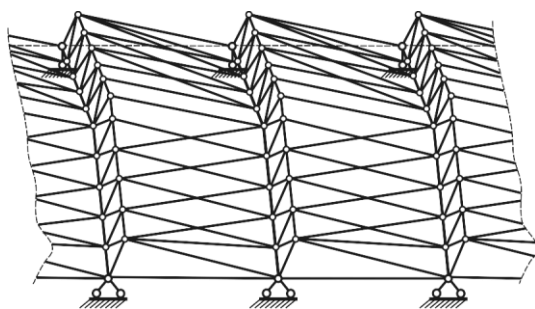


att. 8.4



att. 8.5

Savdabīgs kopnes tips ir hiperboloīdskis tornis, kurš izveidots no divām taisnu stieņu sistēmām, kuras nokļāj hiperboloīdisku virsmu. Stieņi savā starpā pa torņa augstumu tiek savienoti ar vairākiem horizontāliem gredzeniem. Šāda tipa tīklveida kopne veido divkārsa liekuma čaulu, kura ir daudzkārt statiski nenoteicama sistēma. Torņa konstrukcijas priekšrocība ir tās vieglums. Tomēr jāatzīst, ka tās izgatavošana ir visai darb-



att. 8.6

ietilpīga un ekspluatācijā tai piemīt liels „buras” efekts. Kopnes konstrukcijas izstrādāšana veikta inženiera V. Šuhova vadībā un tādēļ to bieži vien literatūrā dēvē par Šuhova kopni.

Racionāls rūpniecības ēku pārseguma tips ar zāģveida struktūru (att. 8.6) ļauj ērti realizēt telpu virsgaismu. Att.

8.6 parādītā konstrukcija dod iespēju pārsegt lielus laukumus bez papildbalstiem. Telpiskā kopne sastāv no vairākām vertikālām plakanām kopnēm, kuras savā starpā saistītas ar slīpām plakanām kopnēm un dažiem atsevišķiem stieņiem. Katras slīpās kopnes joslas ir vienas vertikālās kopnes augšējā josla un blakus esošās vertikālās kopnes apakšējā josla.

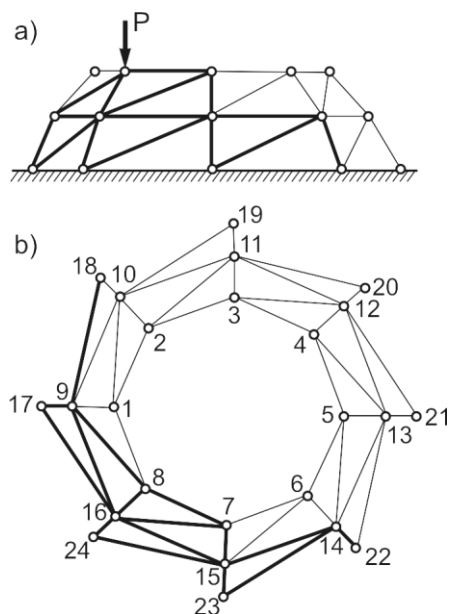
8.3. Piepūļu noteikšana kopnes stieņos ar mezglu izgriešanas metodi

Mezgli tiek izgriezti pakāpeniski, sākot ar mezglu, kurā saiet trīs dažādas plaknēs iz-

vietoti stieņi. Piepūles šajos stieņos tiek noteiktas izmantojot statikas līdzsvara vienādojumus vienā punktā saejošiem spēkiem. Turpinot mezglu izgriešanas procesu vadāties no nosacījuma, ka mezglā var būt arī vairāk par 3 saejošiem stieņiem, tomēr nepieciešams ievērot, lai tikai 3 no tiem būtu dažādās plaknēs izvietoti stieņi ar nezināmām piepūlēm. Risinājums būtiski vienkāršojas, ja kopne satur nullstieņus, t.i. stieņus, kuros pie dotās slodzes nerodas piepūles.

Nulles stieņus nosaka sekojoši nosacījumi:

1. Ja mezglam, kurā saiet trīs stieņi, nav pielikta slodze un stieņi neatrodas vienā plaknē, tad visi šie stieņi ir nullstieņi. Tiešām, aizstājot piepūles divos stieņos ar kopspēku, iegūstam sistēmu, kura sastāv no šī kopspēka un trešā stieņa zem leņķa vērstas piepūles. Šāda spēku sistēma var būt līdzsvarā tikai gadījumā, ja abi spēki vienādi ar nulli.
2. Ja neslogotā mezglā saiet vairāk kā 3 stieņi, no kuriem visi, izņemot vienu, atrodas vienā plaknē, tad šis vienīgais stienis ir nullstienis. Par to viegli pārliecināties, projektējot visu stieņu piepūles uz asi, kura perpendikulāra plaknei.



att. 8.7

Piemērs 8.2. Noteikt piepūles telpiskas kopnes stieņos (att. 8.7) dotās slodzes P iespaidā.

Atrisinājums. Apskatāmā sistēma ir ģeometriski nemainīga. Tā veidota no ģeometriski nemainīgas un nekustīgas tīklveida sistēmas, kurā 5 augšējās skaldnes diagonāles, 5 diagonāles un 8 apakšējās skaldnes malas aizvietotas ar 18 papildus balststieņiem.

Pirmām kārtām izslēdzam no tālākās analīzes nullstieņus. Četrstieņu mezgls 1 nav noslogots un līdz ar to atsevišķais stienis 1-8 ir nullstienis. Līdzīgi arī stieņi 2-1, 3-2, 4-3, 5-4, 6-5 un 7-6 ir nullstieņi, jo arī tie ir atsevišķie stieņi attiecīgajos mezglos. Atmetot šos

stieņus, mezgli 1, 2, 3, 4, 5, 6 kļūst par divstieņu neslogotiem mezgliem un līdz ar to tajos saejošie stieņi 1-9, 1-10, 2-10, 2-11, 3-11, 3-12, 4-12, 4-13, 5-13, 6-14, 6-15 ir nullstieņi.

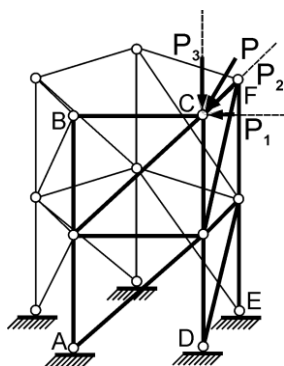
Analogu apsvērumu rezultātā nonākam pie secinājuma, ka att. 8.8 ar plānām līnijām attēlotie stieņi visi ir nullstieņi. Atmetot šos stieņus, iegūstam kopni, kura attēlota ar sabiezinātām līnijām. Šī kopne mezglā 8 slogota ar spēku P . Izgriežot šo mezglu un sadalot spēku P trīs komponentēs, nosakām piepūles trijos mezglā 8 saejošos stieņos 8-8, 8-9 un 8-16.

Piepūles pārējos stieņos nosaka pakāpeniski izgriežot mezglus to numerācijas kārtībā. Katrā no tiem ir vai nu trīs piepūles dažādās plaknēs, vai arī divas piepūles vienā plaknē.

Balstu reakcijas nosakām izmantojot balstu mezglus – katrā no tiem ir trīs nezināmas balstu reakcijas.

Gadījumos, kad kopnei pielikti vairāki spēki, ieteicams noteikt piepūles stieņos no katra spēka atsevišķi un iegūtos rezultātus sasummēt. Protams, šāda aprēķina metodika daudzstieņu konstrukcijai ir visai darbietilpīga un praktiskos aprēķinos neracionāla, tomēr tā dod iespēju veikt telpisku stieņu struktūras noslodzes analīzi un struktūras racionāluma novērtējumu konkrētām slodzēm.

8.4. Sistēmas sadalīšana plakanās kopnēs



att. 8.8

Šis paņēmieni lietojams gadījumos, kad telpiskās sistēmas sastāvā ietilpst plakanas kopnes, kuras ar šķēlumu palīdzību nodalot kā atsevišķas konstrukcijas, tās savās plaknēs ir ģeometriski nemainīgas un nekustīgas.

Slodze, kura pielikta iegūtajai plakanajai kopnei tās mezglos un darbojas kopnes plaknē, tiek pilnībā uzņemta ar plakanās kopnes stieņiem un pārējās telpiskās kopnes stieņos piepūles no šīs slodzes nerodas.

Aprēķins tiek veikts sekojošā veidā – katra no dotajām slodzēm tiek sadalīta komponentēs, tā lai to virzieni sakristu ar plakano kopņu plaknēm. Tā, piem., att. 8.8 parādītās telpiskās kopnes gadījumā spēks P

tiek sadalīts trīs komponentēs P_1 , P_2 , P_3 . Spēku P_1 pilnībā uzņem plakanā kopne ABCD, spēku P_2 kopne CDEF, bet spēks P_3 izraisa spiedi stienī CD.

Līdzīgi tiek sadalītas komponentēs arī slodzes, kuras darbojas kopnes citos mezglos, ja tādas ir pieliktas.

8.5. Skaitlisko metožu pielietojums

Skaitlisko risinājumu pamatā, it īpaši pēdējos gados, noteicošā loma ir galīgo elementu metode (GEM). Iegūtie elementi apvienojas vienotā sistēmā pamatojoties uz līdzsvara principiem un garantējot atsevišķu elementu deformāciju un pārvietojumu vienādību to saskares punktos (mezglos). Tādā veidā, galīgo elementu metodes gadījumā, nepārtraukta sistēma nosacīti tiek aizstāta ar patvaļīga skaita elementu sistēmu, kuras elementu apvienojumu mezglos reglamentē GEM nosacījumi un pieņēmumi. Šādu sistēmu aprēķins reducējas uz algebrisku vienādojumu sistēmu aprēķināšanu.

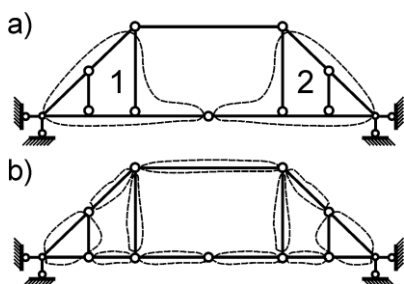
Stieņu sistēmā galīgie elementi var būt atsevišķi stieņi vai to daļas. Galīgo elementu skaita palielināšana ļauj precīzāk ievērtēt tās vai citas īpašības un deformēšanās īpatnības. Tomēr pārlietu sadrumstalotu sistēmu gadījumos pieaug aprēķinu kļūdas. Tādēļ galīgo elementu skaita un sadalījuma topogrāfijas izvēlē svarīgi ņemt vērā reālo konstrukcijas deformēšanās raksturu. GEM pielietošana iespējama jebkurai sistēmai, tātad arī stieņu sistēmām, bet tomēr tās galvenā nozīme ir plātņu, čaulu un masīvu ķermeņu, kā arī no tiem veidotu sistēmu aprēķinos. Ar GEM, kaut arī tuvināti, izdodas atrisināt uzdevumus, kuriem analītiski risinājumi neeksistē. Metodes precizitāti nosaka tas, cik pilnīgi un precīzi ir noformulēti galīgo elementu saskares nosacījumi.

Studentiem tiek piedāvāts iepazīties ar stieņu sistēmu aprēķiniem paredzētu programmu Analysis for Windows 1.9. Kā viena no šīs programmas priekšrocībām uzskatāma tās vienkāršība ekspluatācijā. Programma paredzēta divu un trīs dimensiju metāla taisnu stieņu sistēmu aprēķiniem. Programmā ir iekļauti Eirostandartiem atbilstošu metāla stieņu šķērsgriezuma raksturlielumi un fizikālo īpašību parametri. Liela aprēķinu daļa veicama dialoga režīmā vienlaicīgi vizuāli kontrolējot iegūtos rezultātus. Jebkuras izdarītās izmaiņas konstrukcijas struktūrā nekavējoties parādās uz ekrāna un var tikt vizuāli kontrolētas.

Programma paredzēta piepūļu un pārvietojumu aprēķiniem stieņu sistēmām, uz kurām iedarbojas ārēja slodze koncentrētu spēku, momentu un izkliedētas slodzes (mainīgas vai trapecveida) veidā, temperatūras izmaiņas un balstu pārvietošanās.

P.1. Uzdevumu atrisinājumi un atbildes

Uzd. 2.1

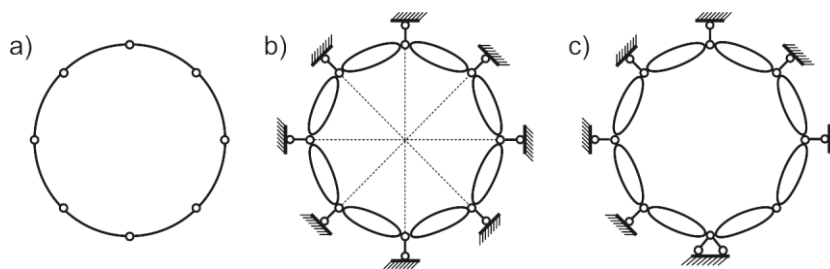


att. P1.1

Attēlā P1.1a redzamajai kopnei viegli varam izdalīt paplašinātus diskus 1 un 2, kuri savā starpā savienoti ar pareizi izvietotiem locīklu un stieni, tātad veido paplašinātu disku. Šis disks piestiprināts zemei ar četriem stieņiem, kaut gan pietiktu ar trijiem pareizi izvietotiem stieņiem. Tātad sistēma ir ģeometriski nemainīga ar vienu lieku saiti. Viens stienis ir lieks un sistēmas kustības brīvības pakāpe $W=-1$ (vienu reizi statiski nenoteicama sistēma).

Attēlā P1.1b redzamajai kopnei par paplašinātiem diskiem varam ņemt divus locīklu trīsstūrus. Pieņemot par diskiem arī visus atlikušos stieņus, kustības brīvības pakāpe $W=3 \cdot 11 - (2 \cdot 13 + 4) = 3$. Kustības brīvības pakāpe ir lielāka par nulli un sistēma ir ģeometriski mainīga.

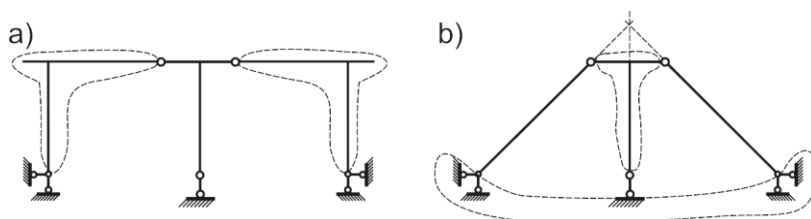
Uzd. 2.2.



att. P1.2

1. No vienādojuma $W=3 \cdot n - (2n + S_{\text{atb}}) = 0$, seko, ka saišu skaitam S_{atb} jābūt vienādam ar n .
2. Nevar, jo visas saites krustojas vienā punktā un sistēma ir acumirkļīgi mainīga (att. P1.2b).
3. Vismaz viena no saitēm nedrīkst būt vērsta uz centru (att. P1.2c) un daudzi citi

varianti.

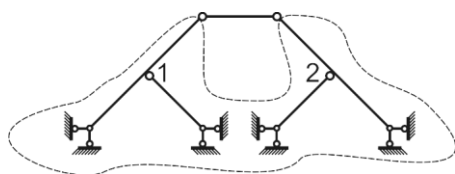


att. P1.3

Uzd. 2.3. Tā kā no struktūranalīzes viedokļa diski un stieņi ir līdzvērtīgi un var tikt savstarpēji aizstāti, doto sistēmu var novest uz att. P1.3b redzamo. Šī sistēma ir acumirkļīgi mainīga, jo divi diski savienoti ar trim stieņiem, kuru ass krustojas vienā punktā. Lai sistēma kļūtu ģeometriski nemainīga varam mainīt, piemēram, vidējā balsta darbības virzienu.

Uzd. 2.4. Skatīt iepriekšējo uzdevumu.

Uzd. 2.5. Mezgli 1 un 2 att. P1.4 pievienoti zemei ar diādēm un kopā ar to veido ģeometriski nemainīgu sistēmu - paplašinātu disku. Šī diska gali savienoti ar saiti, kas nav nepieciešama ģeometriskās nemainības nodrošināšanai – lieku saiti. Tātad att. P1.4 redzamā sistēma ir ģeometriski nemainīga, vienreiz statiski nenoteicama un var tikt izmantota būvniecībā.



att. P1.4

Uzd. 2.6. Izvēlamies diskus kā redzams att. P1.5a. Atrodam sistēmas kustības brīvības pakāpi

$$W=3 \cdot 3 - (3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 + 8) = -4.$$

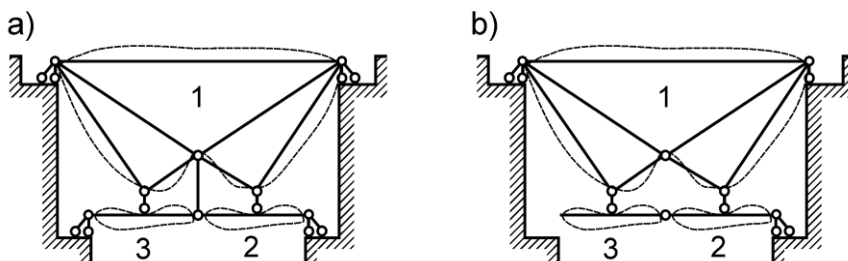
Tātad sistēmā ir četras liekas saites. Att.

P1.5b ļauj izsekot struktūras analīzes gaitai vienlaicīgi atmetot liekās saites:

1. Lai disku 1 pievienotu zemei pietiek ar trijiem pareizi izvietotiem stieņiem, tātad vienu no horizontālajiem stieņiem varam atņemt. Zemi un disku 1 kopā varam pieņemt par paplašinātu disku, kuram tiek pievienoti pārējie.
2. disks 2 arī pievienots paplašinātajam ar 4 stieņiem, vienu no vertikālajiem varam atņemt;

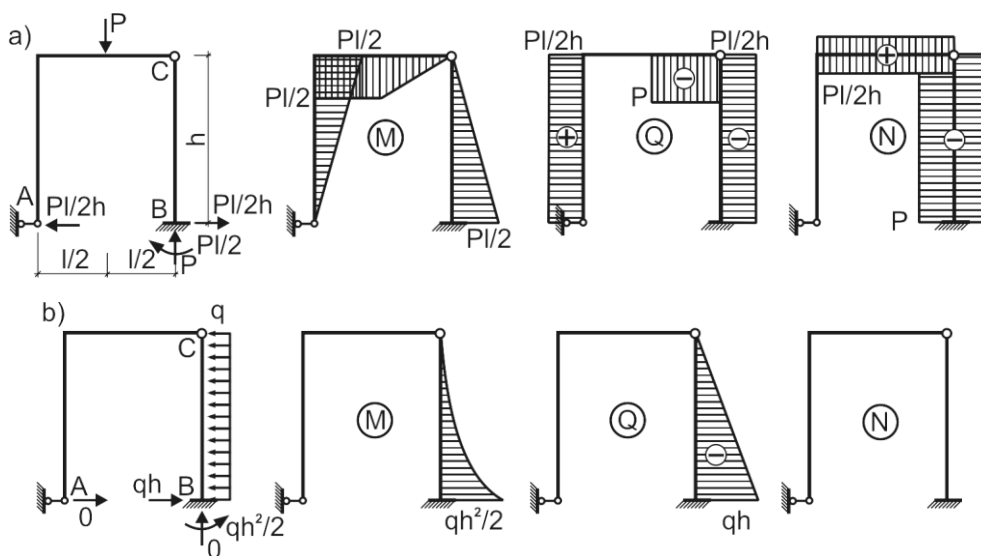
3. disks 3 pievienots ar pareizi izvietotiem locīklu un stieni un nekustīgais locīklas balsts diska 3 kreisajā galā ir lieks.

Tātad analizējamā sistēma ir ģeometriski nemainīga ar 4 liekām saitēm.

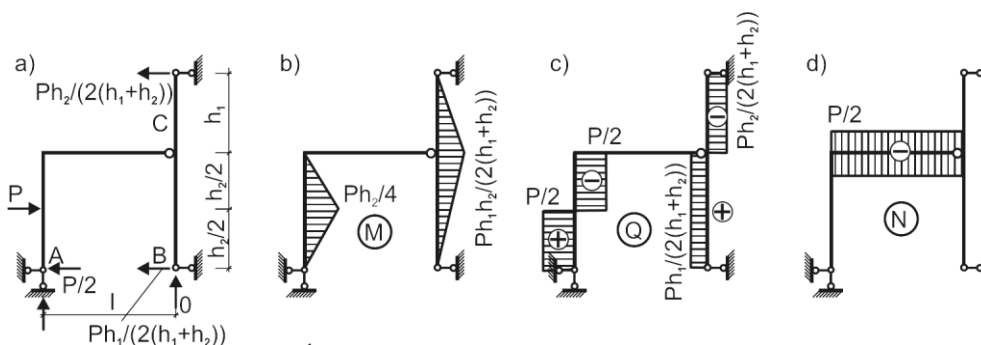


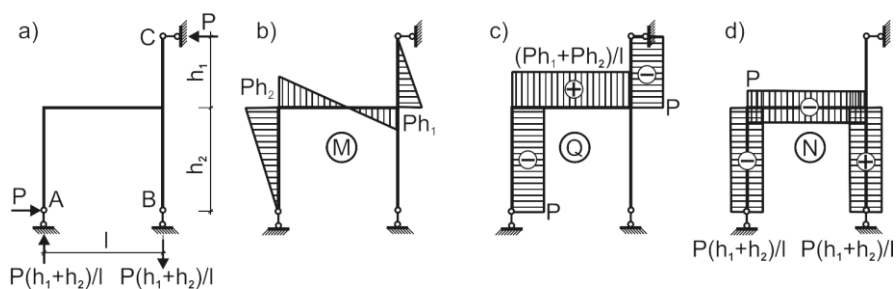
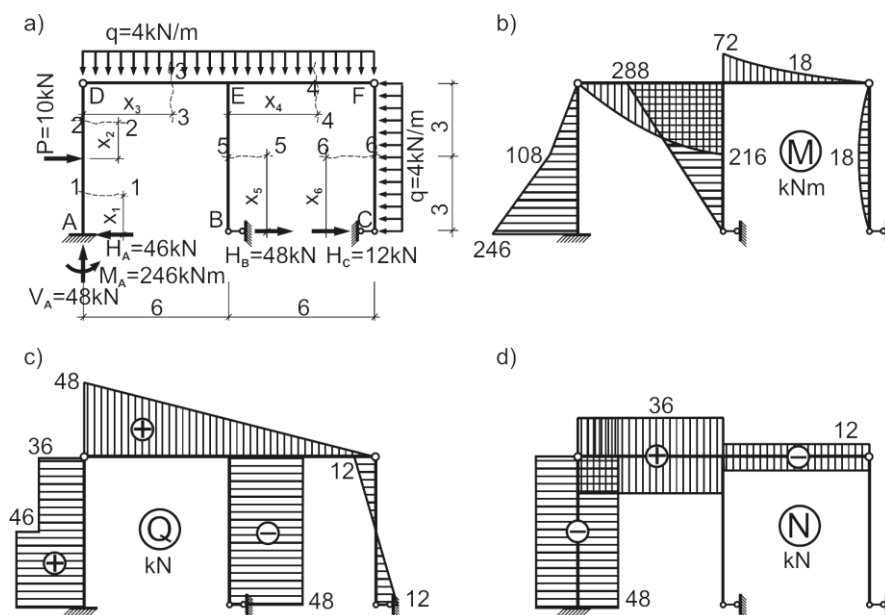
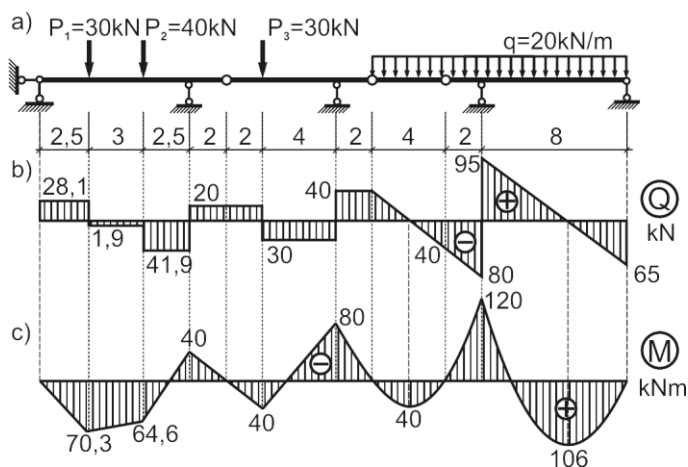
att. P1.5

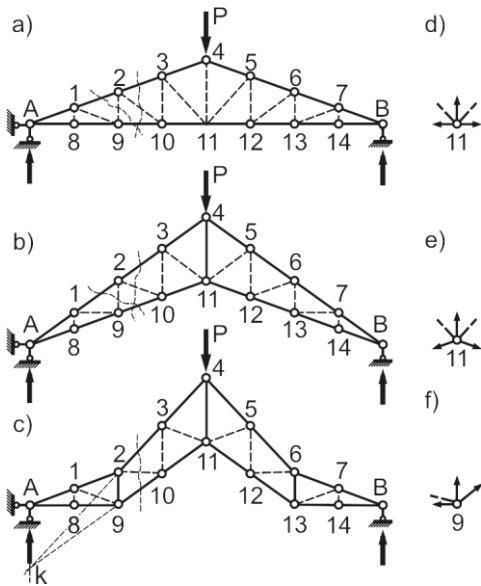
Uzd. 3.1.



Uzd. 3.2.



Uzd. 3.3.

Uzd. 3.4.

Uzd. 3.5.


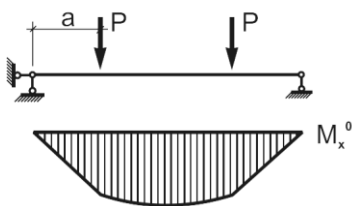
Uzd. 4.1.


att. P1.6

vertikālu asi.

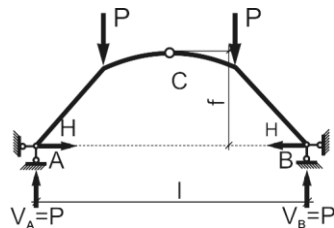
Att. P1.6b redzamajai kopnei ir spēkā visi iepriekšējie apsvērumi, izņemot stieni 4-11, kurā piepūle vairs nav vienāda ar nulli. Piepūli stienī 4-11 var noteikt izgriežot mezglu 11 (att. P1.6e).

Att. P1.6c redzamajai kopnei piepūles stieņos 2-10, 3-10 un 3-11 ir vienādas ar nulli tikai gadījumā, ja augšējās un apakšējās joslas stieņu turpinājumi krustojas uz balsta reakcijas balstā A darbības līnijas (punkts k), kā tas ir apskatāmajā gadījumā. Izgriežot mezglu 9 un sastādot tam projekciju līdzsvara vienādojumu uz vertikālu asi varam pārbaudīt, ka piepūle stienī 2-10 nav vienāda ar nulli.

Uzd. 5.1.


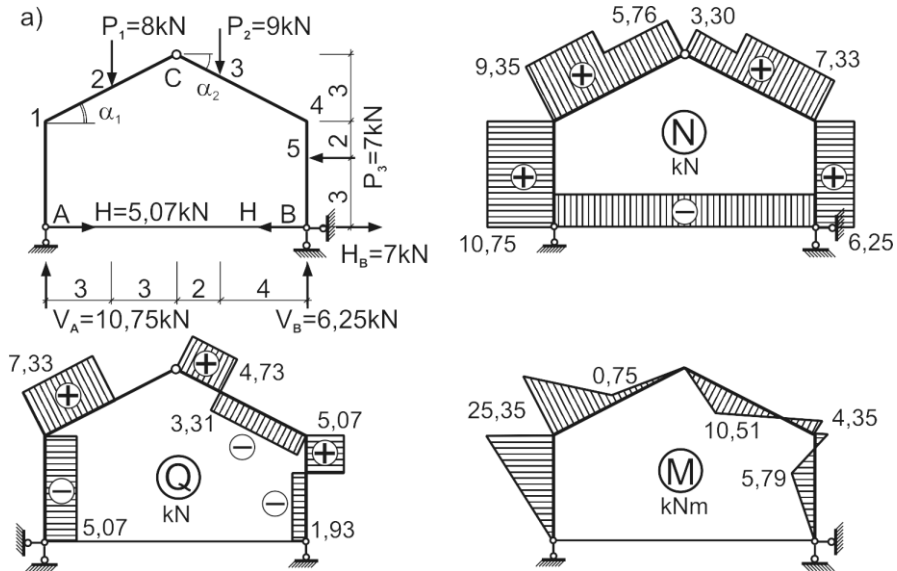
$$H = \frac{M_C^0}{f}$$

$$y = \frac{f}{M_C^0} \cdot M_x^0$$

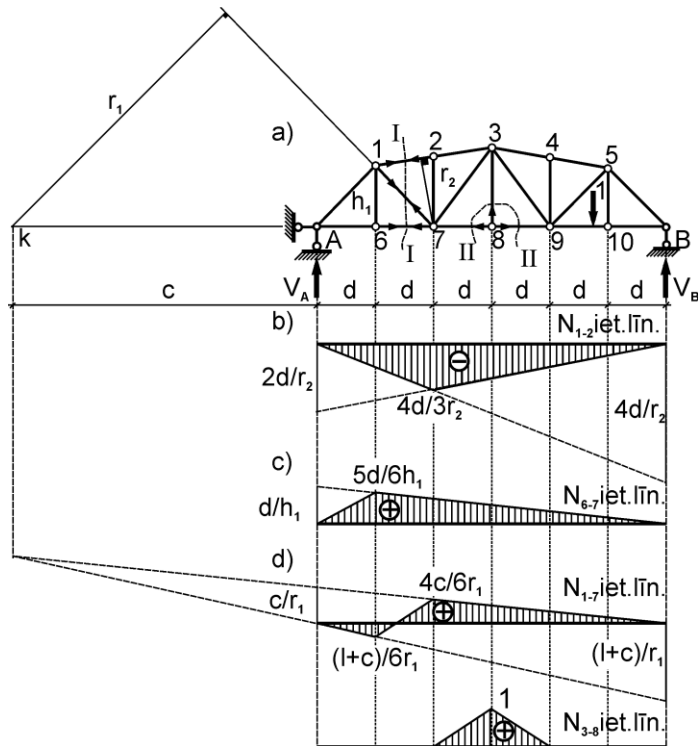


Uzd. 5.2. Skatīt att. 5.16.

Uzd. 5.3.



Uzd. 6.1.

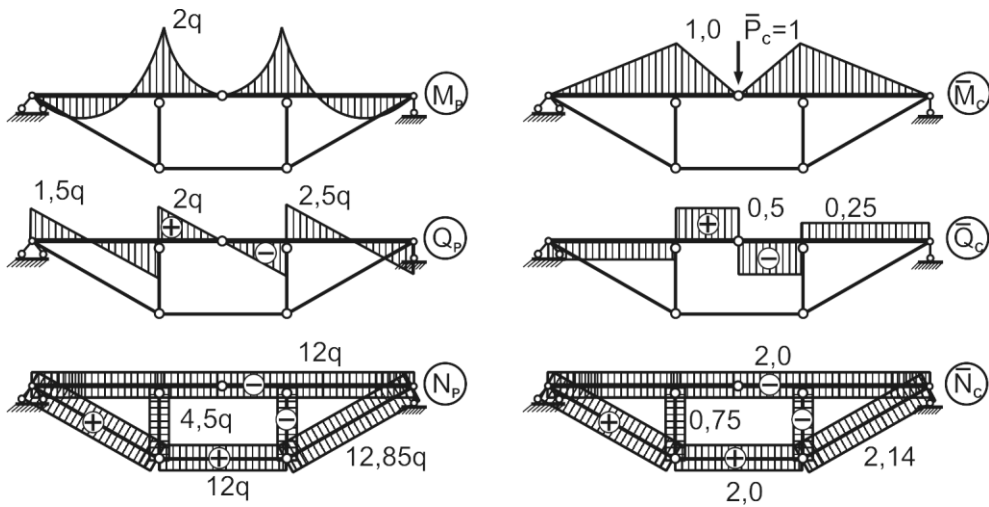


Uzd 7.1. $\Delta_C = 0,0318Pl^3 / EI$ (pa labi); $\Delta_D = 0,0347Pl^3 / EI$ (uz leju);
 $\Delta_A = 0,132Pl^2 / EI$ (pulksteņa rādītāja virzienā).

Par konstruktīvu trūkumu uzskatāma sistēmas paaugstināta deformativitāte. Salīdzinot ar analoga laiduma siju, viduspunkta pārvietojums un balsta A pagrieziens ir lielāki.

Uzd 7.2. $\Delta_D = 1,333Pa^2/EI$ (locīkla pārvietojas uz augšu);

Uzd 7.3. Slodzes un vienības epīras ir:



Lieces momentu radītais punkta C vertikālais pārvietojums ir $\Delta_C(M) = 2q / EI$ un tas sastāda tikai 6,53 % no kopējā pārvietojuma.

Asspēku radītais punkta C vertikālais pārvietojums ir $\Delta_C(N) = 28,33q / EI$ un tas sastāda 92,68 % no kopējā pārvietojuma.

Šķērsspēka radītais punkta C vertikālais pārvietojums ir $\Delta_C(Q) = 0,24q / EI$ un tas sastāda 0,79 % no kopējā pārvietojuma.

Tātad pilnā punkta C vertikālais pārvietojums vērtība ir $\Delta_C = 30,57q / EI$ (uz leju).

Šī piemēra rezultāti rāda, ka ne visos pārvietojumu aprēķina gadījumos var aprobežoties tikai ar lieces momentu izraisīto pārvietojumu daļu. Tā, piemēram, kombinēto sistēmu gadījumos, kāda ir arī šai uzdevumā piedāvātā, pārvietojumus lielā mērā nosaka tieši asspēki.

Literatūra

1. F. Bulavs, I. Radiņš. Būvmehānikas ievadkurss, RTU izdevniecība, Rīga, 2006, 205 lpp.
2. F. Bulavs, I. Radiņš. Būvmehānika, statiski noteicamas sistēmas, RTU izdevniecība, Rīga, 2004, 167 lpp.
3. I. Melderis, G. Teters. Būvmehānika. Zvaigzne, Rīga, 1977, 560 lpp.
4. I. Melderis, V. Juriksons. Būvmehānikas uzdevumi ar atrisinājumiem. Zvaigzne, Rīga, 1970, 368 lpp.
5. А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. Стойтельная механика. Высшая школа, Москва, 1986, 606 стр.
6. В. А. Киселев. Стойтельная механика. Стройздат, Москва, 1986, 520 стр.
7. Н. В. Мухин. Статика сооружений в примерах. Высшая школа, Москва, 1979, 303 стр.